

图 5.12 (a)用以近似表示某 -12 V 汽车电池性能的实际电源, 它接有负载电阻 R_L ; (b) I_L 和 V_L 之间呈线性关系

这是 I_L 与 V_L 的线性方程, 图 5.12(b)中的曲线是一条直线。直线上的每一点对应一个不同的 R_L 值。例如, 当负载电阻等于实际电池内阻时, 即 $R_L = 0.01 \Omega$, 对应于直线的中点。此时负载电压恰好等于理想电源电压的一半。

当 $R_L = \infty$ 时, 没有任何电流流向负载, 实际电源为开路, 端电压即开路电压为 $V_{L_{oc}} = 12$ V。另一方面, 当 $R_L = 0$, 即负载短路时, 可能产生的负载电流即短路电流为 $I_{L_{sc}} = 1200$ A (实际上, 这样的试验会导致短接电路本身、电池和连接到电路中的其他测量仪器的损坏)。

因为对于实际电压源, I_L 对 V_L 关系是一条直线, 应该注意到 $V_{L_{oc}}$ 和 $I_{L_{sc}}$ 的值惟一地确定了整个 I_L - V_L 曲线。

在图 5.12 中垂直的虚线表示理想电压源的 I_L - V_L 曲线, 对任何负载电流, 端电压都保持常数。仅当负载电流较小时, 实际电源的端电压才具有接近理想电压源的值。

现在考虑图 5.13(a)所示的一般实际电压源。理想电源的电压为 v_s , 电阻 R_s , 称为内阻或输出电阻, 与电源相串联。再次指出, 这个电阻并不像一个分立元件那样真的存在, 不过是用来说明负载电流增大时端电压的减小。它的存在可以更贴切地模拟实际电压源的特性。

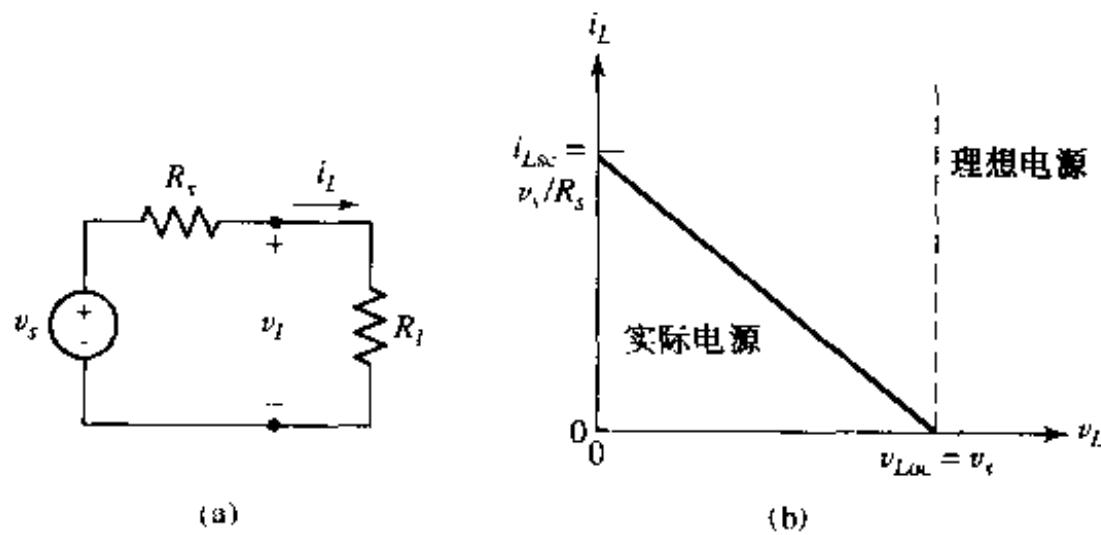


图 5.13 (a)接有负载电阻 R_L 的一般实际电压源; (b) 实际电压源的端电压随着 i_L 上升而下降, 随着 $R_L = v_L / i_L$ 减小而下降。理想电压源的端电压在任何负载电流下保持不变(同时画出)

v_L 与 i_L 的线性关系为:

$$v_I = v_s - R_i i_L \quad (5.9)$$

它的图形见图 5.13(b)。开路电压是 ($R_L = \infty, i_L = 0$)：

$$v_{L\infty} = v_s \quad (5.10)$$

短路电流为 ($R_L = 0, v_L = 0$)：

$$i_{Ls} = \frac{V_s}{R_i} \quad (5.11)$$

这些值是图 5.13(b)中直线的两个截点，它们用来完全地定义直线。

5.3.2 实际电流源

理想电流源在现实世界中也是不存在的，没有一种实际元件能够提供常值电流而不管与其相连的负载电阻大小或者元件端电压的大小。某种晶体管电路能在很广的负载电阻范围内提供常值电流，但是负载电阻总是很大，以至于流过的电流很小。遗憾的是绝无可能得到无限大的功率。

实际电流源定义为理想电流源与一个内阻 R_p 的并联。这样的电源示于图 5.14(a)，图中还标出了与负载电阻相联系的电流 i_L 和电压 v_L 。应用 KCL 有：

$$i_L = i_s - \frac{v_L}{R_p} \quad (5.12)$$

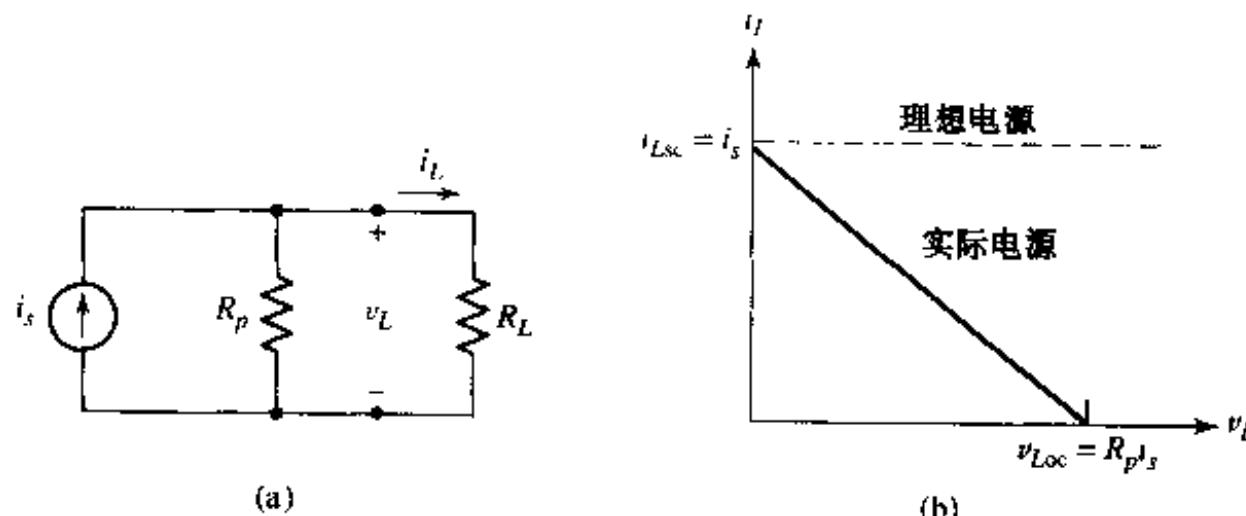


图 5.14 (a) 接有负载电阻 R_L 的一般实际电流源；(b) 实际电流源提供的负载电流作为负载电压的函数

这也是一个线性关系。开路电压和短路电流分别为：

$$v_{L\infty} = R_p i_s \quad (5.13)$$

和

$$i_{Ls} = i_s \quad (5.14)$$

通过改变 R_L 的大小可以考察负载电流随负载电压的变化情况，如图 5.14(b)所示。直线从短路端，即“西北”端出发，直到开路端，即“东南”端，对应电阻 R_L 从零变到无穷大。中点出现在 $R_L = R_p$ 。显然，只是在较小的负载电压下（取 R_L 的值小于 R_p ），负载电流 i_L 才近似等于理想电流源的电流。

5.3.3 等效实际电源

定义了两种实际电源之后,现在准备讨论它们的等效电路。在接有相同的 R_L 时,无论 R_s 数值大小,如果两个电源产生的 v_t 和 i_t 相同,就定义这两个电源等效。因为在 $R_L = \infty$ 和 $R_L = 0$ 时,等效电源提供相同的开路电压和短路电流。换句话说,如果给定两个等效电源,一个实际电压源,另一个是实际电流源,它们分别封装在只留有一对端点的黑匣子内,没有办法通过测量负载电阻上的电流和电压来判断它是哪种电源。

考虑图 5.15(a)中的实际电压源和电阻 R_L ,以及图 5.15(b)中的实际电流源和电阻 R_L 。简单计算指出,图 5.15(a)中 R_L 上的电压为:

$$v_L = v_s \cdot \frac{R_L}{R_s + R_L} \quad (5.15)$$

类似的简单计算指出,图 5.15(b)中 R_L 上的电压为:

$$v_L = [i_s \cdot \frac{R_p}{R_p + R_L}] \cdot R_L$$

如果:

$$R_s = R_p \quad (5.16)$$

和

$$v_s = R_p i_s = R_s i_s \quad (5.17)$$

那么两个实际电源在电气上等效,其中按照习惯标记 R_s 表示两个电源的内阻。

为了说明这些概念的应用,考虑图 5.16(a)所示的实际电流源。因为它的内阻为 2Ω ,等效实际电压源的内阻也是 2Ω ,包含在实际电压源内的理想电压源的电压为 $(2) \times (3) = 6V$ 。等效实际电压源示于图 5.16(b)。

