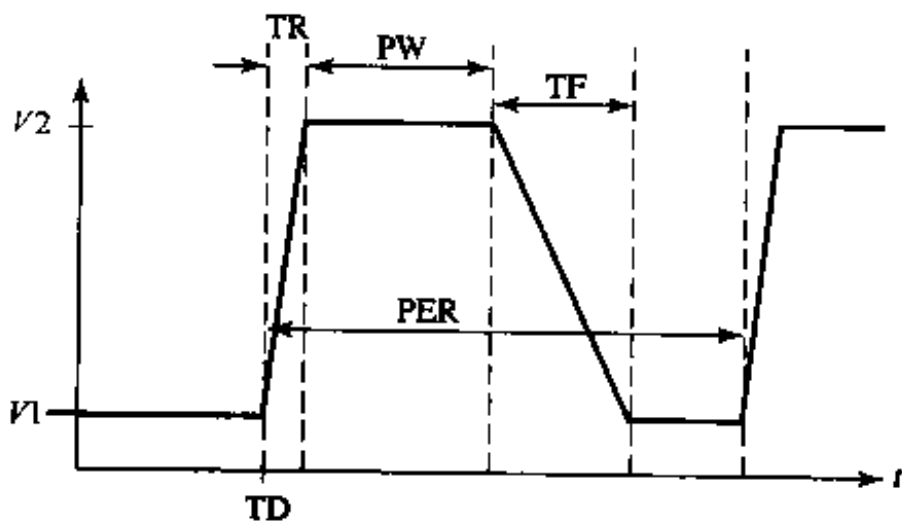


图 8.36

计算机辅助分析

下面考虑 RC 和 RL 电路对脉冲波形的响应, 这里将扩展前面关于自由与受迫响应的讨论。在 PSpice 中, 使用电源元件 VPULSE 和 IPULSE 可以很方便地定义任意波形。图 8.37(a) 给出了 VPULSE 参数的定义图, 图 8.37(b) 给出了元件对话框。波形的脉冲宽度(PW)定义为脉冲电压等于 V_2 但还没有开始下降时所持续的时间。上升时间 TR 定义为电压从 V_1 变到 V_2 所经历的时间。下降时间 TF 定义为电压从 V_2 下降到 V_1 所需的时间。



(a)



(b)

