

图 2.4.2 例 2.4.1 的电路

若令 $v_{o1} = 0$, A_2 为同相输入放大电路, 由 v_{i2} 产生的输出电压为

$$v''_{o2} = \left(1 + \frac{R_{22}}{R_2}\right) \left(\frac{R_{22}}{R_2 + R_{22}}\right) v_{i2}$$

电路的总输出电压 $v_{o2} = v'_{o2} + v''_{o2}$, 当电路中 $R_1 = R_{21}$ 时, 则

$$v_{o2} = \frac{R_{22}}{R_2} (v_{i2} - 2v_{i1})$$

由于电路中第一级 A_1 为同相输入放大电路, 电路的输入电阻为无穷大。

2.4.2 仪用放大器

仪用放大器电路如图 2.4.3 所示。由图可知, 它是由运放 A_1 、 A_2 按同相输入接法组成第一级差分放大电路, 运放 A_3 组成第二级差分放大电路。在第一级电路中, v_1 、 v_2 分别加到 A_1 和 A_2 的同相端, R_1 和两个 R_2 组成的反馈网络, 引入了负反馈, 两运放 A_1 、 A_2 的两输入端形成虚短和虚断, 因而有 $v_{R_1} =$

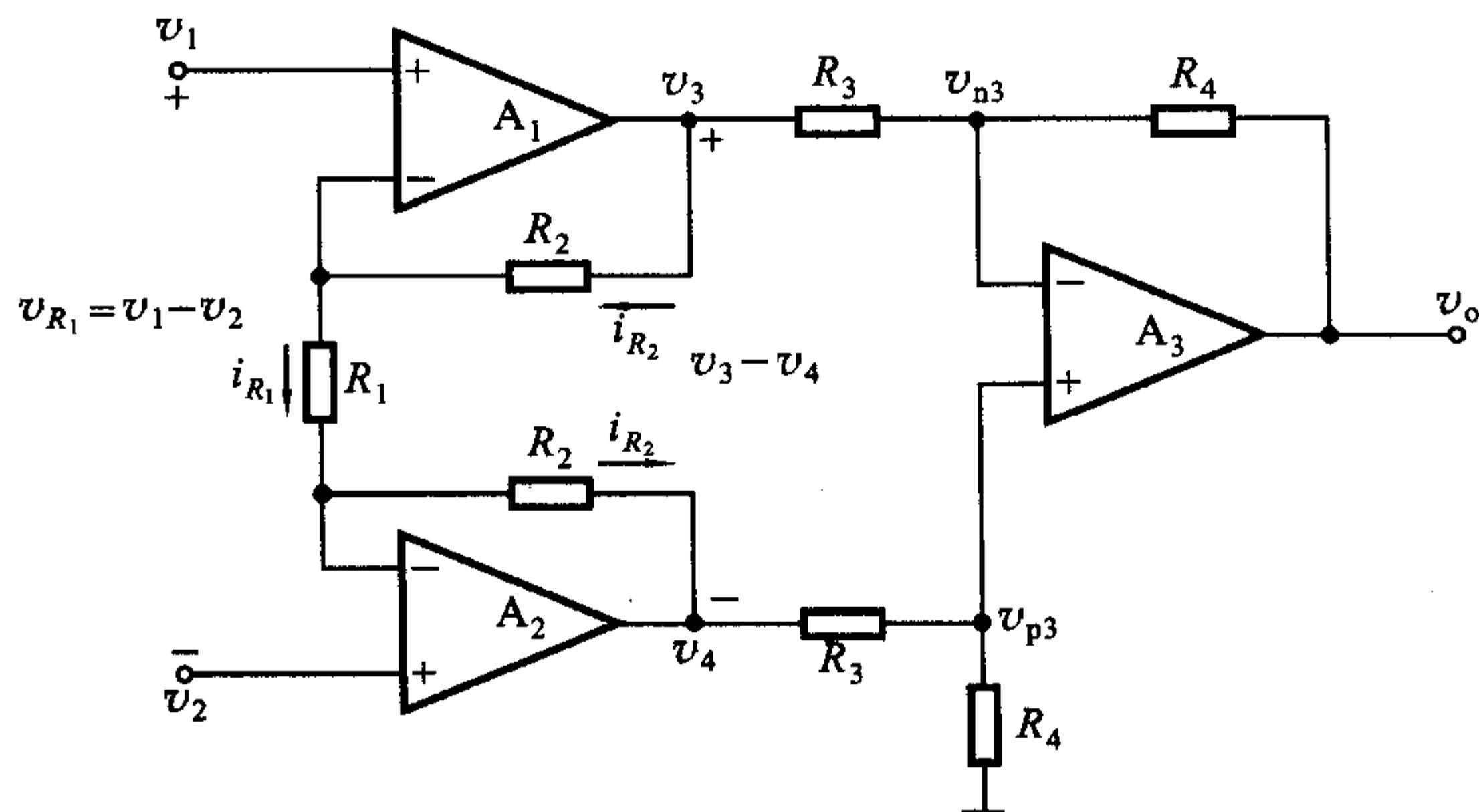


图 2.4.3 仪用放大器

$v_1 - v_2$ 和 $v_{R_1}/R_1 = (v_3 - v_4)/(2R_2 + R_1)$, 故得

$$v_3 - v_4 = \frac{2R_2 + R_1}{R_1} v_{R_1} = \left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right) (v_1 - v_2) \quad (2.4.7)$$

根据式(2.4.4)的关系, 可得

$$v_o = -\frac{R_4}{R_3}(v_3 - v_4) = -\frac{R_4}{R_3}\left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right)(v_1 - v_2) \quad (2.4.8)$$

于是电路的电压增益为

$$A_v = \frac{v_o}{v_1 - v_2} = -\frac{R_4}{R_3}\left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right) \quad (2.4.9)$$

在仪用放大器中, 通常 R_2 、 R_3 和 R_4 为给定值, R_1 用可变电阻代替, 调节 R_1 的值, 即可改变电压增益 A_v 。

由于输入信号 v_1 和 v_2 都是从 A_1 、 A_2 的同相端输入, 前已提及, 电路出现虚短和虚断现象, 因而流入电路的电流等于 0, 所以输入电阻 $R_i \rightarrow \infty$ 。目前, 这种仪用放大器已有多种型号的单片集成电路产品, 在测量系统中应用很广。

2.4.3 求和电路

如果要将两个电压 v_{i1} 、 v_{i2} 相加, 可以利用图 2.4.4 所示的求和电路来实现。这个电路接成反相输入放大电路, 显然, 它是属于多端输入。利用虚短 ($v_p - v_n = 0$)、虚断 ($i_i = 0$) 和虚地 ($v_n = 0$) 的概念, 对反相输入节点可写出下面的方程式:

$$i_1 + i_2 = i_3$$

$$\text{即 } \frac{v_{i1} - v_n}{R_1} + \frac{v_{i2} - v_n}{R_2} = \frac{v_n - v_o}{R_3} \quad (2.4.10a)$$

或

$$\frac{v_{i1}}{R_1} + \frac{v_{i2}}{R_2} = -\frac{v_o}{R_3} \quad (2.4.10b)$$

由此得

$$-v_o = \frac{R_3}{R_1}v_{i1} + \frac{R_3}{R_2}v_{i2} \quad (2.4.10c)$$

这就是求和(加法)运算的表达式, 式中负号是因反相输入所引起的。若 $R_1 = R_2 = R_3$, 则式(2.4.10c)变为

$$-v_o = v_{i1} + v_{i2} \quad (2.4.10d)$$

如在图 2.4.4 的输出端再接一级反相电路, 则可消去负号, 实现完全符合

常规的算术加法。图 2.4.4 所示的求和电路可以扩展到多个输入电压相加。求和电路也可以利用同相放大电路组成(见习题 2.4.5a)。

例 2.4.2 某歌唱小组有一个领唱和两个伴唱，各自的歌声分别输入三个话筒，各话筒的内阻 $R_s = 500 \Omega$ ，接入求和电路如图 2.4.5 所示。(1)求总的输出电压 v_o 的表达式；(2)当各话筒产生的电信号为 $v_s = v_{s1} = v_{s2} = v_{s3} = 10 \text{ mV}$ 时， $v_o = 2 \text{ V}$ ，伴唱支路增益 $A_{v1} = A_{v2}$ ，领唱支路增益 $A_{v3} = 2A_{v1}$ ，求各支路增益；(3)选择电阻 R_4 、 R_1 、 R_2 和 R_3 的阻值(要求阻值小于 $100 \text{ k}\Omega$)。