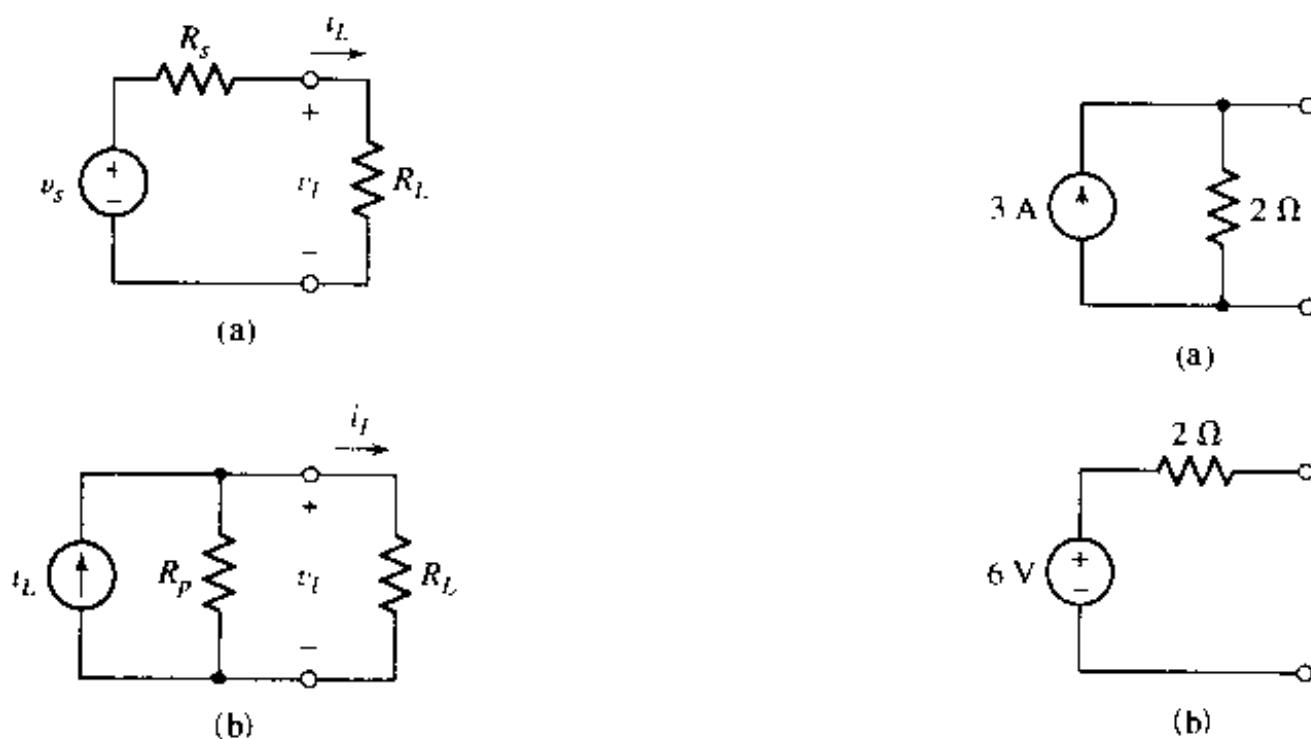


图 5.15 (a)接有负载电阻 R_L 的给定实际电压源;(b)接有同一负载的等效电流源

图 5.16 (a)给定实际电流源;(b)等效实际电压源

为检验等效性,看看两个电源接上 4Ω 电阻的情况。在两种情况下,与 4Ω 电阻相关联的是 $1A$ 电流, $4V$ 电压和 $4W$ 功率。可是如果非常细心,会注意到理想电流源提供 $12W$ 功率,而

理想电压源仅提供 6 W 功率。还有，实际电流源的内阻吸收 8 W 功率，而实际电压源的内阻仅吸收 2 W 功率。如此看到，两个实际电源只是在输出到负载端上的情况等效，它们在内部并不等效！

例题 5.4 将图 5.17(a) 中的 9 mA 电源变换为等效电压源，然后计算 $4.7 \text{ k}\Omega$ 电阻上的电流

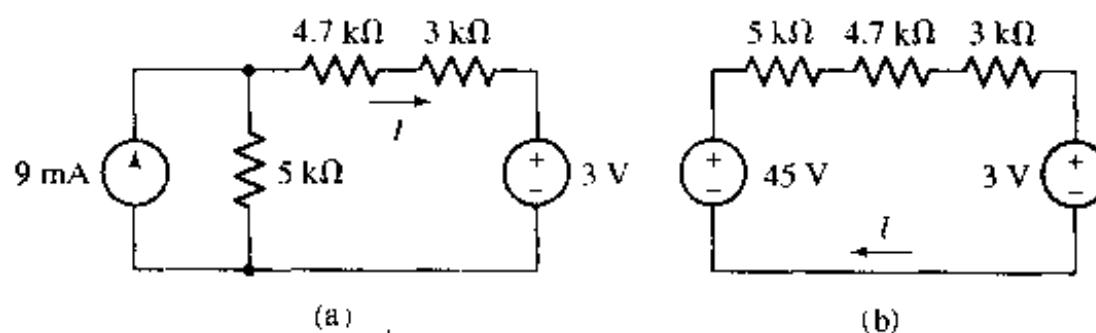


图 5.17 (a) 同时具有电压源和电流源的电路；(b)
将 9 mA 电源变换为等效电压源后的电路

等效电路由 $(9 \text{ mA}) \times (5 \text{ k}\Omega) = 45 \text{ V}$ 独立电压源和串联的 $5 \text{ k}\Omega$ 电阻组成，如图 5.17(b) 所示。

简单回路的 KVL 方程为：

$$-45 + 5000I + 4700I + 3000I + 3 = 0$$

容易解得 $I = 3.307 \text{ mA}$ 。

练习

5.3 对图 5.18 中电压源进行电源变换，然后计算通过 $47 \text{ k}\Omega$ 电阻的电流。

答案：192 μA

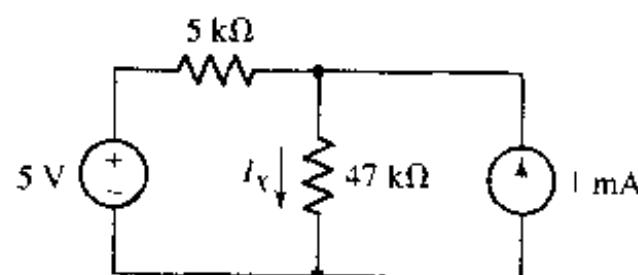


图 5.18

例题 5.5 利用电源变换方法，计算图 5.19(a) 中 2Ω 电阻上的电流

首先将每个电流源转化为电压源 [图 5.19(b)]，策略在于把电路转变成一个简单回路。

必须注意保留 2Ω 电阻，这是因为，首先受控源的控制变量为该电阻上的电压，其次，所求的电流也流过该电阻。因为 17Ω 和 9Ω 电阻相串联，可以将它们合并。注意到 3Ω 和 4Ω 电阻也可以合并为一个 7Ω 电阻，然后将 15 V 电源变换为 $15/7 \text{ A}$ 电源，如图 5.19(c) 所示。

作为最后一步简化，注意两个 7Ω 电阻可以合并为一个 3.5Ω 电阻，然后将 $15/7 \text{ A}$ 电源变换为 7.5 V 电源。结果是一个简单回路，如图 5.19(d) 所示。

利用 KVL 可以求得电流 I ：

$$-7.5 + 3.5I - 51V_v + 28I + 9 = 0$$

其中：

$$V_x = 2I$$

所以：

$$I = 21.28 \text{ mA}$$

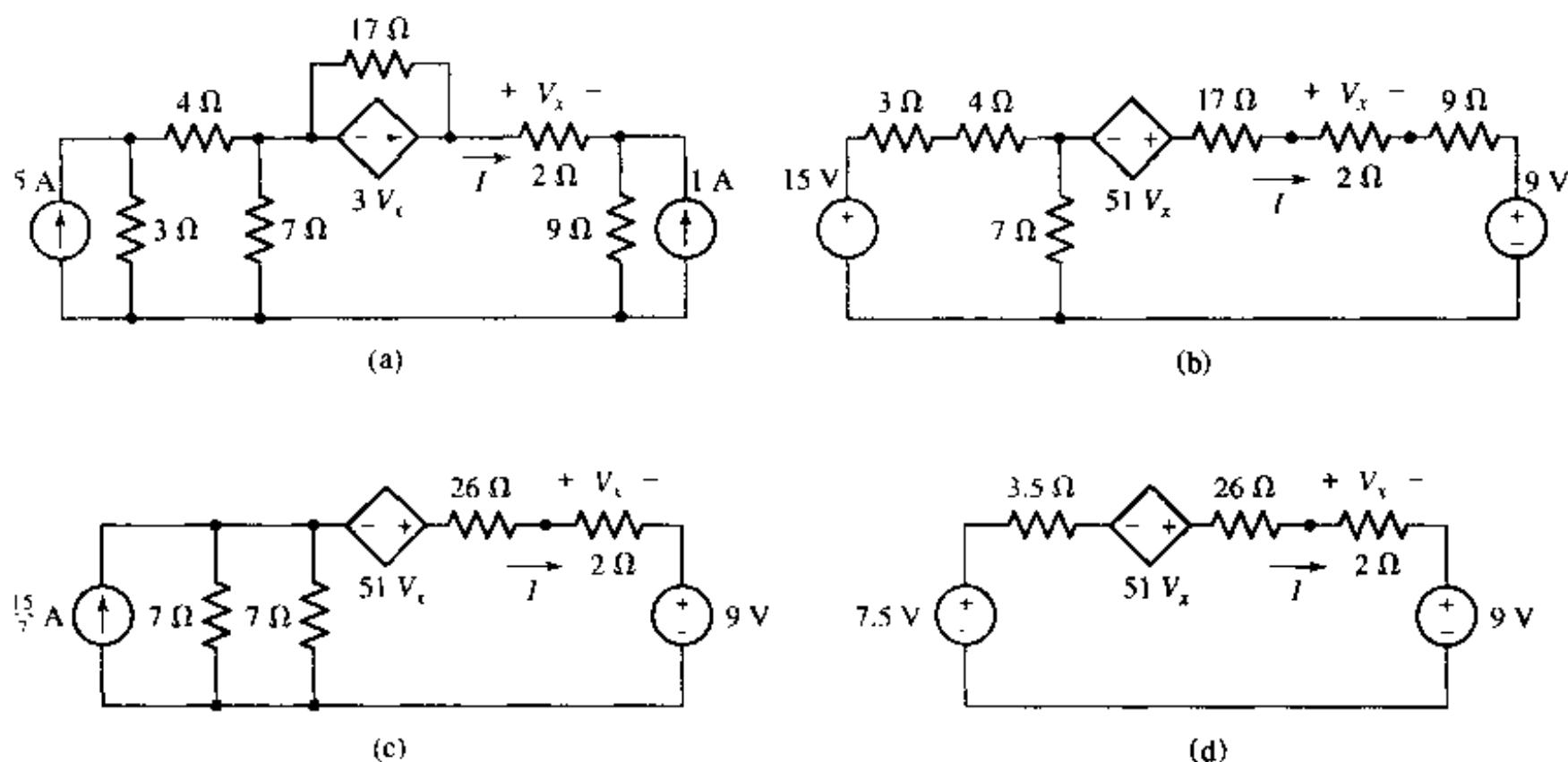


图 5.19 (a)具有两个独立源和一个受控源的电路;(b)每个电源都变换为电压源后的电路;(c)进一步合并后的电路;(d)最终电路

练习

5.4 对于图 5.20 的电路,连续利用电源变换,计算 $1\text{ M}\Omega$ 电阻上的电压。

答案:27.23 V

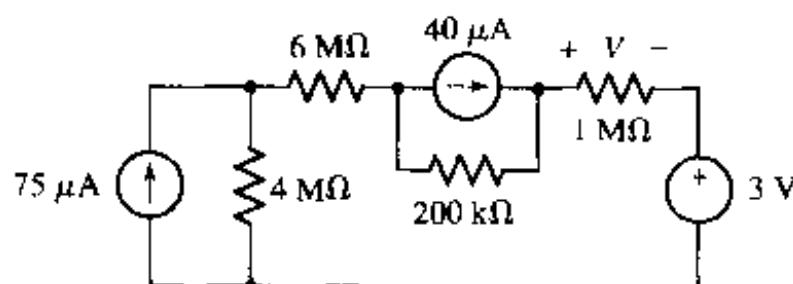


图 5.20

结束前的几个说明:

- 在进行电源变换时,记住电流源的箭头对应电压源的“+”端。
- 如果与某个电阻相关联的电压或电流是一个受控源的控制变量,或是电路的所求响应,这个电阻就不应该包含在电源变换中。
- 在电源变换中,一般的目标是尽可能使最终电路中只出现电压源,或只出现电流源。
- 可以连续利用电源变换,使电阻和电源合并以简化电路。

5.4 戴维南和诺顿等效电路

已经介绍了电源变换和叠加原理,还可以增加两个方法,使许多线性电路的分析大为简化。第一个定理的名称取自一位搞电信研究的法国工程师,M.L.戴维南,他于1883年发表了戴维南定理;第二个可以认为是第一个的推论,归功于E.L.诺顿,一位在贝尔电话实验室工作的科学家。

假定只需要分析电路的一部分,例如,需要求出电路其余部分提供给单一负载的电流、电压和功率,电路本身可能含有很多个电源和电阻[图5.21(a)]。或是希望得到不同负载电阻下的响应。戴维南定理指出,可以用一个独立电压源和相串联的电阻来替换除负载电阻之外的任何东西[图5.21(b)],而保持负载电阻上的响应不变。利用诺顿定理可以得到含有一个电流源和相并联的电阻的等效电路[图5.21(c)]。

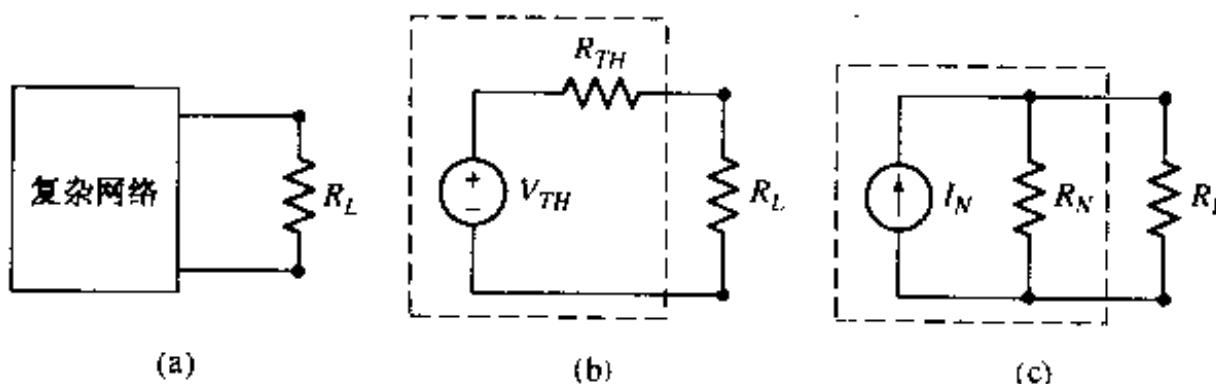


图5.21 (a)包含负载电阻 R_L 在内的复杂网络;(b)接有负载电阻 R_L 的戴维南等效网络;(c)接有负载电阻 R_L 的诺顿等效网络

很明显,戴维南定理和诺顿定理的主要用途之一就是用一个非常简单的等效电路替换一大块电路——它常常是复杂的、不感兴趣的电路。利用新得到的简单电路可以快速计算原来电路所供给负载的电流、电压和功率。这样还有助于选择最佳的负载电阻值。例如在晶体管功率放大器中,利用戴维南或诺顿等效定理能够确定从放大器输出并传递给扬声器的最大功率。

例题5.6 考虑图5.22(a)所示电路,确定 R_L 左边电路的戴维南和诺顿等效电路

虚线画出的区域将电路分为网络A和网络B,假定感兴趣的主要的是网络B,它仅由负载电阻 R_L 构成。网络A可以通过连续的电源变换加以化简。

首先将12V电源和 3Ω 电阻看做实际电压源,并用由4A电流源并联 3Ω 电阻的实际电流源替代[图5.22(b)]。接着将并联电阻与 2Ω 电阻合并[图5.22(c)],如此形成的实际电流源再变换为一个实际电压源[图5.22(d)]。最后结果见图5.22(e)所示。

从负载电阻来看,这个戴维南等效电路等价于原始电路。对读者来说,这个电路变得非常简单,很容易算出提供给负载的功率为:

$$P_L = \left(\frac{8}{9 + R_L} \right)^2 R_L$$

而且,从等效电路可以看出, R_L 上能够得到的最大电压为8V,对应于 $R_L = \infty$ 。将网络A转换为简单实际电流源(诺顿等效定理)可以看出,可能提供给负载的最大电流为

$8/9 \text{ A}$, 出现在 $R_L = 0$ 时。这两点从原始电路都无法轻易看出。

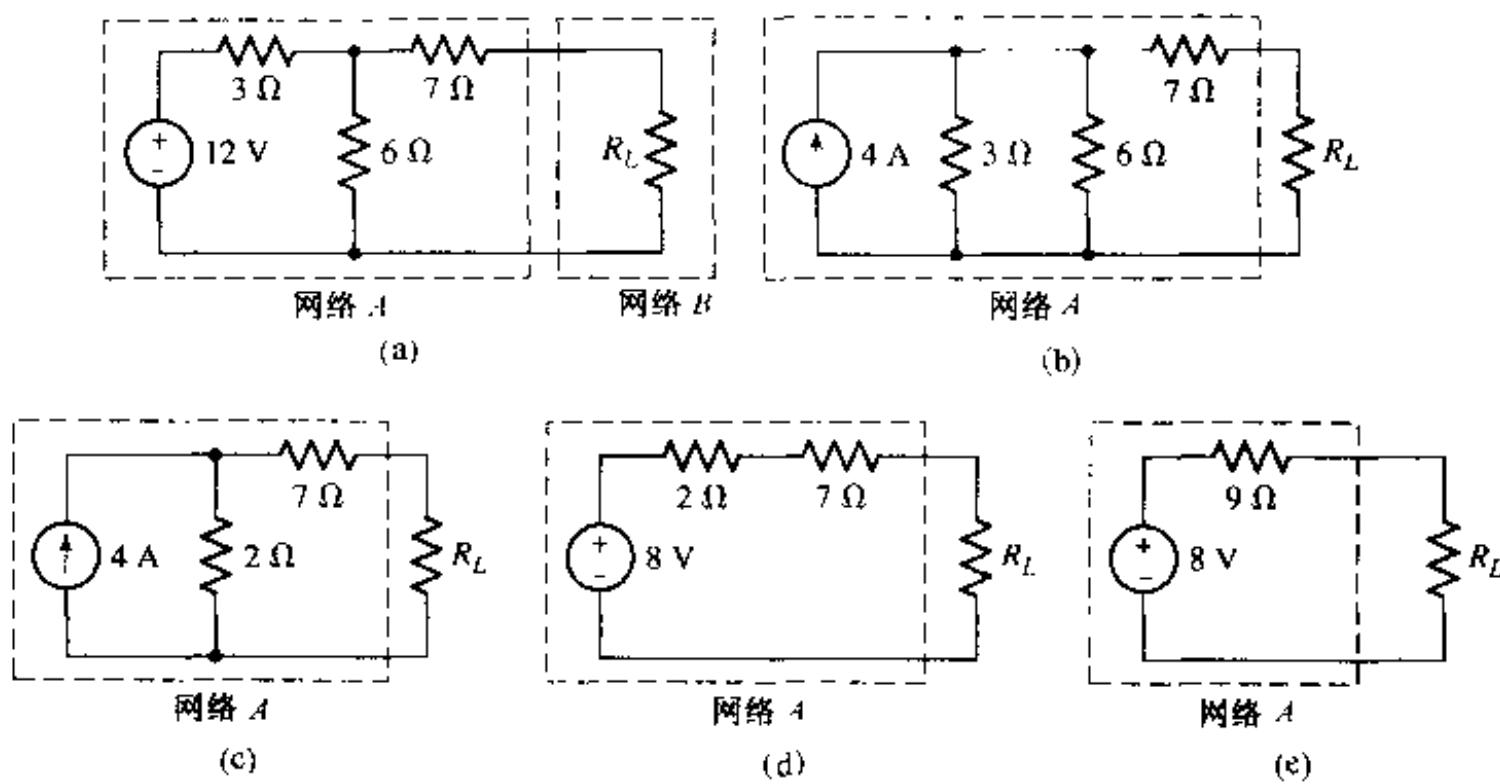


图 5.22 (a) 分解为两个网络的电路; (b) ~ (d) 简化
网络 A 的中间步骤; (e) 戴维南等效电路

练习

5.5 连续利用电源变换, 确定图 5.23 电路中特别标出网络的诺顿等效电路。

答案: $1 \text{ A}; 5 \Omega$

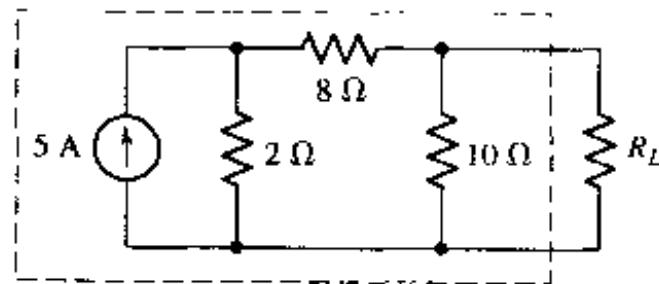


图 5.23

如果待变换的电路相当复杂, 所需的电源变换次数以及为得到戴维南或诺顿等效电路所做的电阻合并次数很容易多到令人却步的程度。而且当存在受控源时, 电源变换的方法并不总是很有效。即便对于复杂电路, 利用戴维南和诺顿等效定理也能很快找出相应的等效电路。戴维南定理可以叙述如下^①:

给定任何线性电路, 将它重新划分为两个网络 A 和 B, 它们只用两根导线相连, 当 B 断开时, 定义出现在 A 端口的电压为开路电压 v_{oc} 。如果将 A 中的所有独立电流源和独立电压源“置零”, 用独立电压源 v_{oc} 以适当的极性与被置零的无源电路相串联, 则 B 中的所有电流和电压将保持不变。

注意, 无论哪部分网络含有受控源, 它的控制变量必须在同一网络中。

^① 用已学过的内容来证明戴维南定理是相当费事的, 因此将它放在附录 C 中, 感兴趣的读者可以到那里去阅读。

另外,尽管置零的网络A称为无源网络,但它可能含有受控源,只要它的控制电流或电压不为零,其中仍然可能有电流流动。

看看是否能够将戴维南定理成功地应用到图5.22的电路中。已经找到例题5.6中 R_L 左边电路的戴维南等效电路,但是想看看是否还有其他更容易的方法得到同样的结果。

例题5.7 用戴维南定理确定图5.22(a)中 R_L 左边电路的戴维南等效电路

首先断开 R_L ,注意在图5.24(a)中,没有电流流过 7Ω 电阻。这样, V_∞ 出现在 6Ω 电阻上(没有电流流过 7Ω 电阻,该电阻上也就没有电压降)。利用分压原理可确定:

$$V_\infty = 12 \times \left(\frac{6}{3+6} \right) = 8 \text{ V}$$

将网络A置零(即用短路线代替12V电源),向无源网络看进去,是 7Ω 电阻串接着由 6Ω 和 3Ω 电阻的并联组合所构成电路[图5.24(b)]

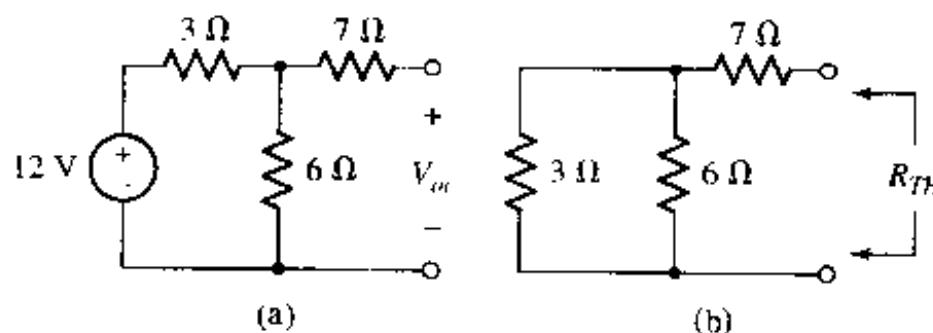


图5.24 (a)将图5.22(a)中网络B断开后的电路,外接端口上的电压为 V_∞ ; (b)将图5.22(a)中的独立源置零,向网络A端口(连接网络B之处)内看进去,以确定网络A的等效电阻

这样无源网络可以用一个 9Ω 电阻表示,它被称为网络A的戴维南等效电阻。其戴维南等效电路为 V_∞ 与 9Ω 电阻的串联,这与前面的结果一致。

练习

5.6 用戴维南定理求图5.25中 2Ω 电阻上流过的电流(提示:将 2Ω 电阻记为网络B)。

答案: $V_{TH} = 2.571 \text{ V}$; $R_{TH} = 7.857 \Omega$; $I_{2\Omega} = 260.8 \text{ mA}$

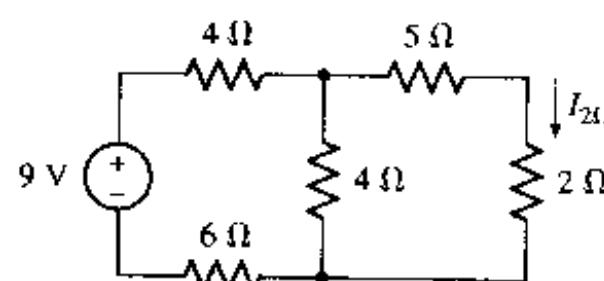


图5.25

前面学习的求等效电路的方法与网络B完全无关,因为事先已说明要除去网络B,并测量网络A所产生的开路电压,这样的操作当然与网络B毫不相干。在定理中提到网络B只是想表明,不管连接到网络A的元件是一个怎样的组合(网络B代表了这样的--般网络),都可以获得网络A的等效电路。

关于定理有几点需要强调:

- 加在网络 A 或网络 B 上的惟一限制是,对于网络 A 中的所有受控源,其控制变量也必须包含在网络 A 中。对于网络 B 也是类似。
- 对于网络 A 或网络 B 的复杂性没有任何限制。它们允许包含独立电压或电流源、线性受控电压源或电流源、电阻或任何其他线性电路元件的任意组合。
- 无源网络 A 可以用所谓的“戴维南等效电阻”这样的单个等效电阻 R_m 来表示,无论无源网络 A 中是否存在受控源。
- 戴维南等效电路含有两个元件:一个电压源和一个相串联的电阻。它们都可以为零,尽管一般不是这样。

诺顿定理与戴维南定理非常相似,可以叙述如下:

给定任何线性电路,将它重新划分为两个网络 A 和网络 B,它们只用两根导线相连。如果两个网络中的任何一个含有受控源,其控制变量必须出现在同一网络之中。当网络 B 断开时,短接网络 A 的两个端点,定义短路电流为 i_s 。如果将网络 A 中的所有独立电流源和独立电压源“置零”,用独立电流源 i_s 以适当的极性与被置零的无源电路相并联,则网络 B 中的所有电流和电压将保持不变。

线性电路的诺顿等效电路是诺顿电流源 i_s 与戴维南等效电阻 R_m 的并联。这样看到,实际上通过对戴维南等效电路做电源变换来获得网络的诺顿等效电路。如此,引出了 v_∞ , i_s 和 R_m 之间的直接关系:

$$v_\infty = R_m i_s \quad (5.18)$$

对于含有受控源的电路,常常发现,确定戴维南或诺顿等效电路更方便的方法是,先找到开路电压和短路电流,然后再用它们的商作为 R_m 的值。因此,即使对于下面的简单问题,也应该熟悉开路电压和短路电流的求法。如果戴维南和诺顿等效电路是独立求出的,式(5.18)可以作为一个有用的检验手段。

下面考察三个确定戴维南和诺顿等效电路的例题。

例题 5.8 求图 5.26(a) 中 $1\text{k}\Omega$ 电阻所连接网络的戴维南和诺顿等效电路

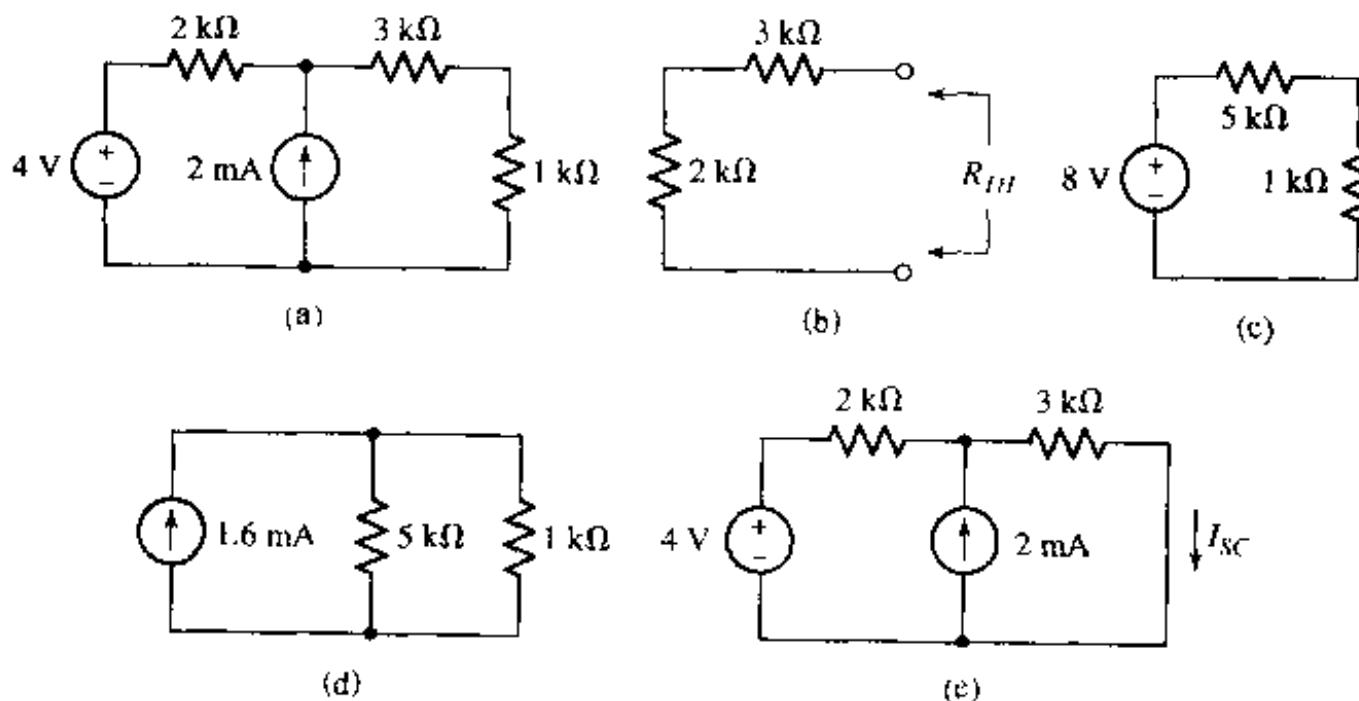


图 5.26 (a)给定电路,其中 $1\text{k}\Omega$ 电阻记作网络 B;(b)所有独立源置零后的网络 A;
(c)网络 A 的戴维南等效电路;(d)网络 A 的诺顿等效电路;(e)求 I_s 的电路

按照题目所说,网络B就是 $1\text{k}\Omega$ 电阻,网络A则是电路的剩余部分。电路中没有受控源,求戴维南等效电路最容易的方法是直接确定无源网络的 R_{TH} ,接着计算 V_o 或者 I_o 。

首先确定开路电压,这里容易用叠加法求得。当仅有4V电源工作时,开路电压是4V。当仅有2mA电源时,开路电压是 $2\text{mA} \times 2\text{k}\Omega = 4\text{V}$ (当 $1\text{k}\Omega$ 电阻断开后,没有电流流过 $3\text{k}\Omega$ 电阻)。当两个电源都工作时, $V_o = 4 + 4 = 8\text{V}$ 。