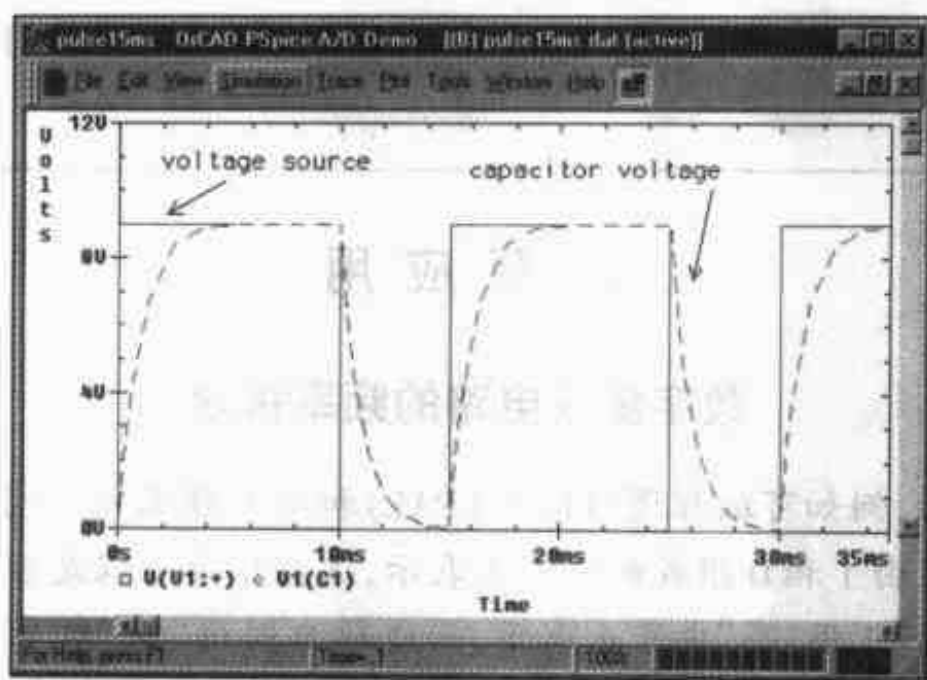
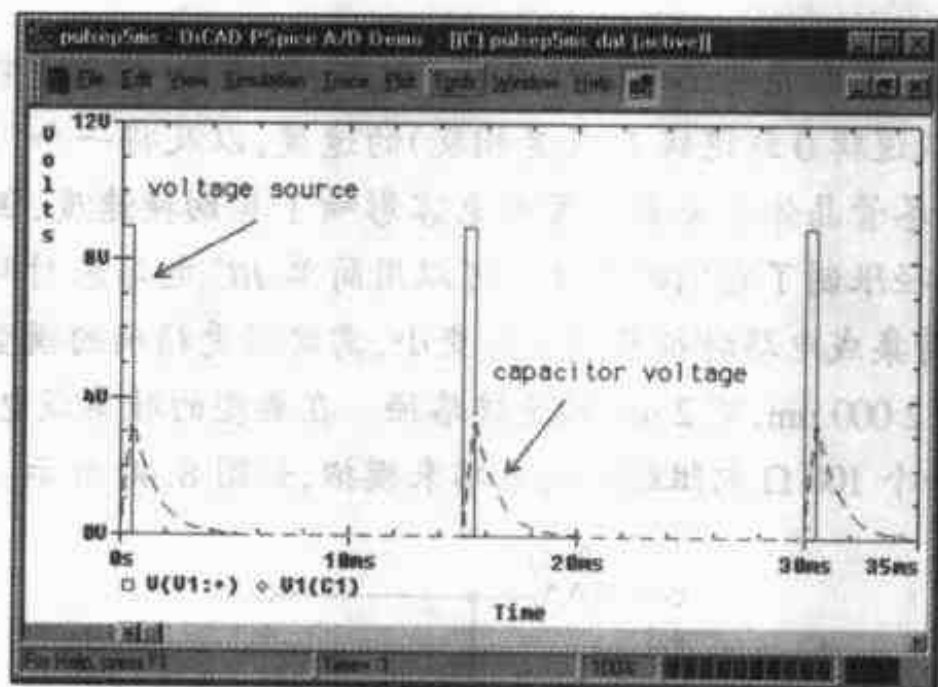
图 8.37 (a)VPULSE 参数的定义图;(b)VPULSE 对话框

波形周期(PER)指两个连续脉冲的前沿之间的时间间隔。如果选取 TR 和 TF 比 PER 或 PW 小得多, 那么可以得到比较精确的矩形波。如果要得到非周期函数, 例如单位阶跃函数, 那么将 PER 设置为小于 PW 即可。还需要说明的是, 如果有必要, 可以设置开始第一个脉冲的延时 TD。

图 8.38 画出了 $1 \mu\text{F}$ 电容与一个 $1 \text{ k}\Omega$ 电阻和一个 VPULSE 源串联时, $1 \mu\text{F}$ 电容两端的电压的仿真结果, 其中 VPULSE 的参数为 $\text{TD}=0$, $V_1=0$, $V_2=9 \text{ V}$, $\text{TR}=\text{TF}=1 \text{ ns}$, $\text{PW}=10 \text{ ms}$ 和 $\text{PER}=15 \text{ ms}$ 。需要注意的是电路的时间常数为 1 ms , 所以各脉冲的持续时间超过暂态响应时间(约 5τ)的 2 倍。可以从图中清楚地看到这一点, 因为电容电压具有足够的时间在脉冲结束前达到 9 V 的稳态值(即受迫响应或 $t=\infty$ 时的响应)。

减小脉冲的宽度, 重复上面的仿真, 从图 8.39 中所示的仿真输出结果可以看到, 电容没有足够的时间在脉冲结束前达到它的稳态值 9 V 。因此, 图 8.39 所示的波形不能让电容充电完全。

两次仿真结果均为脉冲串, 其中每个脉冲均在电容放电完全后才开始, 尤其在第二次仿真中可以更清楚地看到这一点。因此, 可以认为任何脉冲的前沿在 $t=0$ 时刻开始, 且初始条件为零。

图 8.38 $PW = 10\text{ ms}$ 和 $PER = 15\text{ ms}$ 时的 Probe 输出图 8.39 $PW = 0.5\text{ ms}$ 和 $PER = 15\text{ ms}$ 时的 Probe 输出