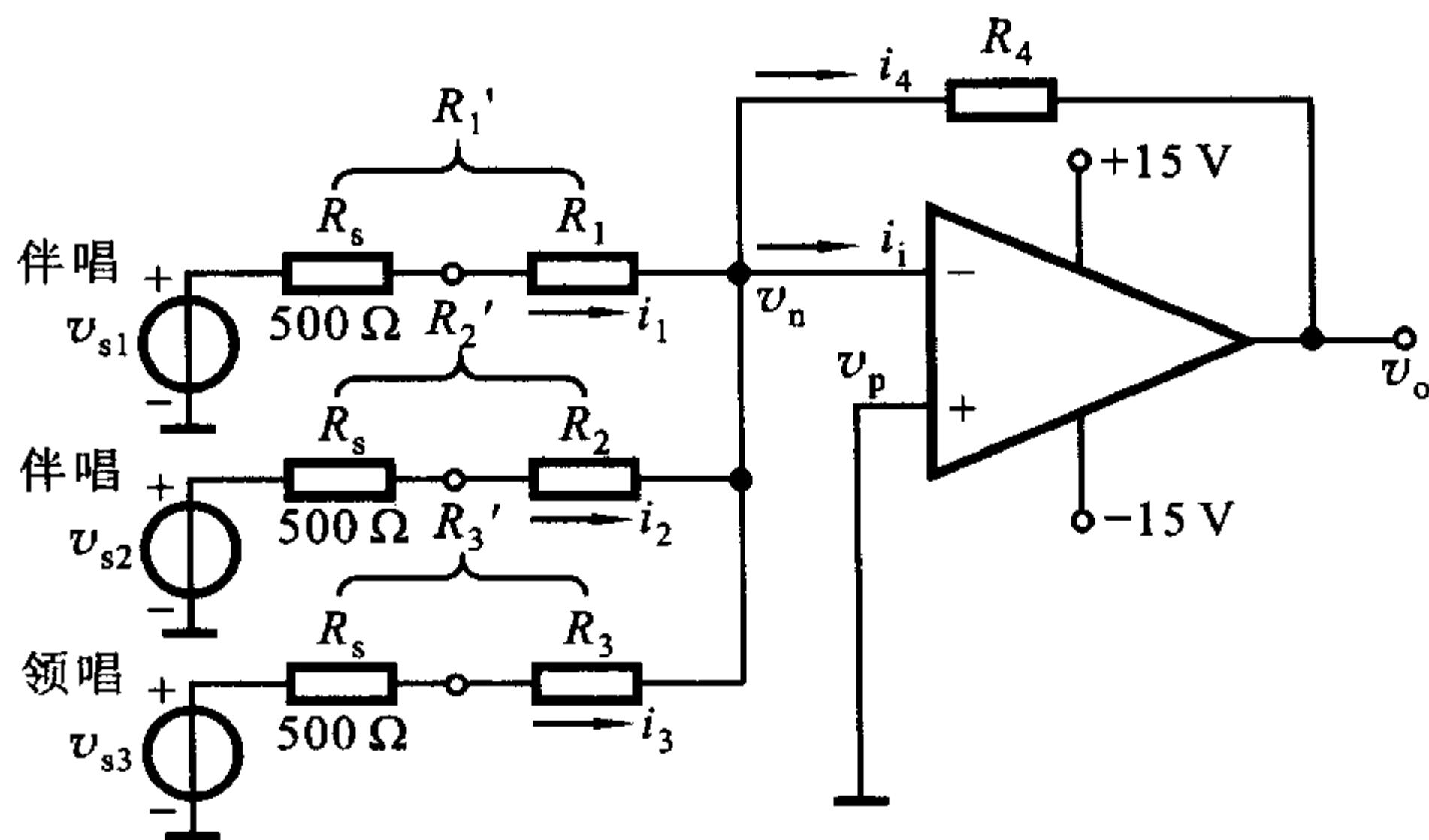


图 2.4.5 例 2.4.2 的电路

解：(1) 利用虚短、虚断和虚地的概念，即 $v_p - v_n = 0$ ， $i_i = 0$ 和 $v_n = 0$ ，写出输入端的节点电流方程为

$$i_1 + i_2 + i_3 = i_4$$

或

$$\frac{v_{s1}}{R_s + R_1} + \frac{v_{s2}}{R_s + R_2} + \frac{v_{s3}}{R_s + R_3} = \frac{-v_o}{R_4}$$

由此得

$$\begin{aligned} v_o &= - \left(\frac{R_4}{R_s + R_1} v_{s1} + \frac{R_4}{R_s + R_2} v_{s2} + \frac{R_4}{R_s + R_3} v_{s3} \right) \\ &= -(A_{v1} v_{s1} + A_{v2} v_{s2} + A_{v3} v_{s3}) \end{aligned}$$

(2) 当 $v_s = v_{s1} = v_{s2} = v_{s3} = 10 \text{ mV}$ 时， $v_o = 2 \text{ V}$ ， $A_{v1} = A_{v2}$ ， $A_{v3} = 2A_{v1}$ 时，计算 A_{v1} 、 A_{v2} 、 A_{v3} 的值如下：

输出电压 v_o 可写为

$$\begin{aligned} 2 \text{ V} &= -(A_{v1} v_{s1} + A_{v2} v_{s2} + A_{v3} v_{s3}) \\ &= -(A_{v1} + A_{v1} + 2A_{v1}) v_s \\ 2 \text{ V} &= -4A_{v1} \times 10 \text{ mV} \end{aligned}$$

故

$$A_{v1} = -\frac{2 \text{ V}}{4 \times 10 \text{ mV}} = -50, \quad A_{v2} = -50, \quad A_{v3} = -100$$

(3) 选择 $R_4 = 100 \text{ k}\Omega$

$$|A_{v2}| = |A_{v1}| = \frac{R_4}{R_s + R_1}$$

$$R_s + R_1 = \frac{R_4}{|A_{v1}|} = \frac{100 \text{ k}\Omega}{50} = 2 \text{ k}\Omega$$

$$R_1 = R_2 = 2 \text{ k}\Omega - 0.5 \text{ k}\Omega = 1.5 \text{ k}\Omega$$

$$R_s + R_3 = \frac{R_4}{|A_{v3}|} = \frac{100 \text{ k}\Omega}{100} = 1 \text{ k}\Omega, R_3 = 1 \text{ k}\Omega - 0.5 \text{ k}\Omega = 0.5 \text{ k}\Omega$$

2.4.4 积分电路和微分电路

1. 积分电路

积分是一种常见的数学运算，这里所讨论的是模拟积分。积分电路如图 2.4.6 所示。利用虚地和虚断的概念： $v_N = 0$ ， $i_1 = 0$ ，因此有 $i_1 = i_2 = i$ ，电容器 C 以电流 $i_1 = v_1/R$ 进行充电。假设电容器 C 初始电压 $v_c(0) = 0$ ，则

$$\begin{aligned} v_N - v_o &= \frac{1}{C} \int i_1 dt = \frac{1}{C} \int \frac{v_1}{R} dt \\ v_o &= -\frac{1}{RC} \int v_1 dt \quad (2.4.11) \end{aligned}$$

上式表明，输出电压 v_o 为输入电压 v_1 对时间的积分，负号表示它们在相位上是相反的。

当输入信号 v_1 为图 2.4.7a 所示的阶跃电压时，在它的作用下，电容器将以近似恒流方式进行充电，输出电压 v_o 与时间 t 成近似线性关系，如图 2.4.7b 所示。因此

$$v_o \approx -\frac{V_i}{RC} t = -\frac{V_i}{\tau} t \quad (2.4.12)$$

式中 $\tau = RC$ 为积分时间常数。由图 2.4.7b 可知，当 $t = \tau$ 时， $-v_o = V_i$ 。当 $t > \tau$ ， v_o 增大，直到 $-v_o = +V_{om}$ ，即运放输出电压的最大值 V_{om} 受直流电源电压的限制，致使运放进入饱和状态， v_o 保持不变，而停止积分。

图 2.4.6 所示积分电路，可用来作为显示器的扫描电路、模数转换器或作为数学模拟运算器等。

例 2.4.3 设电路如图 2.4.6 所示，电路中电源电压 $V_+ = +15 \text{ V}$ ， $V_- = -15 \text{ V}$ ， $R = 10 \text{ k}\Omega$ ， $C = 5 \text{ nF}$ ，输入电压 v_1 波形如图 2.4.8a 所示，在 $t =$