下一步是将独立源置零,求无源网络A的形式。将4V电源短路,2mA电源开路,结果是 $2\text{k}\Omega$ 和 $3\text{k}\Omega$ 电阻的串联,即一个 $5\text{k}\Omega$ 电阻[见图5.26(b)]。

这就确定了如图5.26(c)所示的戴维南等效电路,从它还可以很快求出如图5.26(d)所示的诺顿等效电路。作为检验,对所给电路[图5.26(e)]求 I_o 。利用叠加和分流的原理:

$$\begin{aligned} I_o &= I_o|_{4\text{V}} + I_o|_{2\text{mA}} = \frac{4}{2+3} + (2) \times \frac{2}{2+3} \\ &= 0.8 + 0.8 = 1.6\text{mA} \end{aligned}$$

验证完成^①。

练习

5.7 确定如图5.27所示电路的戴维南和诺顿等效电路。

答案: -7.857 V; -3.235 mA; $2.429\text{k}\Omega$

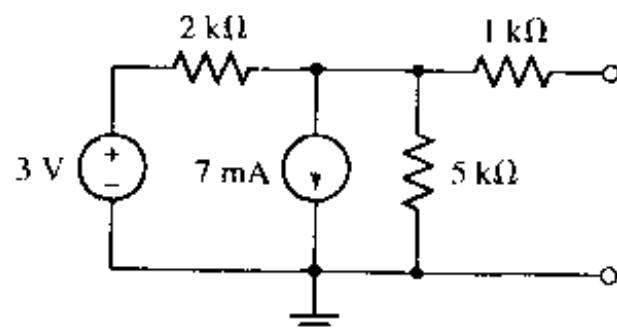


图5.27

在第二个例子中,考虑一个包含独立源和受控源的网络A。

例题5.9 确定图5.28(a)电路的戴维南等效电路

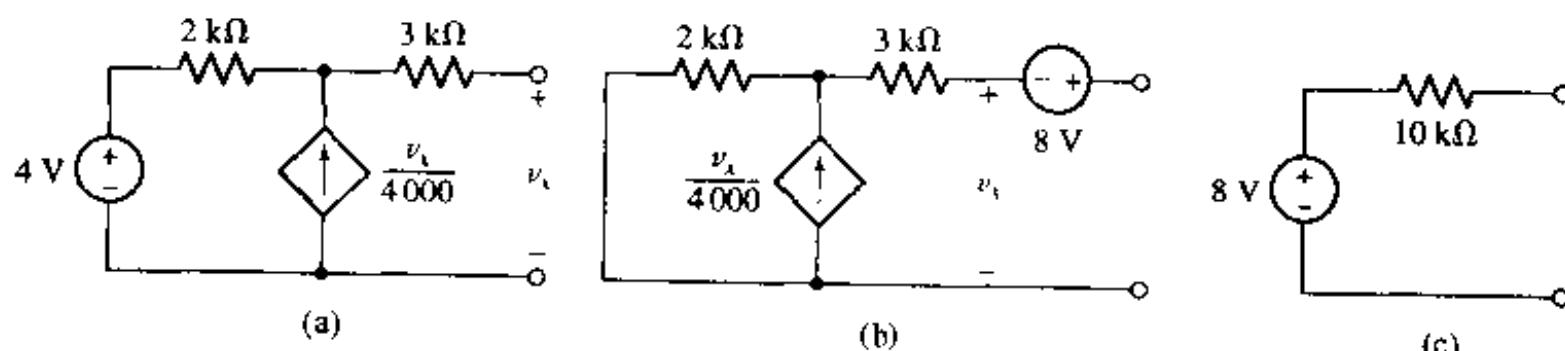


图5.28 (a)给定网络,求其戴维南等效电路;(b)一个可能,但不大有用的戴维南等效电路形式;(c)这个线性电阻网络的最好形式

^① 注意:如果在所有电路中电阻都以 $\text{k}\Omega$ 为单位,电压以V为单位,那么电流将总是自动地以mA为单位。

为了求得 V_x , 注意 $V_i = V_x$, 而且受控源电流必须流过 $2\text{k}\Omega$ 电阻, 因为没有电流能从 $3\text{k}\Omega$ 电阻上流过。围绕外环应用 KVL:

$$-4 + 2 \times 10^3 \times \left(-\frac{V_x}{4000} \right) + 3 \times 10^3 \times (0) + V_x = 0$$

和

$$V_x = 8 \text{ V} = V_{oc}$$

根据戴维南定理, 可以将无源网络 A 与 8V 电源串联形成等效电路, 如图 5.28(b) 所示。结果虽然正确, 但不够简单, 也不大有用。在线性电阻网络情况下, 应该能找到无源网络 A 非常简单的等效电路, 即 R_{th} 。

受控源的存在使得不能像对无源网络那样, 通过电阻合并直接得到 R_{th} 来求 I_x 。将图 5.28(a) 电路输出端短路, 显然 $V_x = 0$, 受控电流源为零, $I_x = 4/(5 \times 10^3) = 0.8 \text{ mA}$ 。所以:

$$R_{th} = \frac{V_{oc}}{I_x} = \frac{8}{(0.8 \times 10^{-3})} = 10 \text{ k}\Omega$$

这样就得到了图 5.28(c) 可接受的戴维南等效电路。

练习

5.8 求图 5.29 所示网络的戴维南等效电路(提示: 先做受控源的电源变换会对解题有帮助)。

答案: -502.5 mV ; -100.5Ω

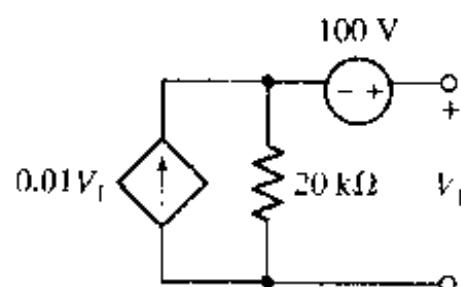


图 5.29

作为最后一个例子, 考虑具有受控源, 但没有独立源的网络。

例题 5.10 求图 5.30 电路的戴维南等效电路

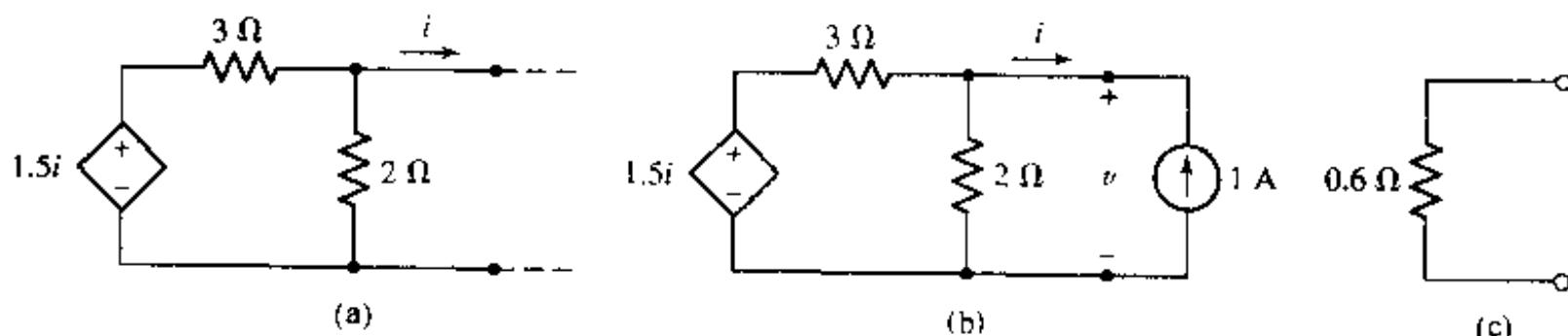


图 5.30 (a)不含独立源的网络;(b)获得 R_{th} 的假想测量方法;(c)原电路的戴维南等效电路

因为右端接口是开路的($i = 0$), 所以受控源为零, 所示 $v_{oc} = 0$ 。

下面寻找这个两端网络代表的 R_{th} 值。可是不能得到 v_{oc} 和 i_{sc} 进而获得它们的商, 因为网络不含独立源, v_{oc} 和 i_{sc} 均为零。那么采用一点技巧。外加一个 1A 电源, 测量由此产生的

电压 v_{test} , 然后让 $R_{TH} = v_{\text{test}}/1$ 。参见图 5.30(b), 可以看到 $i = -1 \text{ A}$, 应用节点分析法:

$$\frac{v_{\text{test}} - 1.5(-1)}{3} + \frac{v_{\text{test}}}{2} = 1$$

所以:

$$v_{\text{test}} = 0.6 \text{ V}$$

及

$$R_{TH} = 0.6 \Omega$$

所求戴维南等效电路如图 5.30(c)所示。

5.4.1 过程的简短回顾

已经考察了确定戴维南或诺顿等效电路的三个例子。第一个例子(图 5.26)只含独立源和电阻,有几种不同方法可以解决问题。一种是计算无源网络的 R_{TH} ,然后计算有源网络的 v_{∞} 。也可以求 R_{TH} 和 I_{∞} 或者 V_{∞} 和 I_{∞} 。

在第二个例子中(图 5.28),既有独立源,也有受控源。采用的方法是求 V_{∞} 和 I_{∞} 。因为受控源不能置零,所以不容易求得 R_{TH} 。

最后一个例子不含任何独立源,所以戴维南和诺顿等效电路不含任何独立源。施加 1 A 电源,计算 $v_{\text{test}} = 1 \times R_{TH}$,如此求得 R_{TH} 。也可以施加 1 V 电源,确定 $i = 1/R_{TH}$ 。这两种方法可用于含受控源的电路,只要先将所有独立源置零。

另两种方法具有一定的吸引力,因为它们适用于所考虑的三种网络类型中的任何一种,首先用电压源 v_i 取代网络 B ,定义离开它的正端的电流为 i ,分析网络 A 以获得 i ,按照 $v_i = ai + b$ 的形式写出方程。那么 $a = R_{TH}$, $b = v_{\infty}$ 。