最后,作为本节的结束,列出第 8.8 节最后部分的对偶表述。

下面对瞬间接入或者移去直流电源后, RC 电路响应的求解过程做一个总结。假定将所有独立电源短路后电路可以简化为单个等效电阻 R_{eq} 与单个电容 C_{eq} 并联的情形,需要求出的响应用 $f(t)$ 表示。

1. 移去所有独立电源,简化电路以确定 R_{eq} 和 C_{eq} , 得到时间常数为 $\tau = R_{eq} C_{eq}$ 。
2. 将 C_{eq} 看做开路,采用直流分析方法确定 $v_C(0^-)$, 即不连续性发生前的电容电压。
3. 再次将 C_{eq} 看做开路,来用直流分析方法求出受迫响应,这是当 $t \rightarrow \infty$ 时 $f(t)$ 的近似值,将它表示为 $f(\infty)$ 。
4. 将总的响应写成受迫响应与自由响应的和: $f(t) = f(\infty) + Ae^{-t/\tau}$ 。
5. 利用条件 $v_C(0^+) = v_C(0^-)$ 求出 $f(0^+)$ 。如果有必要,可以将 C_{eq} 替换为一个电压源 $v_C(0^+)$ [如果 $v_C(0^+) = 0$ 则为短路] 来计算。除了电容电压(和电感电流)外,电路中的其他电流和电压值可以突变。

6. $f(0^+) = f(\infty) + A$, $f(t) = f(\infty) + [f(0^+) - f(\infty)]e^{-t/\tau}$, 即总的响应 = 终值 + (初值 - 终值) $e^{-t/\tau}$ 。

实际应用

数字集成电路的频率极限

现代数字集成电路,例如可编程逻辑阵列(PAL)和微处理器是由称为门的晶体管电路连接而成的。数字信号用由1和0组成的符号来表示,这些信号可以是数据或者指令(例如“加”和“减”)。在电气上逻辑1用“高”电平来表示,而逻辑0则用“低”电平来表示。在实际中,高电平和低电平都是一个电压范围。例如,对于7400系列的TTL逻辑集成电路,2 V~5 V之间的任何电压均表示逻辑1,而0 V~0.8 V之间的任何电压均表示逻辑0,0.8 V~2 V之间的电压不表示任何逻辑态。

数字电路的一个关键参数是它们的工作速度。这里的“速度”指的是将一个门从一个逻辑态切换到另一个逻辑态(从逻辑0到逻辑1,或者相反)的速度,以及将一个门的输出传到另一个门的输入所需要的延时。尽管晶体管含有的固有电容影响了其切换速度,但目前更重要的是集成电路中门与门的连接路径限制了它们的速度。可以用简单RC电路来对两个逻辑门之间的连接路径进行模拟(尽管随着集成电路特征尺寸不断变小,需要用更精确的模型来精确估算电路的性能)。例如,考虑一条长2000 μm ,宽2 μm 的连接路径。在典型的硅集成电路中,这样的路径可以用一个0.5 pF电容与一个100 Ω 电阻组成的电路来模拟,如图8.40所示。

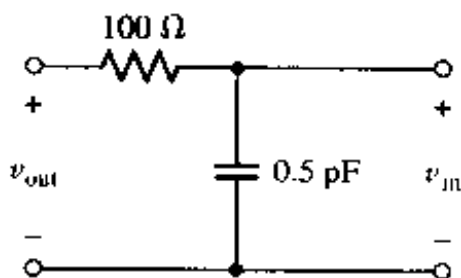


图 8.40 集成电路门与门之间连接路径的电路模型

假定电压 v_{out} 表示输出电压,这个电压正从逻辑0态转到逻辑1态。电压 v_{in} 位于另一个门输入端,这里感兴趣的是 v_{in} 需要用多长时间才能达到与 v_{out} 相同的逻辑态。