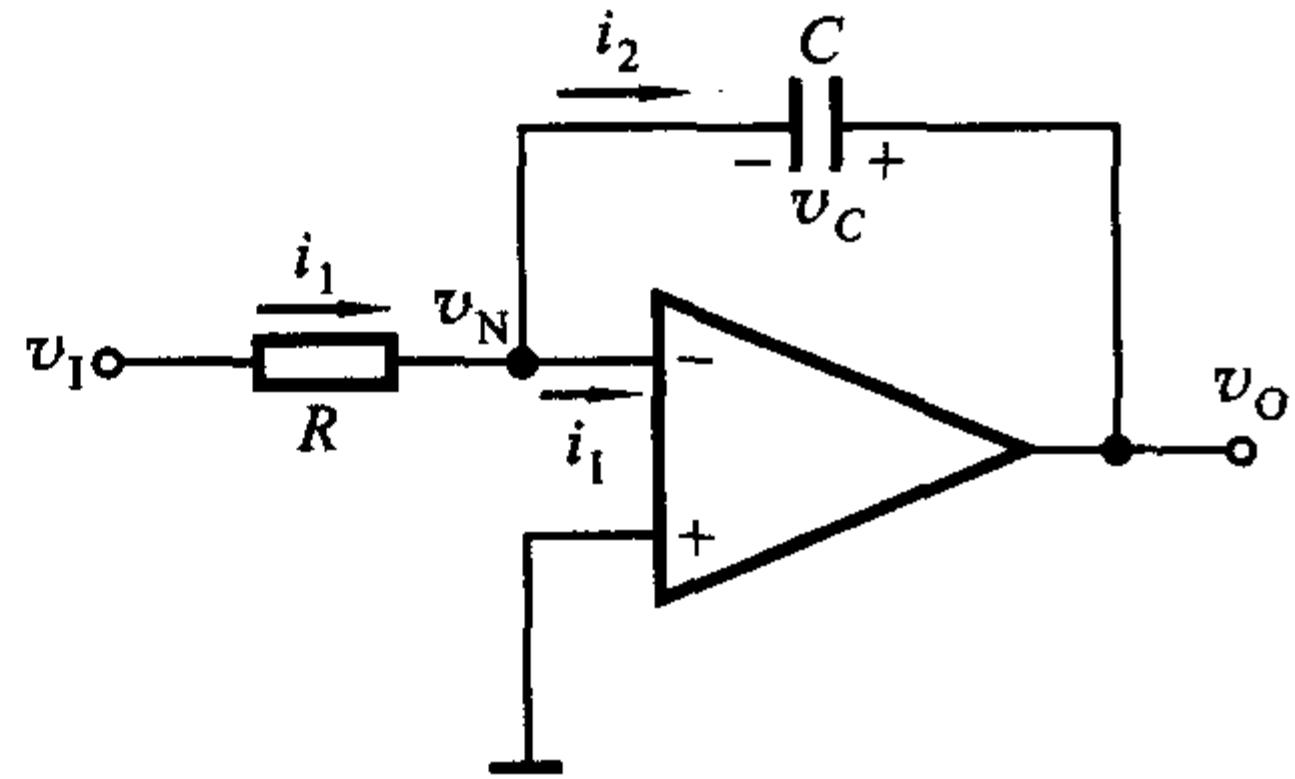


图 2.4.6 积分电路

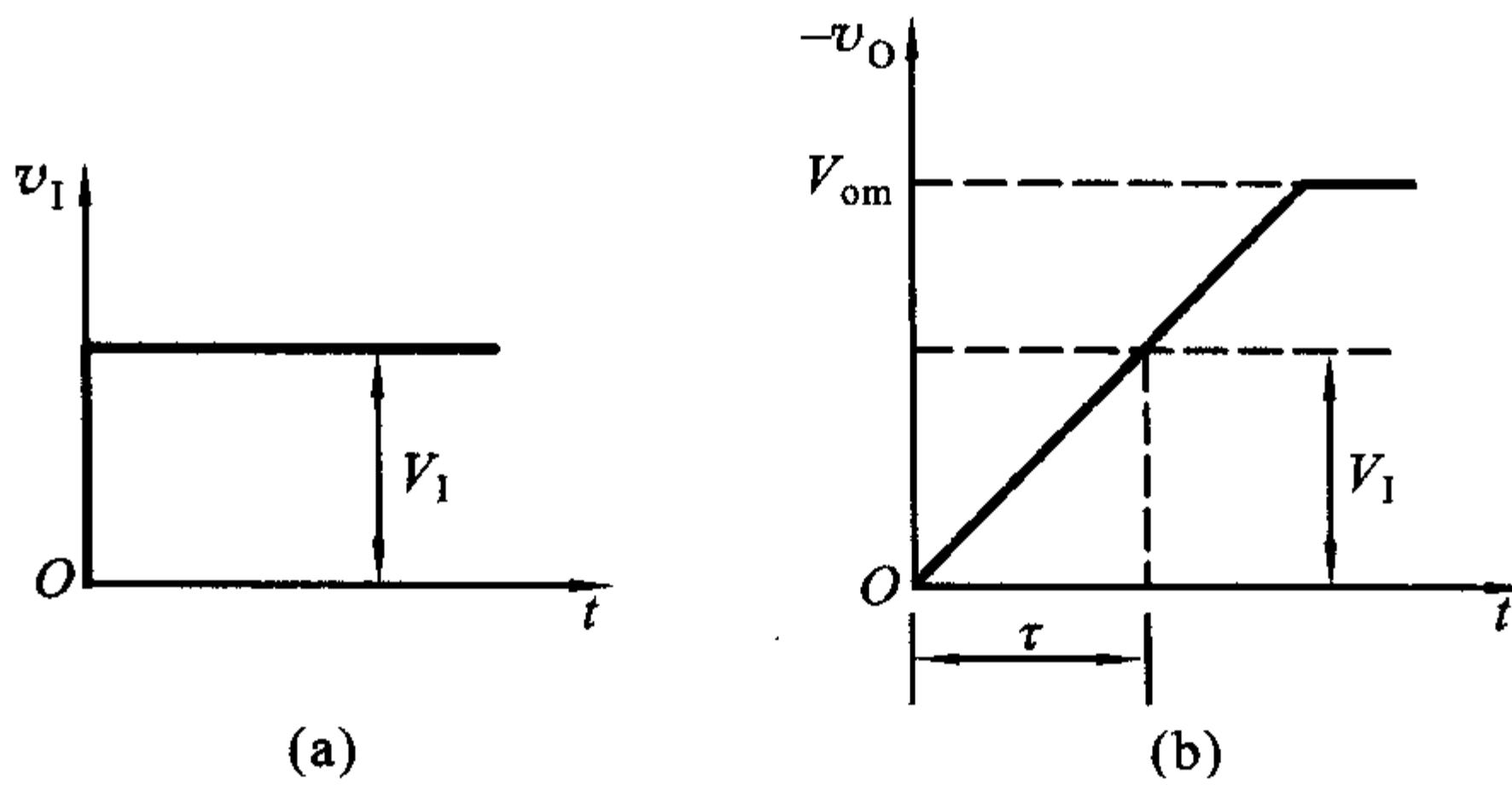


图 2.4.7 积分电路的阶跃响应

(a) 输入电压信号 v_I 波形 (b) 输出电压 v_O 波形

0 时, 电容器 C 的初始电压 $v_c(0) = 0$, 试画出输出电压 v_o 的波形, 并标出 v_o 的幅值。

解: 在 $t=0$ 时, $v_o(0)=0$, 当 $t_1=40 \mu\text{s}$ 时

$$\begin{aligned} v_o(t_1) &= -\frac{v_1}{RC}t_1 \\ &= -\frac{-10 \times 40 \times 10^{-6}}{10 \times 10^3 \times 5 \times 10^{-9}} \text{V} = 8 \text{ V} \end{aligned}$$

当 $t_2=120 \mu\text{s}$ 时

$$\begin{aligned} v_o(t_2) &= v_o(t_1) - \frac{v_1}{RC}(t_2 - t_1) \\ &= 8 \text{ V} - \frac{5 \times (120 - 40) \times 10^{-6}}{10 \times 10^3 \times 5 \times 10^{-9}} \text{V} \\ &= 0 \text{ V} \end{aligned}$$