也可以施加一个独立源 i_i ,使它的电压为 v ,确定 $v = ai_i + b$ 。最后两个步骤是通用的,但是其他方法可能更容易和更快。

尽管本书几乎完全专注于线性电路的分析,但是应当知道,对于网络 B 为非线性,而网络 A 为线性的情况,戴维南和诺顿定理也都是有效的。

练习

5.9 求图 5.31 网络的戴维南等效电路(提示:采用 1 V 实验电源)。

答案: $I_{\text{out}} = 50 \text{ mA}$, $R_{TH} = 20 \Omega$

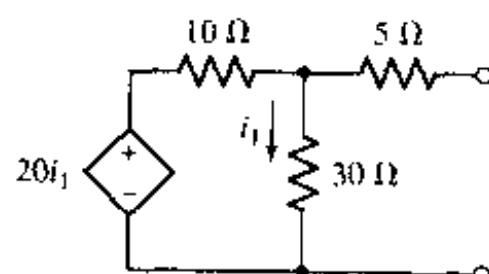


图 5.31

实际应用

数字万用表

最常用的电子测量设备是 DMM, 即数字万用表(图 5.32), 它是设计用来测量电压、电流和电阻值的。



图 5.32 手持式数字万用表

为了测量电压, 来自 DMM 的两根导线连接到适当的电路元件上(图 5.33)。一个端子通常标为“V/Ω”, 表示正参考端, 另一端通常用接地符号表示。在这种测量方式下, DMM 对待测电路不提供功率。

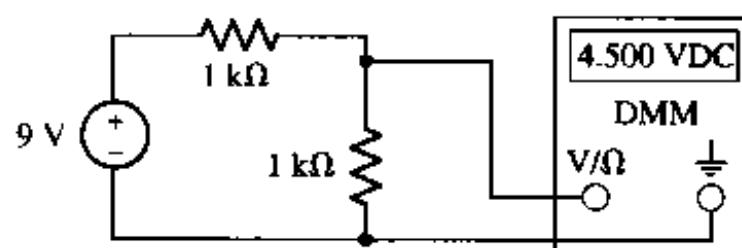


图 5.33 测量直流电压时 DMM 的接法

通过对戴维南和诺顿等效电路的讨论, 读者现在清楚了, DMM 本身也有它的戴维南等效电阻。这个戴维南等效电阻与待测电路并联, 它对测量会有影响(图 5.34)。

较好 DMM 的输入电阻典型值为 $10\text{ M}\Omega$ 或更高。这样测量电压 V 出现在 $1\text{ k}\Omega \parallel 10\text{ M}\Omega = 999.9\text{ }\Omega$ 上。利用分压原理, 求得 $V = 4.4998\text{ V}$, 比期望值 4.5 V 特稍小。因此, 电压表有限的

输入电阻在测量值中引入了一个小误差。

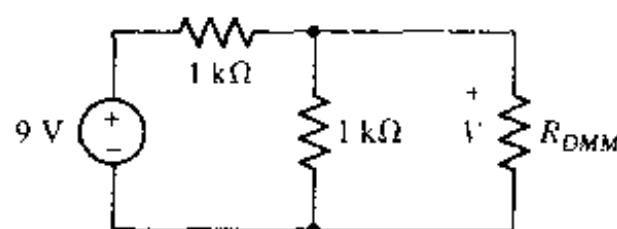


图 5.34 图 5.33 中的 DMM 用戴维南等效电阻 R_{DMM} 表示

为测量电流, DMM 必须与电路元件串联, 一般要求将导线剪开(图 5.35)。DMM 的一根线连接到表的地端, 另一根线接到通常标为“A”(表示电流测量)的端。同样, 这种测量状态下, DMM 也不向外电路提供功率。

从图可见 DMM 的戴维南等效电阻(R_{DMM})与待测电路串联, 所以它的值会对测量有影响。写出回路的 KVL 方程:

$$-9 + 1\,000I + R_{DMM}I + 1\,000I = 0$$

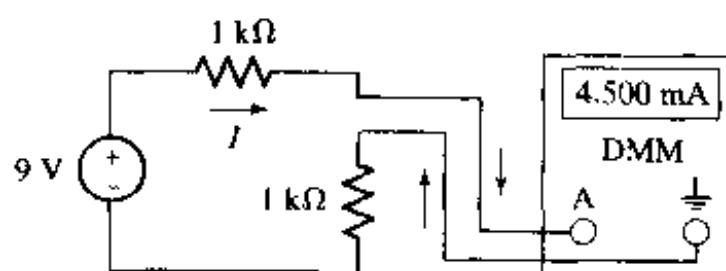


图 5.35 电流测量时 DMM 的接法

注意, 已经将电表接成电流测量方式, 其戴维南等效电阻与电压测量下的戴维南等效电阻不同。事实上, 理想的 R_{DMM} 值对电流测量为 0Ω ; 对电压测量为 ∞ 。如果 R_{DMM} 为 0.1Ω , 可以看到, 测量电流值是 4.4998 mA , 只是与期望值 4.5 mA 稍有不同。根据电表所能显示的位数, 甚至不能察觉非零 R_{DMM} 值对测量的影响。

只要在测量时没有独立源工作, 同一个电表也能用来测量电阻。在电表内部, 让一个已知电流通过待测电阻, 用电压表电路测量产生的电压。用诺顿等效电路替换 DMM(它现在包含一个工作的独立电流源以产生预定的电流), 可见 R_{DMM} 与未知电阻 R 并联(图 5.36)。

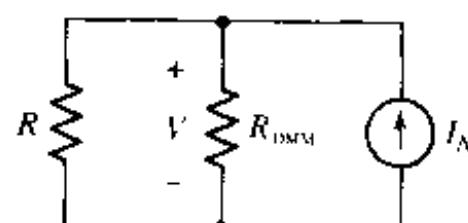


图 5.36 用诺顿等效电路取代电阻测量接法时的 DMM, 显示 R_{DMM} 与未知的待测电阻相并联

实际上 DMM 测量的是 $R \parallel R_{DMM}$ 。如果 $R_{DMM} = 10 \text{ M}\Omega$, $R_{measured} = 9.99999 \Omega$, 这一结果对绝大多数是足够精确了。但是, 如果 $R_{measured} = 5 \text{ M}\Omega$, DMM 的输入电阻实际上限制了所能测量的电阻值的上限, 要测量更高的电阻必须应用特殊方法。应当注意到, 如果数字万用表是可编程的, 并且知道 R_{DMM} 的值, 就可以对结果进行补偿, 并测量较高阻值的电阻。

5.5 最大功率传输

考察实际电压源或电流源可以得出一个非常有用的功率定理。对于实际电压源(图 5.37),提供给负载电阻 R_L 的功率为:

$$p_L = i_L^2 R_L = \frac{v_s^2 R_L}{(R_s + R_L)^2}$$

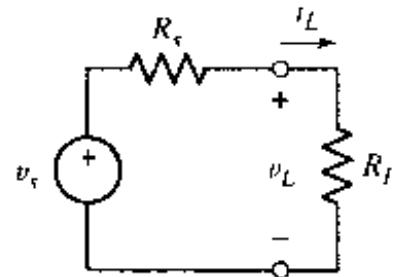


图 5.37 接有负载电阻 R_L 的实际电压源

为了求出从给定实际电压源吸收最大功率的 R_L 值, 取关于 R_L 的导数:

$$\frac{d p_L}{d R_L} = \frac{(R_s + R_L)^2 v_s^2 - v_s^2 R_L (2)(R_s + R_L)}{(R_s + R_L)^4}$$

令导数为零, 得到:

$$2R_L(R_s + R_L) = (R_s + R_L)^2$$

或

$$R_s = R_L$$

因为 $R_L = 0$ 和 $R_L = \infty$ 两者都给出极小值($p_L = 0$), 并且已经得出了实际电压源和电流源的等效关系, 这样就证明了如下的最大功率传输定理:

一个与电阻 R_s 串联的独立电压源, 或者一个与电阻 R_s 并联的独立电流源, 在 $R_L = R_s$ 时, 提供给负载电阻 R_L 的功率最大。

读者也可以利用网络的戴维南等效电阻去认识最大功率传输定理:

当 R_L 等于网络的戴维南等效电阻时, 网络提供给负载电阻 R_L 的功率最大。

最大功率传输定理指出, 电阻为 2Ω 时从图 5.16 所示的两种实际电源之一吸收最大功率(4.5 W), 而在图 5.11 中, 电阻为 0.01Ω 时收到最大功率(3.6 kW)。

例题 5.11 图 5.38(a)所示电路是两级双极型晶体管放大器模型, 确定第一级向第二级提供最大功率所要求的 R_C 之值

首先从连接两级的端口看进去, 确定各级的戴维南等效电路。断开第二级, 置零独立信号源 v_g , 剩下要考虑的是图 5.38(b)所示的网络。当 $v_g = 0$, 那么 $v_\pi = 0$, 没有电源向三个电阻提供电流。结果, 受控源不工作, 因此 $R_{m_1} = R_c$ 。确定图 5.38(a)中第二级断开后电阻 R_c 上的电压, 就可得到第一级的戴维南等效电压, 记为 V_{TH_1} 。