假定互连路径模型中的0.5 pF电容初始时没有电荷[这就是说 $v_{\text{in}}(0) = 0$]。计算出该路径的RC电路模型的时间常数为 $\tau = RC = 50 \text{ ps}$,假设 v_{out} 发生变化的时刻为 $t = 0$ 。于是可以得到:

$$v_{\text{in}}(t) = Ae^{-t/\tau} + v_{\text{out}}(0)$$

令 $v_{\text{in}}(0) = 0$, 得到 $A = -v_{\text{out}}(0)$, 所以:

$$v_{\text{in}}(t) = v_{\text{out}}(0)[1 - e^{-t/\tau}]$$

分析这个方程,可以看到 v_{in} 将在 5τ 即 250 ns 后达到 $v_{\text{out}}(0)$ 。如果在该暂态过程结束之前 v_{out} 再次发生改变,那么电容没有足够的时间来充电。在这种情况下, v_{in} 将小于 $v_{\text{out}}(0)$ 。例如,假定 $v_{\text{out}}(0)$ 等于逻辑1的最低电平,那么这意味着 v_{in} 将不会随之变为逻辑1。如果 v_{out} 突然变为0 V(逻辑0),这时电容将开始放电,这使得 v_{in} 进一步减小。因此,如果逻辑状态切换太快,将

不能够使信息从一个门传到另一个门。

因此,逻辑态的切换速度最快为 $(5\tau)^{-1}$,它可以用最大工作频率表示出来:

$$f_{\max} = \frac{1}{2 \times (5\tau)} = 2 \text{ GHz}$$

其中的因子2反映了充电和放电时间。如果希望集成电路在更高的频率上工作,以达到更高的运算速度,那么需要减小互连电容或者互连电阻,或者同时减小它们。

还需要指出的是,上面的讨论中忽略了一些细节。首先,假定了 v_{out} 在 $t=0$ 时刻“变化”,同时假定了 v_{out} 的上升时间为零。在实际中,它仅需达到2 V就等于逻辑1,只是最后它会逐渐增长到5 V。其次,正如第一段中所指出的, v_{in} 并不必要精确达到 v_{out} 才能表示相同的逻辑态。

8.10 小结与复习

- 对于含有电容和电感的电路,当将电源瞬时接入或者移出时,电路的响应总是由两部分组成,即自由响应和受迫响应。
- 自由响应(也称为暂态响应)的形式仅决定于电路中元件的参数和它们的连接方式。
- 受迫响应的形式反映了激励函数的形式,因此直流激励函数总是产生恒定的受迫响应。
- 对于可以简化为单个等效电感 L 和单个等效电阻 R 的电路,其自由响应为 $i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$,其中 $\tau = L/R$ 为电路的时间常数。
- 对于可以简化为单个等效电容 C 和单个等效电阻 R 的电路,其自由响应为 $v(t) = V_0 e^{-t/\tau}$,其中 $\tau = RC$ 为电路的时间常数。
- 单位阶跃函数可以用来对开关打开和闭合进行建模,不过要注意电路的初始条件。
- 由直流电源激励产生的RL或RC电路的完全响应 $f(t)$ 具有如下形式: $f(0^+) = f(\infty) + A$ 和 $f(t) = f(\infty) + [f(0^+) - f(\infty)]e^{-t/\tau}$,即总的响应 = 终值 + (初值 - 终值) $e^{-t/\tau}$ 。

习题

1. 如图8.41所示电路,开关闭合很长时间后在 $t=0$ 时打开。(a)求 $t>0$ 的 $i_L(t)$;(b)计算 $i_L(10 \text{ ms})$;(c)如果 $i_L(t_1) = 0.5 i_L(0)$,求 t_1 。
2. 图8.42中的开关闭合很长时间后在 $t=0$ 时打开。求(a) $t=0^-$;(b) $t=0^+$;(c) $t=0.3 \text{ ms}$ 时的 i_L 和 i_x 。