输出电压 v_o 的波形如图 2.4.8b 所示。

由于 $v_N=0$, 电容器两端的电压 $v_c=v_o$ 。

2. 微分电路

将图 2.4.6 积分电路中的电阻和电容元件对换位置, 并选取比较小的时间常数 RC , 便得

图 2.4.9 所示的微分电路。这个电路同样存在虚地, $v_N=0$ 和虚断 $i_1=0$, $i_1=i$ 。

设 $t=0$ 时, 电容器 C 的初始电压 $v_c(0)=0$, 当信号电压 v_I 接入后, 便有

$$i_1 = C \frac{dv_I}{dt}$$

$$v_N - v_o = i_1 R = RC \frac{dv_I}{dt}$$

从而得

$$v_o = -RC \frac{dv_I}{dt} \quad (2.4.13)$$

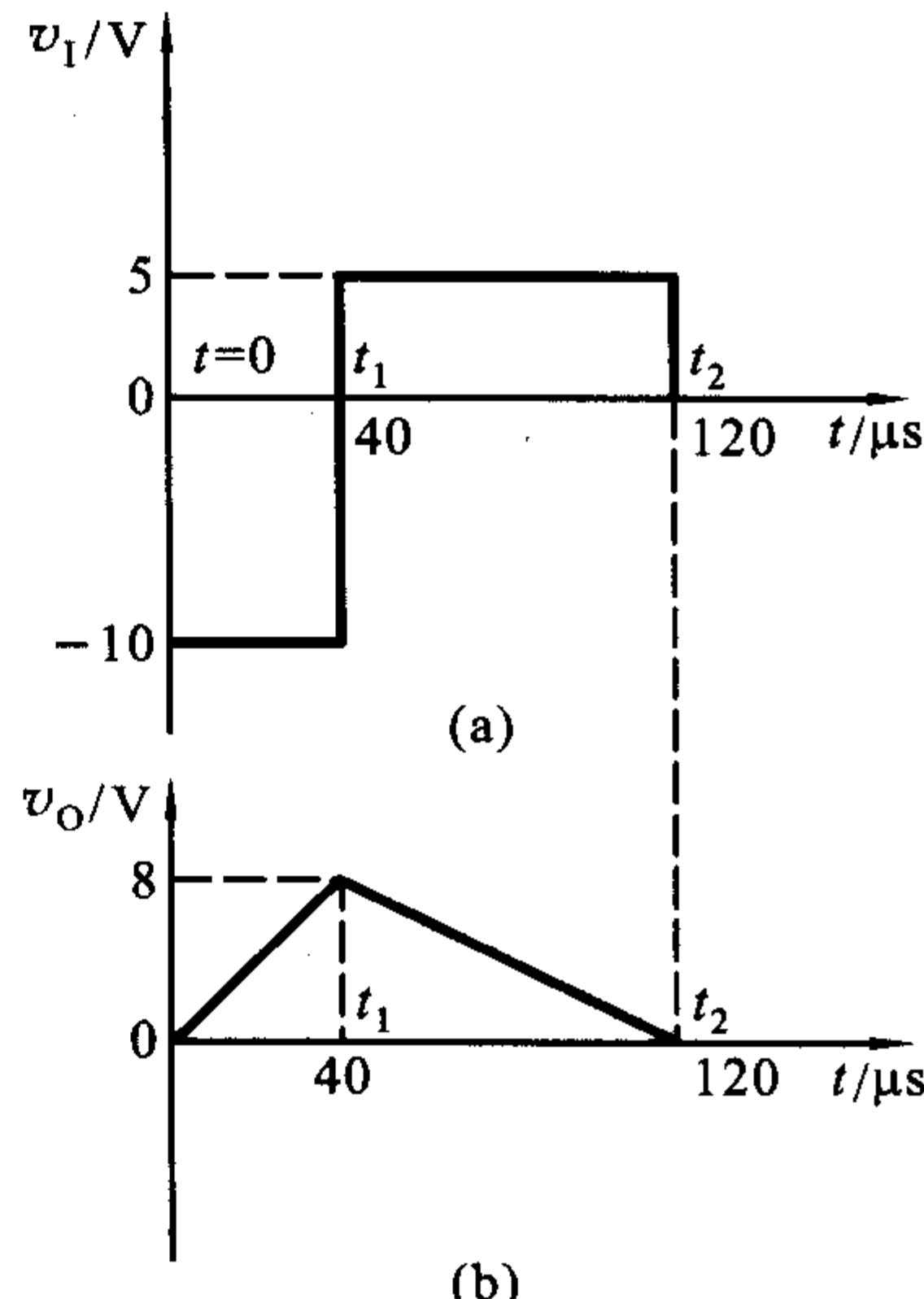


图 2.4.8

(a) v_I 的波形 (b) v_o 的波形

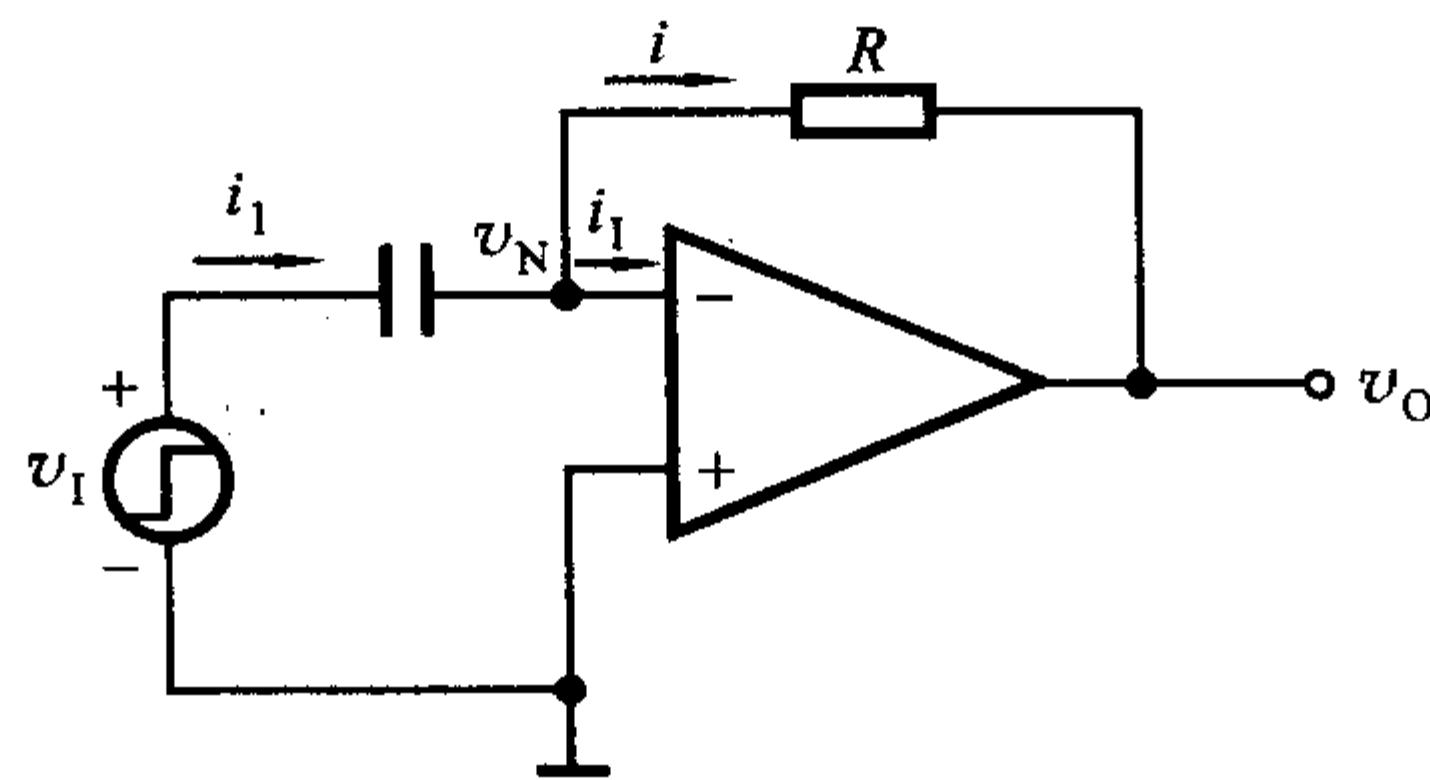


图 2.4.9 微分电路

上式表明，输出电压 v_o 正比于输入电压 v_i 对时间的微商，负号表示它们的相位相反。

当输入电压 v_i 为阶跃信号时，考虑到信号源总存在内阻，在 $t = 0$ 时，输出电压仍为一个有限值。随着电容器 C 的充电，输出电压 v_o 将逐渐地衰减，最后趋近于零，如图 2.4.10b 所示。

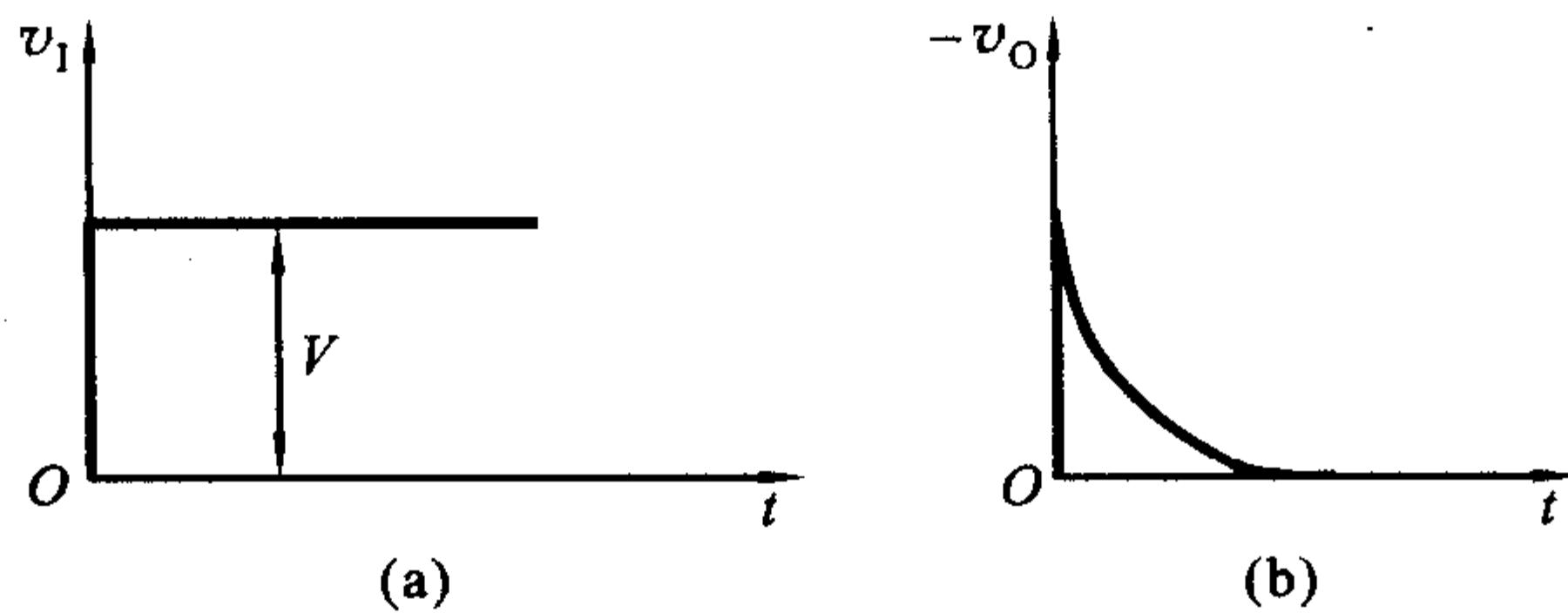


图 2.4.10 微分电路的电压波形

(a) 输入电压 v_i (b) 输出电压 v_o

如果输入信号是正弦函数 $v_i = \sin \omega t$ ，则输出信号 $v_o = -RC\omega \cos \omega t$ 。此式表明， v_o 的输出幅度将随频率的增加而线性地增加。因此微分电路对高频噪声特别敏感，以致输出噪声可能完全淹没微分信号。一种改进型的微分电路见习题 2.4.12。

微分电路的应用是很广泛的，在线性系统中，除了可作微分运算外，在数字电路中，常用来作波形变换，例如将矩形波变换为尖顶脉冲波。

归纳与推广

以上分析了求和、求差、积分、微分等运算电路。在这些电路中是图 2.4.11 中的 Z_1 和 Z_2 用简单的 R 、 C 元件代替组成的。一般说来，它们可以是 R 、 L 、 C 元件的串联或并联组合。应用

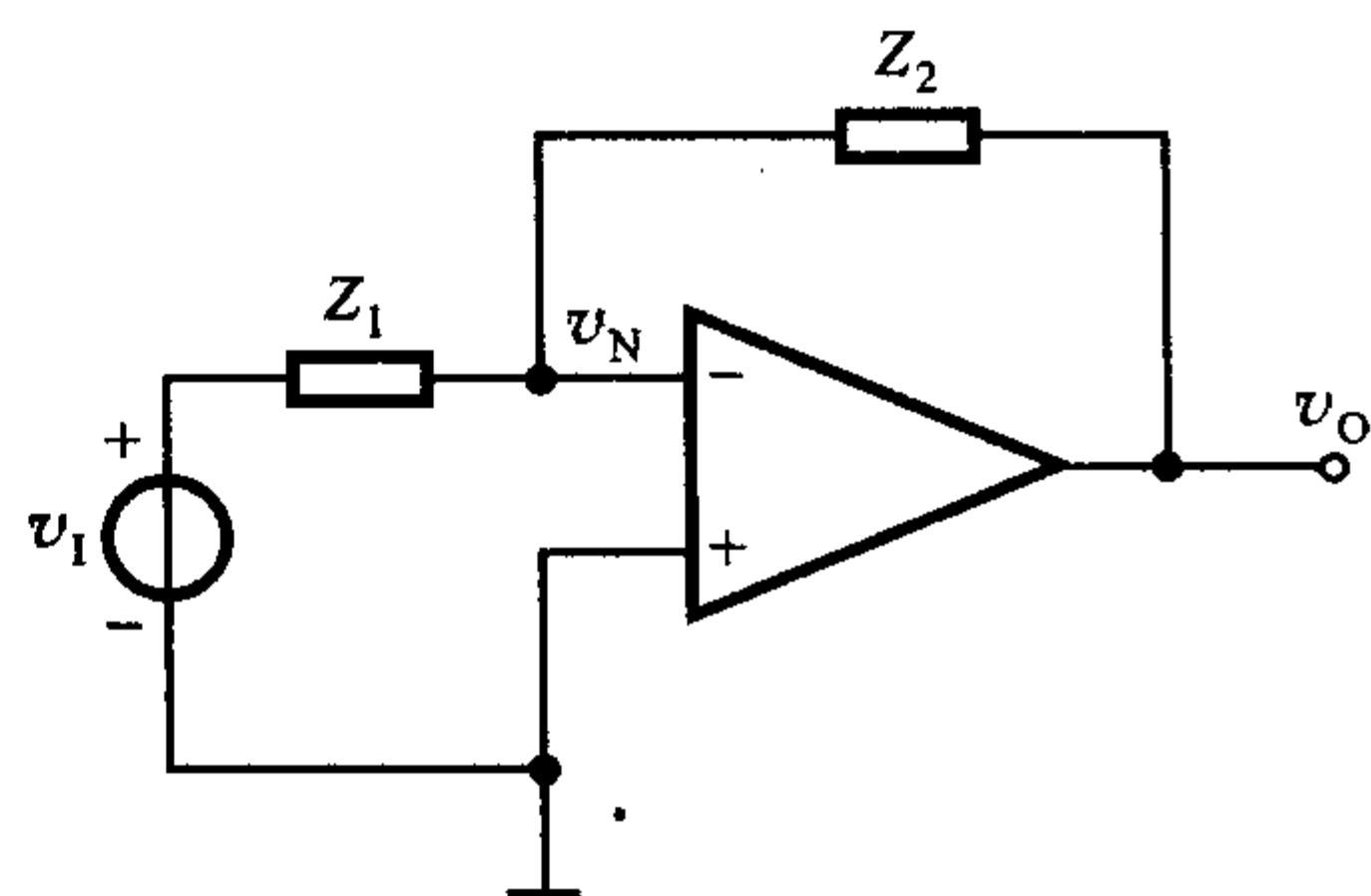


图 2.4.11 反相运算电路

拉氏变换，将 Z_1 和 Z_2 写成运算阻抗的形式 $Z_1(s)$ 、 $Z_2(s)$ ，其中 s 为复频率变量。这样，电流的表达式就成为 $I(s) = V(s)/Z(s)$ ，而输出电压为

$$V_o(s) = -\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)}V_i(s) \quad (2.4.14)$$