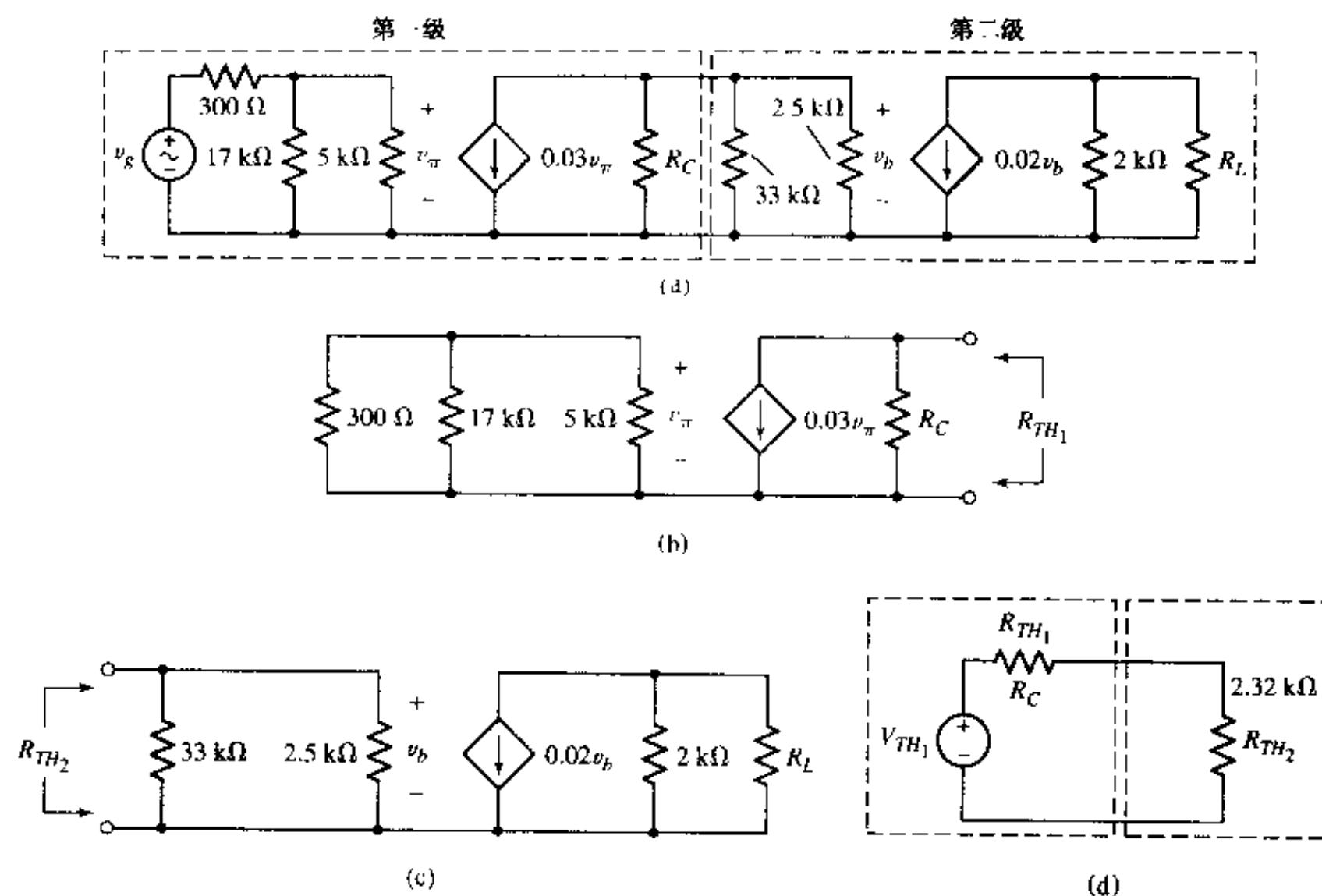


图 5.38 (a)两级晶体管放大器,它的 R_C 值待选,以向第二级提供最大功率;(b)独立电压源置零后的第一级电路;(c)与第一级断开后的第二级;(d)还原为两个戴维南等效电路组合的两级电路

用相似的方式,确定图 5.38(c)所示的第二级电路的戴维南等效电阻。只有一根导线将受控电流源、 $2\text{k}\Omega$ 电阻和负载电阻 R_L 连接到感兴趣的端口上,因此对 R_{TH_2} 的测量没有影响。这样, R_{TH_2} 便是 $33\text{k}\Omega \parallel 2.5\text{k}\Omega = 2.32\text{k}\Omega$ 。第二级不存在任何独立源,它的戴维南等效电路仅仅由 R_{TH_2} 组成。新的(简化的)两级电路如图 5.38(d)所示。

也许一个比较聪明的方法是先画出图 5.38(d)电路,因为未确定的电阻(R_C)所在位置不能应用最大传输功率定理,这一点在介绍定理时已经说过。如果 R_C 和 $2.32\text{k}\Omega$ 电阻的位置交换,为保证最大功率传输到第二级只需使 $R_C = 2.32\text{k}\Omega$ 。

遗憾的是,情况并非如此。也许有人会认为,设定 $R_C = 0$ 会产生最大功率传输。可是经过进一步检查,可以看到, V_{TH_1} 取决于 R_C ,并且事实上,当 $R_C = \infty$ 时传输到第二级的功率最大!所以在考虑对一个特定情形是否应用最大功率传输概念时,重要的是记住所选择的是负载电阻,而不是源的戴维南等效电阻。

练习

5.10 考虑图 5.39 的电路:

- 如果 $R_{out} = 3\text{k}\Omega$ 求提供给它的功率。
- 对于任意的 R_{out} ,能够提供给它的最大功率是多少?
- 能够得到 20mW 功率的两个不同的 R_{out} 值是多大?

答案: 230 mW; 306 mW; 59.2 kΩ 和 16.88 Ω

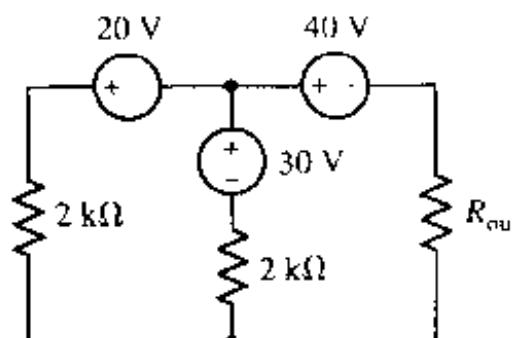


图 5.39

5.6 Δ-Y 转换

在前面看到进行电阻的串并联组合常常能明显简化电路的复杂性。当这样的组合不存在时,往往可以利用电源变换使得这种简化成为可能。另一种有用方法,称为 Δ -Y 转换,它来源于网络理论。它的推导过程放在研究双端口网络的第 17 章中。在开始进行节点或网孔分析之前,利用 Δ -Y 转换,常常能有效降低电阻网络的复杂性,所以这里对它做一些介绍。

考虑图 5.40 的电路,没有可利用的串联或并联组合以简化电路的任何部分[注意,图 5.40(a)和图 5.40(b)二者相同;图 5.40(c)和图 5.40(d)二者相同],也不存在任何电源,无法进行电源变换。但是可以在两种类型的网络之间进行转换,将 Y 形网络转换为 Δ 形网络,用下列关系式计算新电阻值:

$$R_A = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2}$$

$$R_B = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3}$$

$$R_C = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1}$$

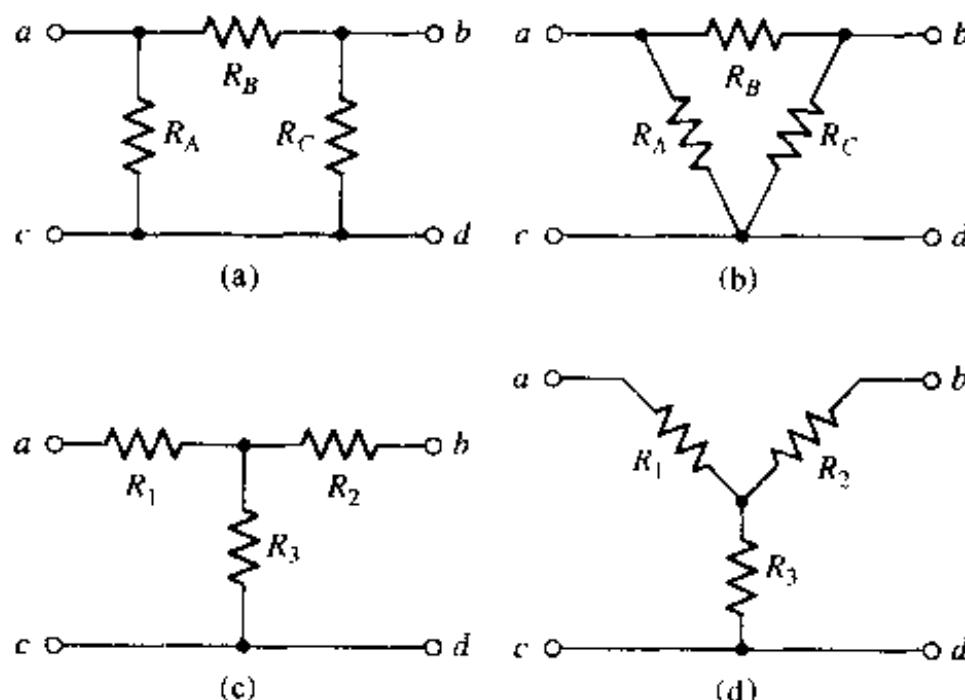


图 5.40 (a)由 3 个电阻按一种特殊接法连接的 Π 型网络;(b)画成 Δ 形而与(a)相同的网络;(c)3 个电阻组成的 T型网络;(d)画成 Y 形而与(c)相同的网络

从 Δ 形网络到 Y 形网络的转换:

$$R_1 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_2 = \frac{R_B R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_3 = \frac{R_C R_A}{R_A + R_B + R_C}$$

尽管有时需要集中思想才能辨别实际网络,这些公式的应用却很简单。

例题 5.12 利用 Δ -Y 转换方法求图 5.41(a) 电路的戴维南等效电阻

图 5.41(a) 网络由两个 Δ 形网络组成,它们分享 3Ω 电阻。这里必须十分细心,不能胃口太大,把两个 Δ 形网络都转换成 Y 形网络。将网络上部,包含 1Ω , 4Ω 和 3Ω 电阻,转换为 Y 形网络[图 5.41(b)]之后这一点会变得更明显。

注意,在转换上部网络为 Y 形网络时,已经去掉了 3Ω 电阻。因此已经没有办法将原来包含 2Ω , 5Ω 和 3Ω 电阻的 Δ 形网络转换为 Y 形网络了。

将 $\frac{3}{8}\Omega$ 与 2Ω 电阻合并, $\frac{3}{2}\Omega$ 与 5Ω 电阻合并[图 5.41(c)]。现在 $\frac{19}{8}\Omega$ 与 $\frac{13}{2}\Omega$ 电阻并联,它们又与 $\frac{1}{2}\Omega$ 电阻串联。这样就用一个 $\frac{159}{71}\Omega$ 的电阻取代了原来图 5.41(a) 的网络[图 5.41(d)]。