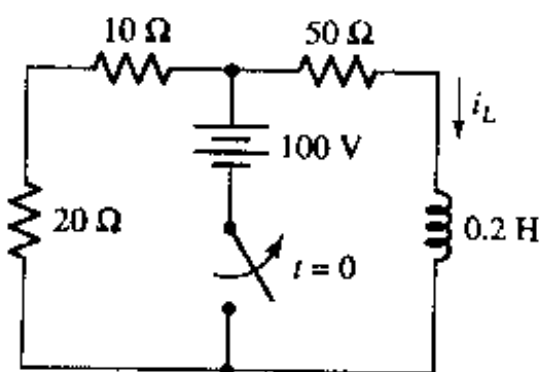


图 8.41

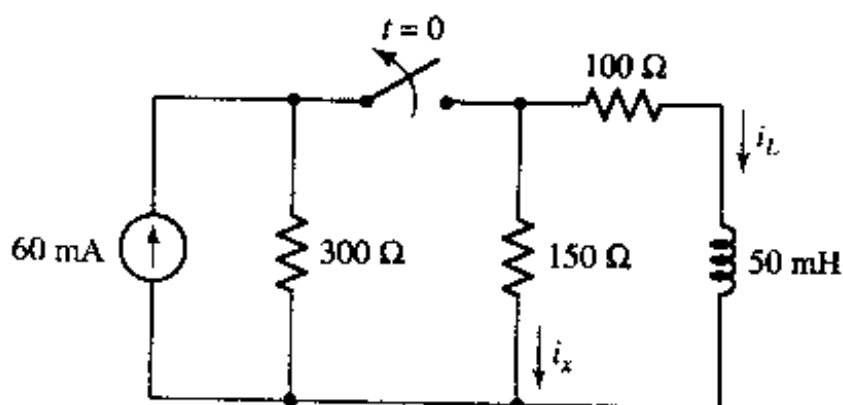


图 8.42

3. 如图 8.43 所示电路, 开关打开很长时间后在 $t = 0$ 时闭合。计算 $t = 5 \mu\text{s}$ 时的 (a) i_L ; (b) i_{sw} 。

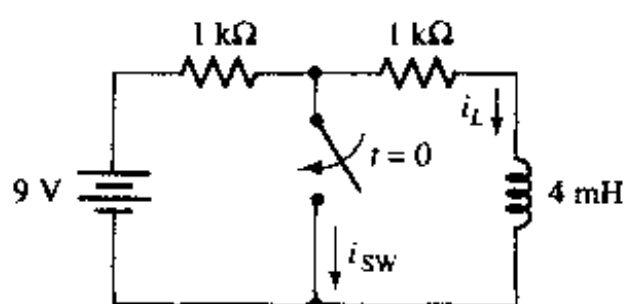


图 8.43

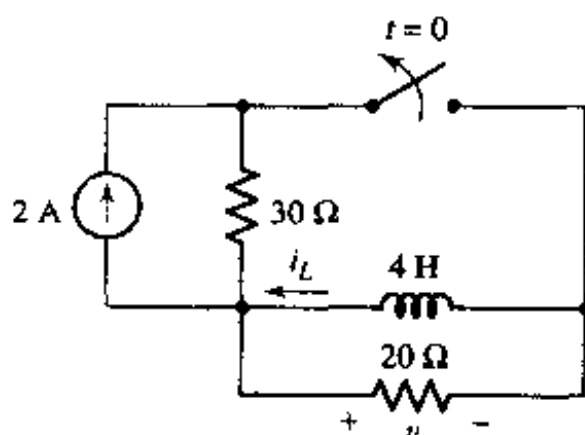


图 8.44

4. 如图 8.44 所示电路, 开关闭合很长时间后在 $t = 0$ 时打开。求开关打开瞬间的 (a) i_L ; (b) v 。
5. 如图 8.45 所示电路, 其中的开关为单刀双掷, 在图中, 它表示闭合一个电路的同时打开另一个电路。假定开关位于图中所示的位置已有很长时间, 确定如下时刻的 v 和 i_L : (a) 开关切换前的瞬间; (b) 开关切换后的瞬间。
6. 如图 8.46 所示电路, 开关在 $t = 0$ 闭合前已断开很长时间。画出下列响应在时间区间 $-5 < t < 5 \mu\text{s}$ 的曲线: (a) $i_L(t)$; (b) $i_x(t)$ 。