这是反相运算电路的一般数学表达式。改变 $Z_1(s)$ 和 $Z_2(s)$ 的形式，即可实现各种不同的数学运算。

例如，图 2.4.12a 所示是一种比较复杂的运算电路，它的传递函数为

$$\begin{aligned} A(s) &= \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{R_2 + \frac{1}{sC_2}}{\frac{R_1}{sC_1} / \left(R_1 + \frac{1}{sC_1} \right)} \\ &= -\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2} + sR_2C_1 + \frac{1}{sR_1C_2} \right) \end{aligned} \quad (2.4.15)$$

上式右侧括号内第一、二两项表示比例运算；第三项表示微分运算，第四项表示积分运算。图 2.4.12b 表示阶跃信号作用下的响应。

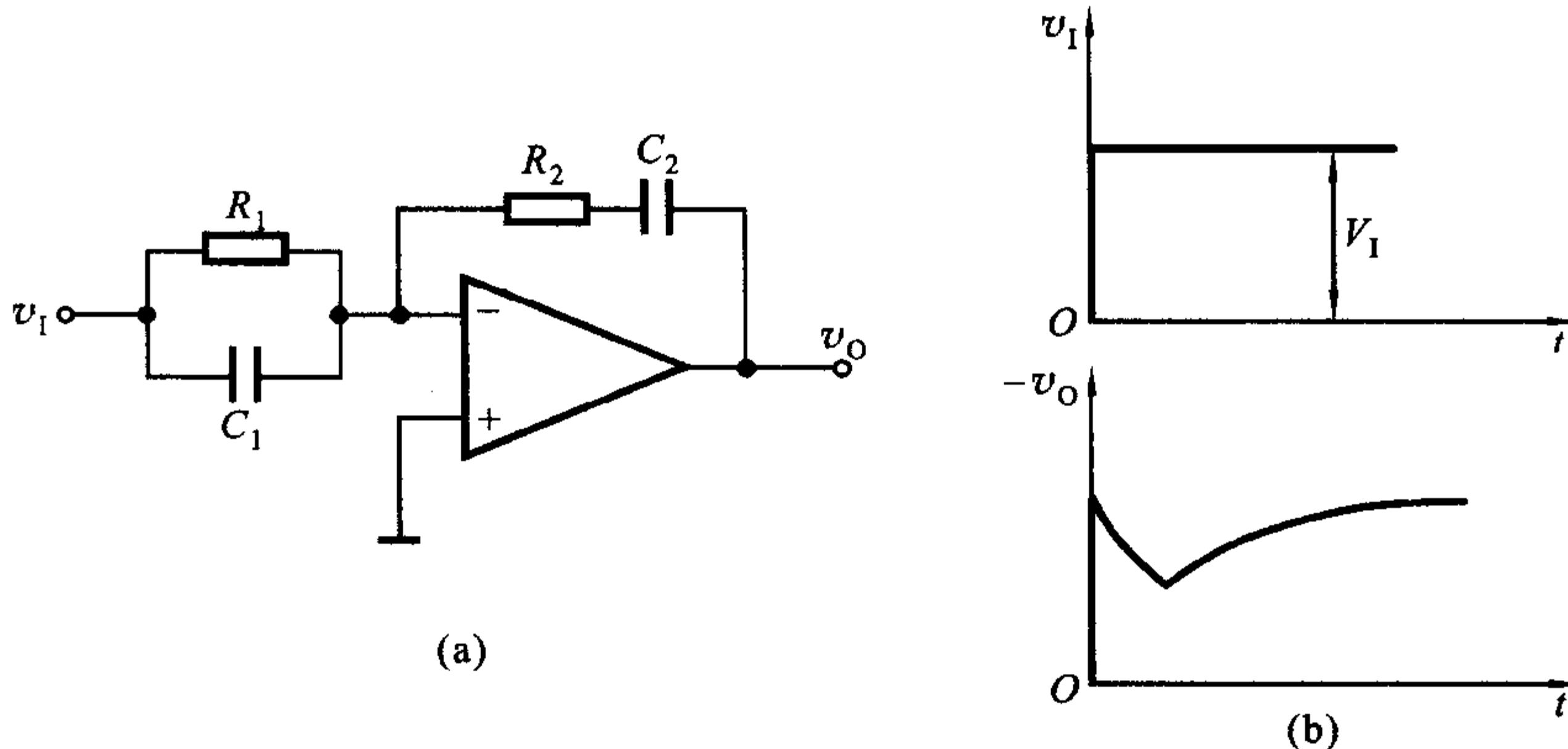


图 2.4.12 比例 - 积分 - 微分运算

(a) 电路图 (b) 阶跃响应

在自动控制系统中，比例 - 积分 - 微分运算经常用来组成 PID^① 调节器。在常规调节中，比例运算、积分运算常用来提高调节精度，而微分运算则用来加速过渡过程。

复习思考题

2.4.1 试画出下列电路：(1)求差电路；(2)仪用放大器；(3)反相求和电路；(4)反相积分和微分电路。利用虚短、虚断或虚地概念求每个电路输出电压 v_o 和输

^① PID 是英文 Proportional - Integral - Differential 的缩写。

入电压 v_i 的关系。

2.4.2 画出实现下列关系的电路：

(1) $v_o = -3v_{i1} - v_{i2} - 0.2v_{i3}$ (设跨接在输出端和反相输入端之间的电阻 $R_f = 100 \text{ k}\Omega$)

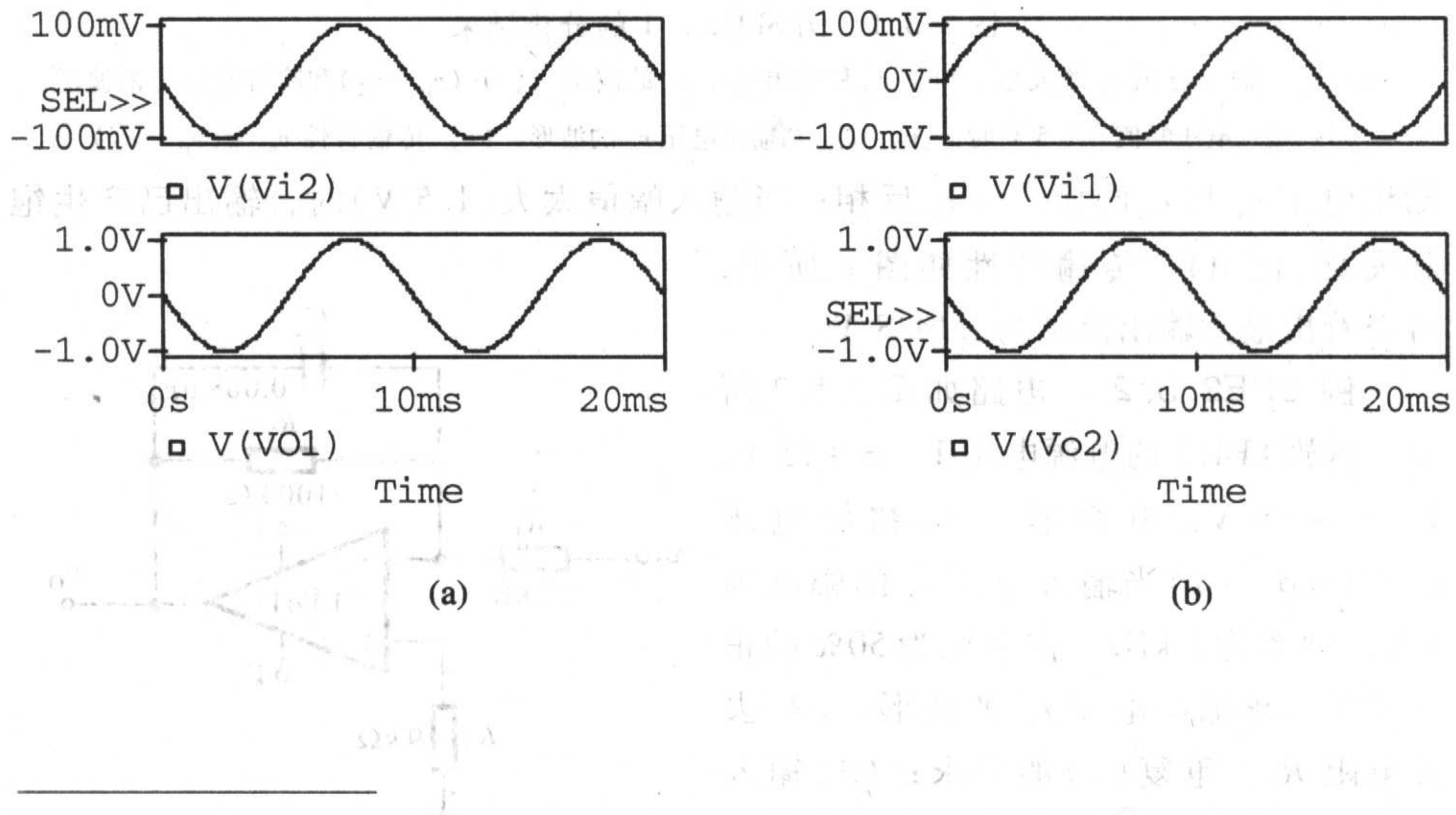
(2) $v_o = -10 \int_0^t v_{i1}(t) dt - 2 \int_0^t v_{i2}(t) dt$

(给定 $C_1 = 1 \mu\text{F}, v_o(t)|_{t=0} = 0$)