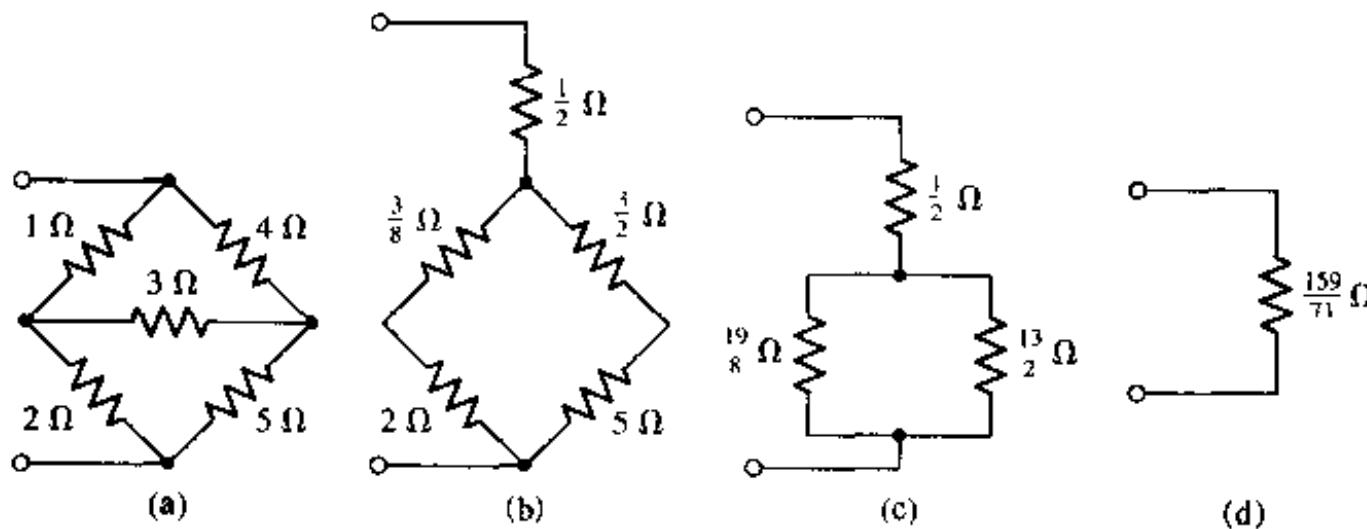


图 5.41 (a) 求给定电阻网络的输入电阻;(b) 上部 Δ 形网络由一个等价 Y 形网络取代;(c,d) 串联组合后得到单个电阻

练习

5.11 利用 Y- Δ 转换方法求图 5.42 电路的戴维南等效电阻。

答案: 11.43Ω

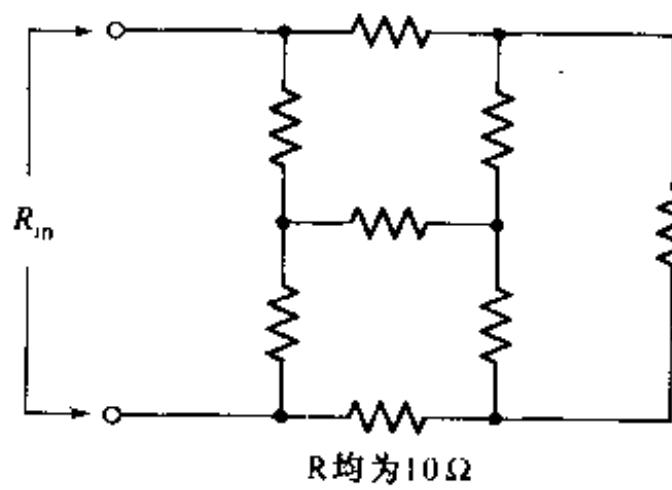


图 5.42

5.7 各种方法的比较

在第3章中介绍了基尔霍夫电流定律(KCL)和基尔霍夫电压定律(KVL)，只要仔细考虑电路代表的整个系统，这两条定律适用于将要遇到的任何电路。原因在于KCL和KVL分别要求电荷守恒和能量守恒，这是非常基本的原理。根据KCL，得出了非常有效的节点电压分析法。另一个基于KVL的相似方法称为网孔分析法(遗憾的是它仅适用于平面电路)，它也是一个很有用的电路分析方法。

本书的大部分章节专注于研究适用于线性电路的分析方法。如果已知电路只含线性元件(换句话说，所有电压和电流都由线性函数相关联)，那么在应用网孔或节点分析法之前，常常能化简电路。处理完全线性系统得到了许多知识，其中也许最重要的结论就是叠加原理适用于线性系统。当多个给定独立源作用于电路，可以将每个电源独立的贡献叠加起来。这个方法的应用在工程领域极其普遍，经常会碰到。在许多实际情况中，将会发现，尽管有几个源作用于系统，往往只有其中一个主导系统响应。只要系统线性模型足够精确，应用叠加原理可以很快辨识出那个源。

可是从电路分析的观点，除非需要确定哪个独立源对一特定响应的贡献最大，直接做节点或网孔分析往往是最直接的策略。其原因在于，对于具有12个独立源的电路应用叠加原理，要求将原电路重画12遍，而且还得对每一特定电路应用节点或网孔分析法。

在电路分析中，电源变换方法常常是一个非常有用的工具。进行电源变换可以将那些原电路中不是串联或并联的电阻和电源合并起来。电源变换还可以使原电路中所有或至少是大多数电源变换为同一种电源(全部成为电压源或全部成为电流源)，这样节点或网孔分析会变得直截了当。

有许多原因说明戴维南定理是极其重要的。在处理电子线路时，总是知道电路中不同元件的戴维南等效电阻，特别是放大器各级的输入输出电阻。原因在于实现阻抗匹配常常是使给定电路性能最佳化的最好办法。在最大功率传输的讨论中已经看到这一点的简介，在那里要求负载电阻与相连网络的戴维南等效电阻匹配。可是在日常电路分析中，将一部分电路变换为其戴维南或诺顿等效电路并不比分析一个完整电路的工作量少。因此，就像叠加原理那样，仅当求部分电路的特定响应时才应用戴维南和诺顿定理。

5.8 小结与复习

- 叠加原理指出，线性电路的响应可以通过对独立电源单独作用的响应求和而得到。
- 当必须确定每个电源对一个特定电路的单独贡献时，往往应用叠加原理。
- 实际电压源模型是电阻与独立电压源的串联。实际电流源模型是电阻与独立电流源的并联。
- 电源变换方法可以将一个实际电压源变换为一个实际电流源，或者反过来。
- 连续的电源变换可以将多个电阻或多个电源组合起来，从而大大简化电路分析。
- 网络的戴维南等效电路是电阻与独立电压源的串联。诺顿等效电路是同一电阻与独立电流源的并联。
- 求戴维南等效电阻有几种方法，取决于电路中是否存在受控源。

- 当负载电阻与相连网络的戴维南等效电阻匹配时, 将出现最大功率传输。

习题

1. 线性概念非常重要, 因为线性电路比非线性电路的分析要容易得多。遗憾的是, 大多数遇到的实际系统本质上是非线性的。可是, 对一个非线性系统可以构造一个线性模型, 它在控制变量的一个较小范围内有效。作为例子, 考虑简单的指数函数 e^x , 这个函数的泰勒级数为:

$$e^x \approx 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots$$

截去它的线性项(x^1)之后部分, 构造这一函数的线性模型。估计新函数在 $x = 0.001, 0.005, 0.01, 0.05, 0.10, 0.5, 1.0$ 和 5.0 时的值。在哪些 x 值下线性模型给出 e^x 的合理近似?

2. 图 5.43 电路中, 当电源 i_A 和 v_B 工作, 且 $v_C \approx 0$ 时, 知 $i_x = 20 \text{ A}$; 当 i_A 和 v_C 工作, 且 $v_B = 0$ 时, 知 $i_x = -5 \text{ A}$; 最后当三个电源都工作, 知 $i_x = 12 \text{ A}$ 。当只有(a) i_A ; (b) v_B ; (c) v_C 工作时求 i_x ; (d) 如果 i_A 和 v_C 的幅度加倍, 而 v_B 保持不变, 求 i_x 。

3. 应用叠加原理求图 5.44 电路中 v_x 的值

4. 在图 5.45 电路中应用叠加原理求 i_3 。

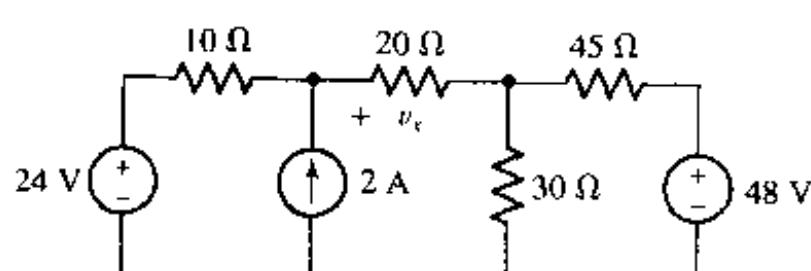


图 5.44

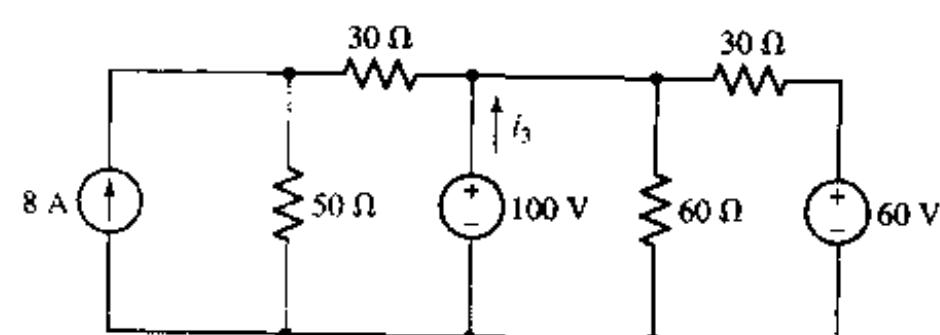


图 5.45

5. (a) 在图 5.46 电路中用叠加定理求 i_2 ; (b) 计算 5 个电路元件中每个吸收的功率。

6. 在图 5.47 所示电路中应用叠加原理求电压 V 。注意有受控源存在。

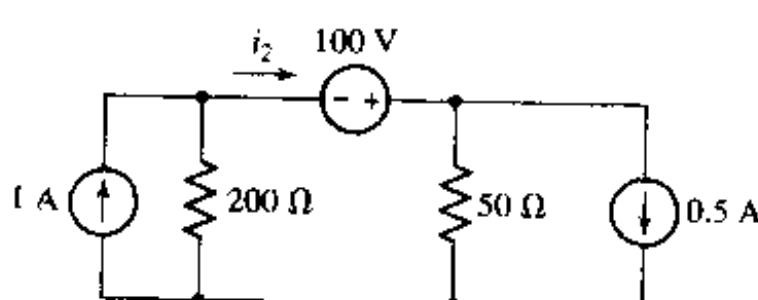


图 5.46

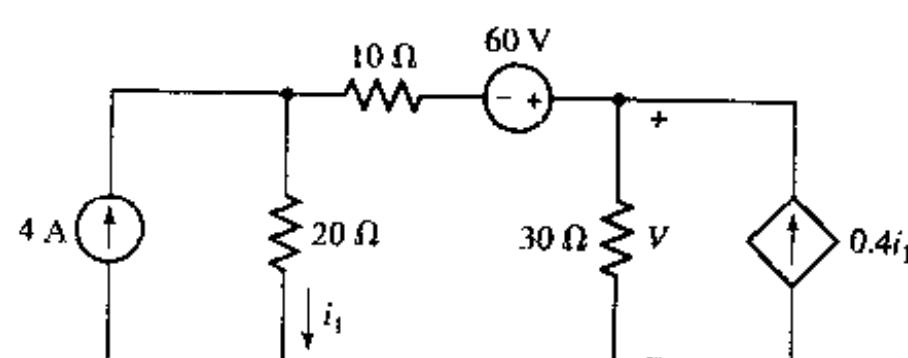


图 5.47