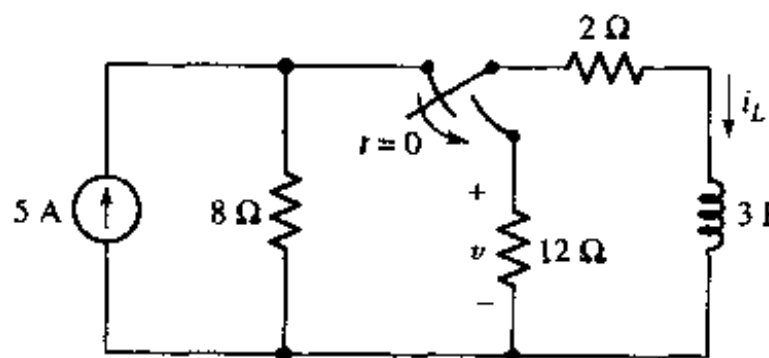


图 8.45

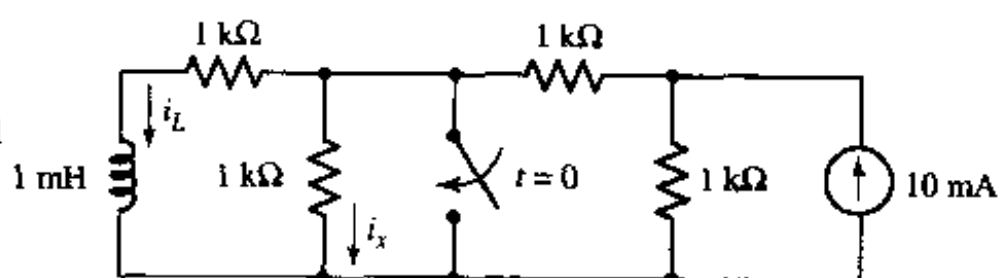


图 8.46

7. 图 8.4 画出了 i/I_0 随时间变化的曲线。(a) 求 $i/I_0 = 0.1, 0.01$ 和 0.001 时 t/τ 的值; (b) 如果在 t/τ 处作曲线的切线, 它和 t/τ 轴在何处相交?
8. 参看图 8.47 所示的响应, 求出电路的时间常数和流过电感的初始电流。

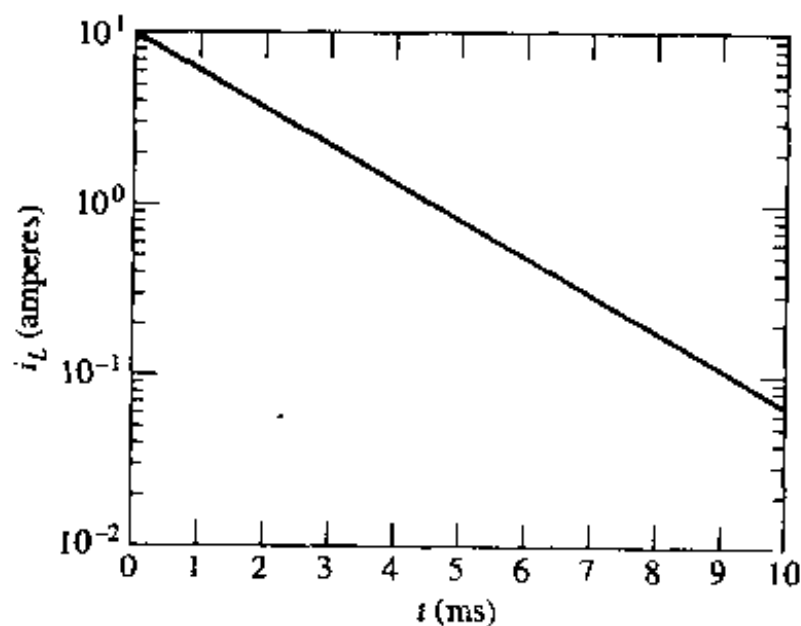


图 8.47

9. 简单RL电路中, 10 mH 电感储存的初始能量为 15 mJ, 对 $R = 1\text{ k}\Omega$, $R = 10\text{ k}\Omega$ 和 $R = 100\text{ k}\Omega$, 分别画出电阻电压的曲线, 并用 Pspice 仿真来验证你的解答。
10. 图 8.1 所示电路中, 设 $R = 1\text{ M}\Omega$ 和 $L = 3.3\text{ }\mu\text{H}$ 。(a) 计算电路的时间常数; (b) 如果 $t = 0$ 时电感的初始能量为 43 μJ , 确定 $t = 5\text{ ps}$ 时 i_L 的值; (c) 用 PSpice 验证你的解答。
11. 一个数字信号通过一个电感为 125.7 μH 的松散绕制的线圈, 如果要求暂态的持续时间小于 100 ns, 确定接收设备最小允许的戴维南等效电阻。
12. 一个立体声收音机的电源中含有两个并联的 50 mF 大电容。当关掉电源时, 你可以看到, 表示电源打开的黄色 LED 指示灯经过几秒的时间才慢慢熄灭。对于电视也是如此, 于是你决定用一个具有不同快门速度的焦距为 35 mm 的照相机, 以及一些廉价的胶卷来做一个实验。当快门速度为 2 s, 洗出的胶卷没有图像, 当快门速度为 1 s, 看到一个非常弱的图像, 当快门速度为 150 ms, 图像为采用最快的快门速度进行拍摄所得到的图像强度的 14%。估算该电路的戴维南等效阻抗。
13. (a) 如图 8.48 所示电路, 求 $v_C(t)$ 的表达式; (b) 在何时 $v_C = 0.1v_C(0)$?