2.5 SPICE^① 仿真例题

例 SPE2.5.1 求差电路如图 2.4.1 所示，运放选用 741，电源电压 $V_+ = +V_1 = +15 \text{ V}$, $V_- = -V_2 = -15 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_4 = R_3 = 100 \text{ k}\Omega$, 输入信号电压 $v_{i1} = 0.1 \sin 2\pi \times 100t (\text{V})$, $v_{i2} = -0.1 \sin 2\pi \times 100t (\text{V})$ 。(1) 当输入信号电压 $v_{i1} = 0$, 加入 v_{i2} 时, 绘出 v_{i2} 和输出电压 v_{o1} 的波形; 当输入信号电压 $v_{i2} = 0$, 加入 v_{i1} 时, 绘出 v_{i1} 和输出电压 v_{o1} 的波形; 当加入 v_{i1} 、 v_{i2} 时, 绘出 $(v_{i1} - v_{i2})$ 和输出电压 v_{o3} 的波形; (2) 当 $v_{i1} = -v_{i2} = 1.5 \sin 2\pi \times 100t (\text{V})$, 绘出 $(v_{i1} - v_{i2})$ 和输出电压 v_{o4} 的波形; (3) 作出该电路的传输特性 $v_o = f(v_{i1} - v_{i2})$ 。

解：时域分析，(1) 和(2) 的结果如图 2.5.1a、b、c、d 所示。由图可知，



① 系 Simulation Programs with Integrated Circuit Emphasis 之字头，最早由美国加州大学伯克利分校于 1970 年开发，详见附录 A。

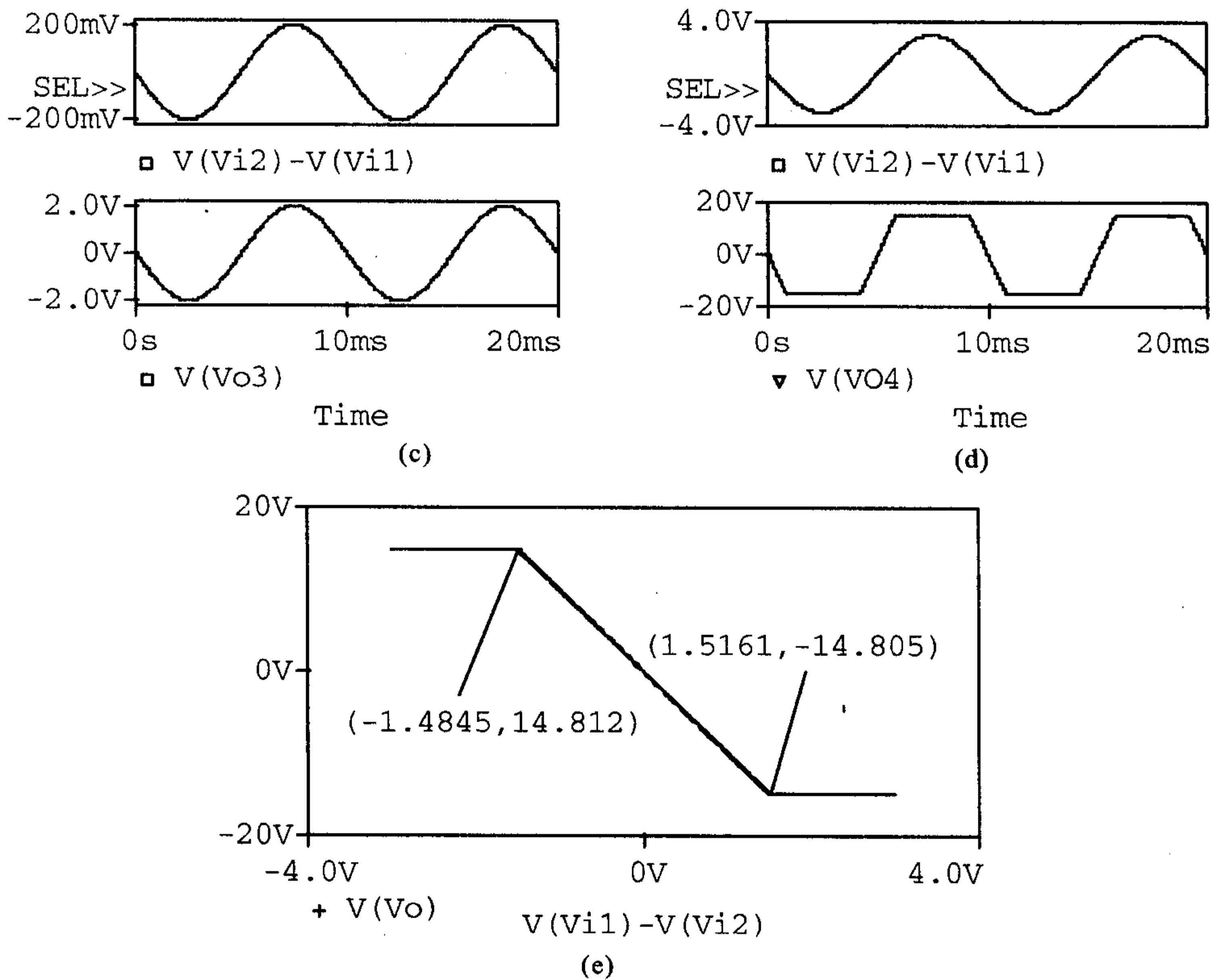


图 2.5.1 例 SPE2.5.1 的分析结果

(a) v_{i2} 和输出电压 v_o 的波形 (b) v_{i1} 和输出电压 v_o 的波形 (c) $(v_{i1} - v_{i2})$ 和输出电压 v_o 的波形

(d) 输入电压幅值为 1.5 V 时, $(v_{i1} - v_{i2})$ 和输出电压 v_o 的波形 (e) 传输特性 $v_o = f(v_{i1} - v_{i2})$

输出电压 v_o 与 v_{i2} 同相, 与 v_{i1} 反相; 当输入幅值太大(1.5 V)时, 输出已产生饱和失真(图 d)。传输特性如图 e 所示, 可以看出最大输出范围为 $\pm 14.8 \text{ V}_o$ 。

例 SPE2.5.2 电路如图 2.5.2 所示。运放 LF411 的电源电压 $V_+ = +15 \text{ V}$, $V_- = -15 \text{ V}$, 电容器 C 的初始电压 $v_c(0) = 0$ 。(1)当输入电压 v_i 的幅度为 1 V, 频率为 1 kHz, 占空比为 50% 的正方波时, 求输出电压 v_o 的波形; (2)去掉电阻 R_2 , 重复(1)的要求; (3)输入脉冲电压信号正向幅度为 9 V, 宽度为 10 μs , 负向幅度为 -1 V, 宽度为

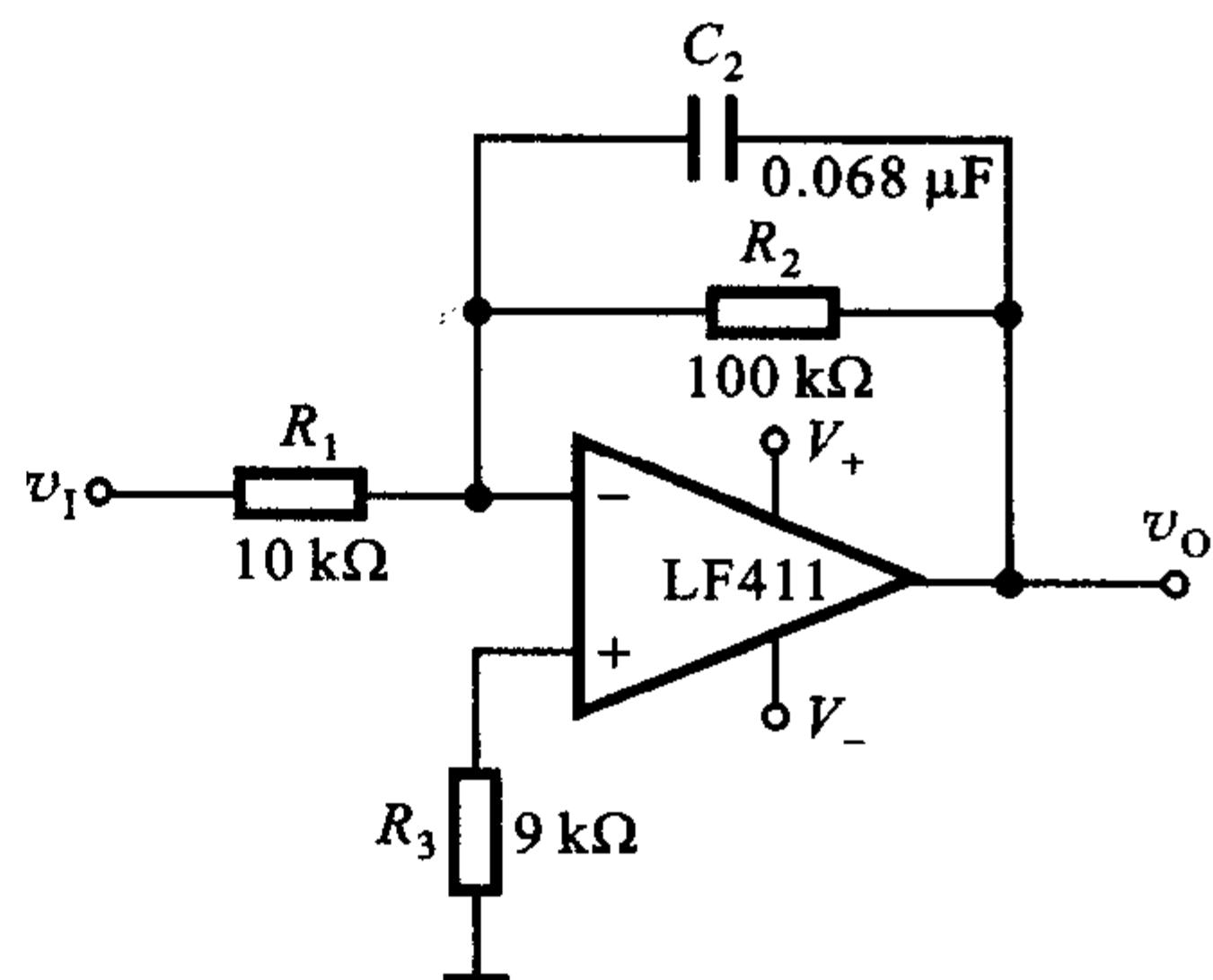


图 2.5.2 例 2.5.2 的电路

$90 \mu s$, 周期 T 为 $100 \mu s$, 求输出电压 v_0 的波形。

解: (1) 设置 Time Domain(时域)分析功能, 输出电压 v_0 的波形如图 2.5.3a 所示。由图中看出, 电路开始工作后, 要经过一定时间, 输出电压才能稳定。图 b 是 v_0 稳定后, v_1 和 v_0 的波形。 v_0 为三角波。

(2) 去掉电阻 R_2 后, 输出电压波形如图 2.5.3c 所示。由图中看出, 由于电容器 C 没有放电回路, 输出电压 v_0 经过一段时间达到饱和状态, $v_0 = -14.304 V$ 。此时电压值接近 V_- 值, 已无三角波电压输出。

(3) 当 v_1 的 $T = 100 \mu s$, 占空比为 10% 时, 正向幅度为 9 V, 负向幅度为

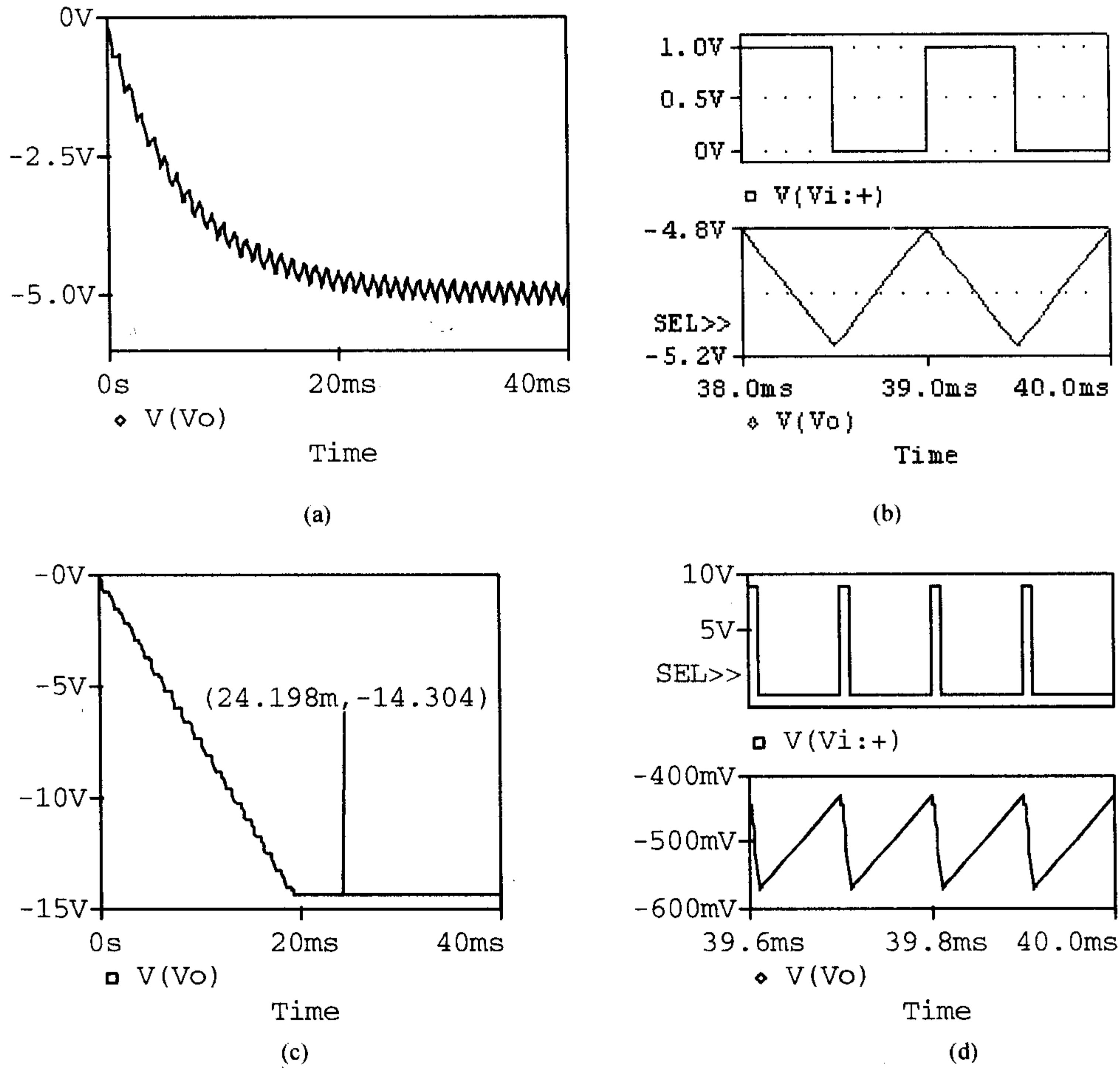


图 2.5.3 例 SPE2.5.2 的分析结果

(a) v_0 建立过程的波形 (b) v_1 和 v_0 的稳态波形 (c) R_2 断开后 v_0 的波形

(d) v_1 占空比为 10% 时, v_1 和 v_0 的稳态波形

-1 V，电路接入 R_2 ，再进行时域分析，输入电压 v_i 和输出电压 v_o 的稳态波形如图 2.5.3d 所示。此时 v_o 为锯齿波。



小结

□ 集成运算放大器是一种高增益直接耦合放大器，它作为基本的电子器件，可以实现多种功能电路，如电子电路中的比例、求和、求差、积分和微分等模拟运算电路。

□ 运算放大器有两个工作区域。在线性区它放大小信号；输入为大信号时，它工作在非线性区，输出电压扩展到饱和值 $\pm V_{om}$ 。

□ 理想运放具有理想参数，即 $A_{vo} \rightarrow \infty$, $r_i \rightarrow \infty$, $r_o \rightarrow 0$ 。

□ 当使运放电路稳定地工作在线性区，均需引入深度负反馈，运放工作在线性区，结果导致两输入端之间的电压差 $(v_p - v_n) \rightarrow 0$ ，由此可导出虚短和虚断两个重要概念，其中前者是本质的，而后者则是派生的。虚短和虚断概念对分析由运放组成的各种线性应用电路非常重要。用它可求出运放电路输出与输入的函数关系。

□ 同相放大电路和反相放大电路是两种最基本的线性应用电路。由此可推广到求和、求差、积分和微分等电路。这种由理想运放组成的线性应用电路输出与输入的关系(电路闭环特性)只取决于运放外部电路的元件值，而与运放内部特性(A_{vo} 、 r_i 、 r_o)几乎无关。

□ 对含有电阻、电容元件的积分和微分电路可以应用简单时间常数 RC 电路的瞬态响应，并结合理想运放电路的特性进行分析。



习题

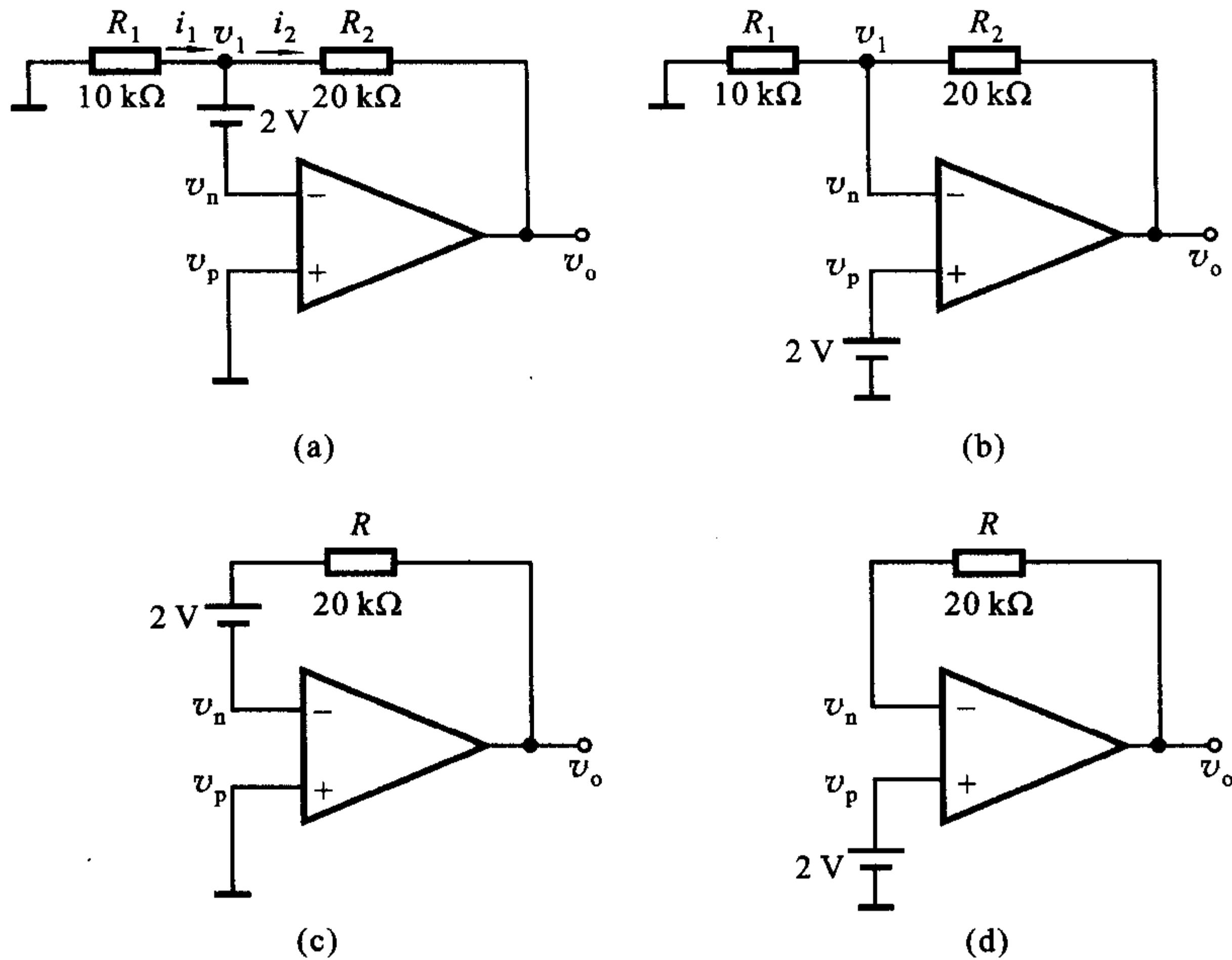
2.1 集成电路运算放大器

2.1.1 电路如图 2.1.3 所示，运放的开环电压增益 $A_{vo} = 10^6$ ，输入电阻 $r_i = 10^9 \Omega$ ，输出电阻 $r_o = 75 \Omega$ ，电源电压 $V_+ = +10 \text{ V}$, $V_- = -10 \text{ V}$ 。(1)求运放输出电压为饱和值时输入电压的最小幅值 $v_p - v_n = ?$ (2)输入电流 $i_i = ?$