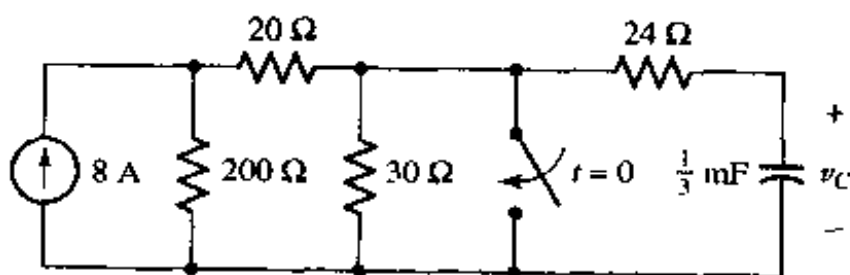


图 8.48

14. 一个 4 A 的电源, 一个 20 Ω 电阻, 以及一个 5 μF 电容相并联。在 $t = 0$, 电源的幅度突然降为零(即变成一个 0 A 的电源)。(a) 在何时电容电压降为其初始值的一半; (b) 在何时电容储存的能量降到其初始值的一半?
15. 如图 8.49 所示电路, 确定 $v_C(t)$ 和 $i_C(t)$, 并在同一个图内画出这两条曲线, $-0.1 < t < 0.1\text{ s}$ 。

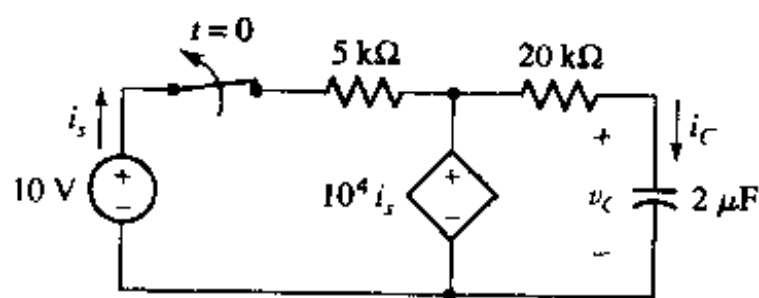


图 8.49

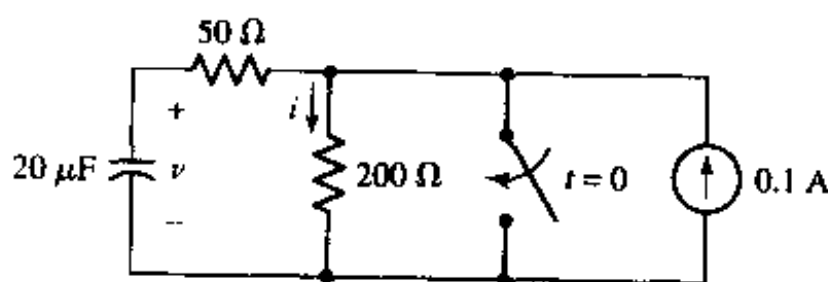


图 8.50

16. 如图 8.50 所示电路, 确定电流 i 和电压 v 在 $t = 0^+$, $t = 1.5\text{ ms}$ 和 $t = 3.0\text{ ms}$ 的值。
17. 一个 0.2 H 的电感与一个 100 Ω 的电阻并联, 在 $t = 0$ 时电感电流为 4 A。(a) 求 $t = 0.8\text{ ms}$ 时 $i_L(t)$ 的值; (b) 如果在 $t = 1\text{ ms}$ 时将另一个 100 Ω 的电阻并联到电感两端, 求 $t = 2\text{ ms}$ 时 i_L 的值。
18. 一个 20 mH 的电感和一个 1 k Ω 的电阻并联, 设 $t = 0$ 时回路电流的值为 40 mA。(a) 在何时该电流为 10 mA? (b) 在 $t = 10\text{ }\mu\text{s}$ 时将一个多大的电阻串联接入电路中, 使得 $t = 15\text{ }\mu\text{s}$ 时电流为 10 mA?