2.1.2 电路如图 2.1.3 所示，运放的 $A_{vo} = 2 \times 10^5$, $r_i = 2 \text{ M}\Omega$, $r_o = 75 \Omega$, $V_+ = 12 \text{ V}$, $V_- = -12 \text{ V}$ ，设输出电压的最大饱和电压值 $\pm V_{om} = \pm 11 \text{ V}$ 。(1)如果 $v_p = 25 \mu\text{V}$, $v_n = 100 \mu\text{V}$ ，试求输出电压 $v_o = ?$ 实际上 v_o 应为多少？(2)设 $V_{om} = \pm 11 \text{ V}$ ，画出它的传输特性。

2.3 基本线性运放电路

2.3.1 设图题 2.3.1 中的运放为理想器件，试求出图 a、b、c、d 中电路输出电压 v_o 的值。



图题 2.3.1

2.3.2 电路如图题 2.3.2 所示，设运放是理想的，图 a、b 电路中的 $v_i = 6\text{ V}$ ，图 c 电路中 $v_{i1} = 0.6\text{ V}$ 、 $v_{i2} = 0.8\text{ V}$ ，求各运放电路的输出电压 v_o 和图 a、b 中各支路的电流。

2.3.3 (1)设计一同相放大电路，如图 2.3.1a 所示，其闭环增益 $A_v = 10$ ，当 $v_i = 0.8\text{ V}$ 时，流过每一电阻的电流小于 $100\text{ }\mu\text{A}$ ，求 R_1 和 R_2 的最小值；

(2) 设计一反相放大电路，如图 2.3.1b 所示，要求电压增益 $A_v = v_o/v_i = -8$ ，当输入电压 $v_i = -1\text{ V}$ 时，流过 R_1 和 R_2 的电流小于 $20\text{ }\mu\text{A}$ ，求 R_1 和 R_2 的最小值。

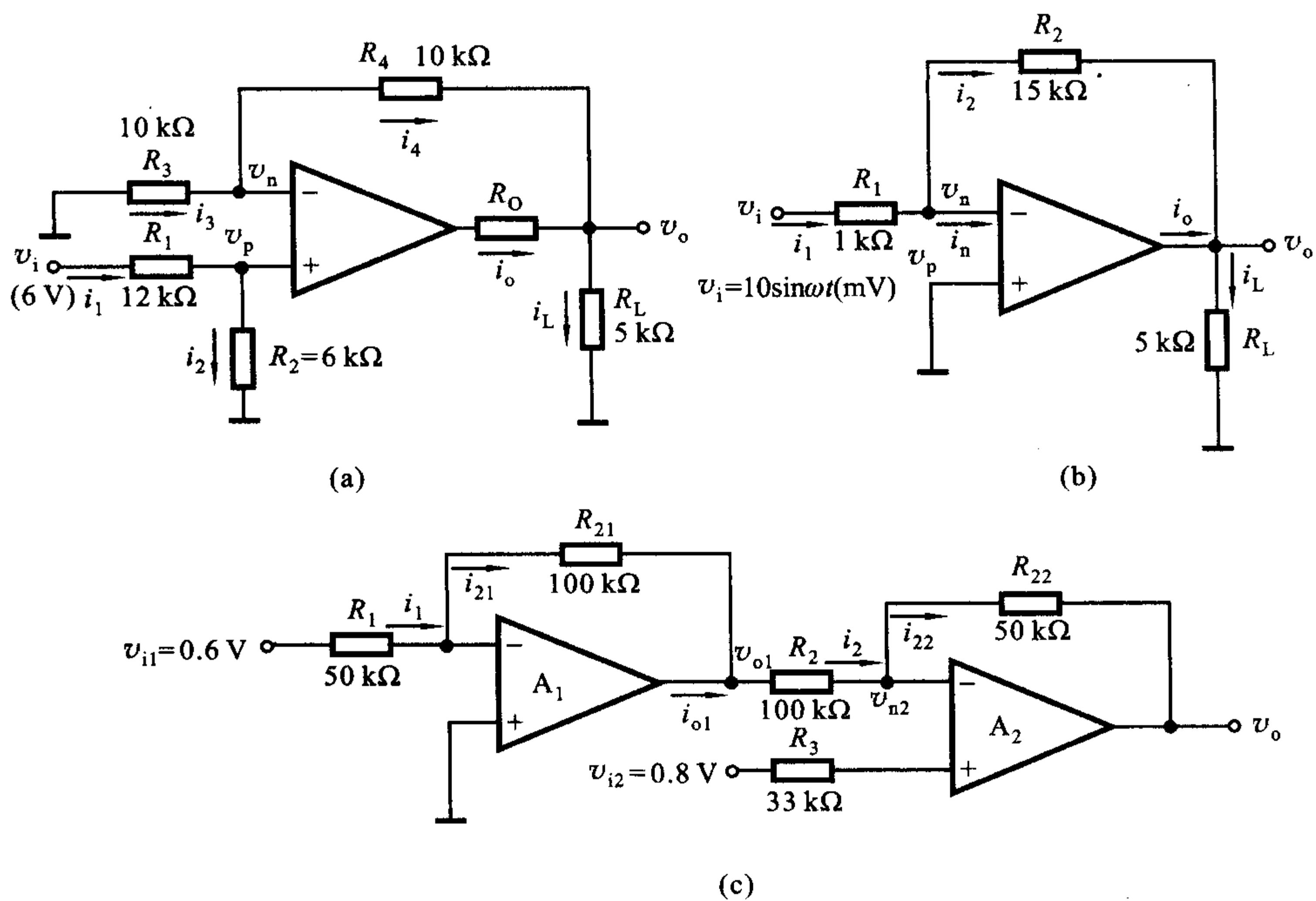
2.3.4 电流-电压转换器如图题 2.3.4 所示。设光探测仪的输出电流作为运放的输入电流 i_s ；信号内阻 $R_s \gg R_i$ ，试证明输出电压 $v_o = -i_s R_o$ 。

2.3.5 电路如图题 2.3.5 所示，设运放是理想的，三极管 T 的 $V_{BE} = V_B - V_E = 0.7\text{ V}$ 。(1)求出三极管的 c、b、e 各极的电位值；(2)若电压表的读数为 200 mV ，试求三极管电流放大系数 $\beta = I_C/I_B$ 的值。

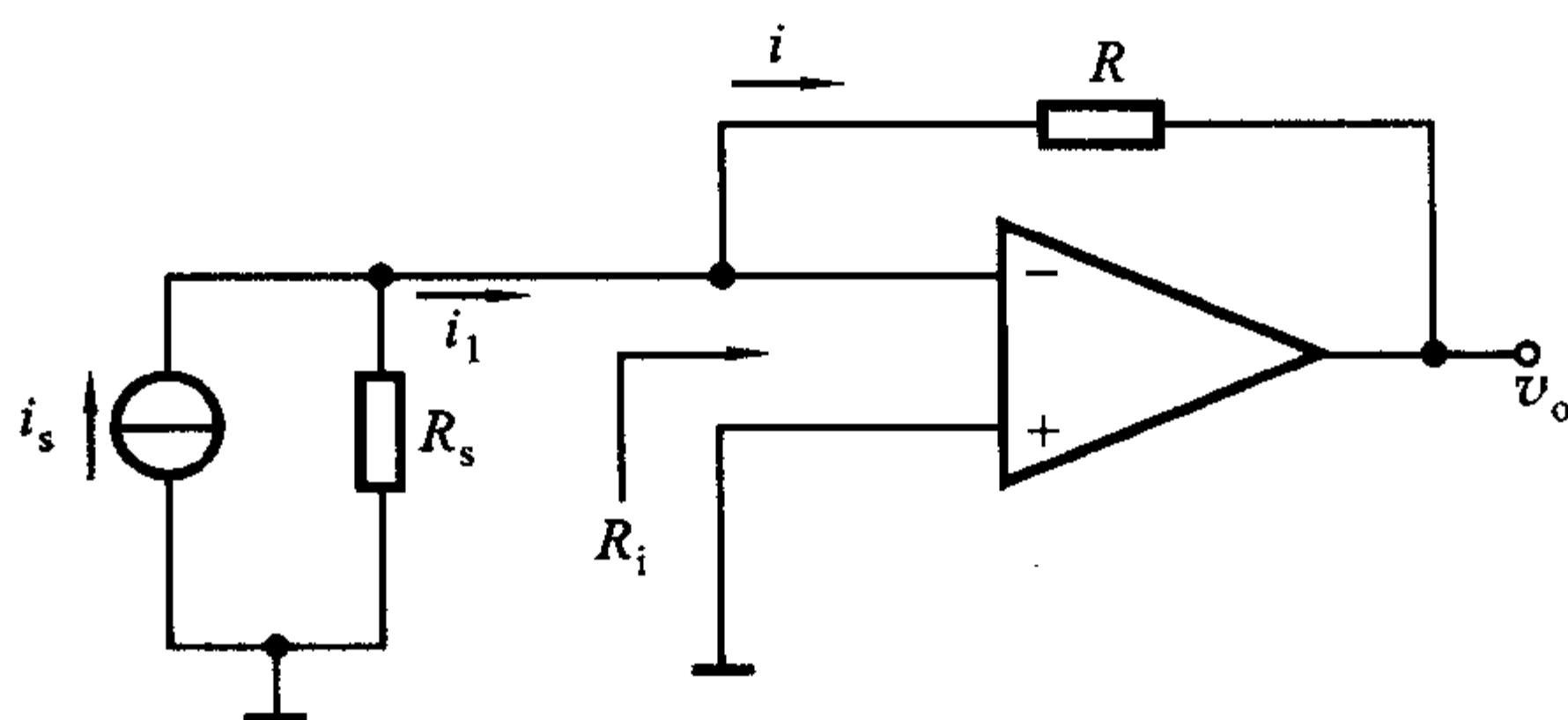
2.4 同相输入和反相输入放大电路的其他应用

2.4.1 一高输入电阻的桥式放大电路如图题 2.4.1 所示，试写出 $v_o = f(\delta)$ 的表达式 ($\delta = \Delta R/R$)。

2.4.2 图题 2.4.2 所示为一增益线性调节运放电路，试求出该电路的电压增益 $A_v = v_o/(v_{i1} - v_{i2})$ 的表达式。



图题 2.3.2



图题 2.3.4