PSpice 提示: PSpice 中有两种开关, Sw_tClose 在指定时刻闭合, Sw_tOpen 在指定时刻开路。

19. 如图 8.51 所示网络, 初始值为 $i_1(0) = 20 \text{ mA}$ 和 $i_2(0) = 15 \text{ mA}$ 。(a) 确定 $v(0)$; (b) 求出 $v(15 \mu\text{s})$ 的值; (c) 在何时 $v(t) = 0.1v(0)$?
20. 如图 8.52 所示电路, 求 R_1 和 R_2 的值, 使得 $v_R(0^+) = 10 \text{ V}$ 和 $v_R(1 \text{ ms}) = 5 \text{ V}$ 。

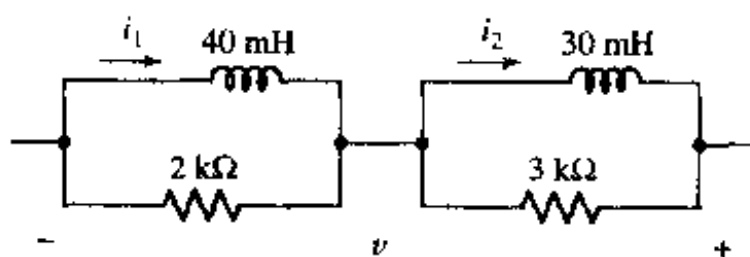


图 8.51

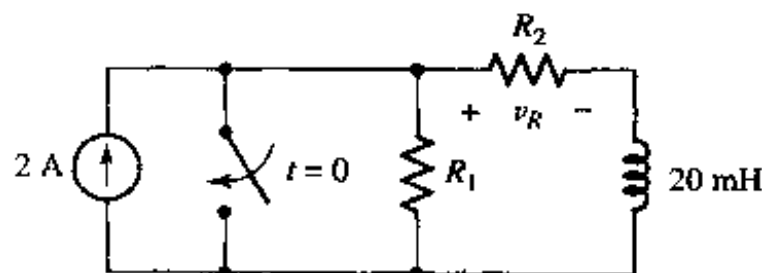


图 8.52

21. 如图 8.53 所示电路, 图中的开关在 $t = 0$ 闭合前已打开了很长时间。(a) 求 $t > 0$ 时 $i_L(t)$ 的表达式; (b) 画出 $-4 < t < 4 \text{ ms}$ 时 $v_x(t)$ 的曲线。

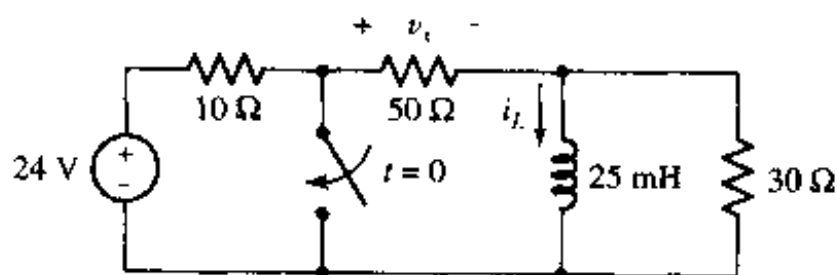


图 8.53

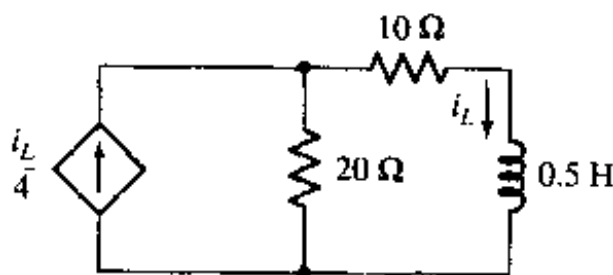


图 8.54

22. 如图 8.54 所示电路, 如果 $i_L(0) = 10 \text{ A}$, 求 $t > 0$ 时 $i_L(t)$ 的表达式。
23. 参考图 8.55 所示电路, 求在 $t = -0.1, 0.03$ 和 0.1 s 时的 i_1 , 并画出 i_1 随 t 变化的曲线, 其中, $-0.1 < t < 1 \text{ s}$ 。
24. 某电路由一个 0.5 H 电感, 一个 10Ω 电阻和一个 40Ω 电阻串联而成, 设 $t = 0$ 时电感电流为 4 A 。(a) 求 $i_L(15 \text{ ms})$; (b) 如果在 $t = 15 \text{ ms}$ 时 40Ω 的电阻被短路, 求 $i_L(30 \text{ ms})$ 。

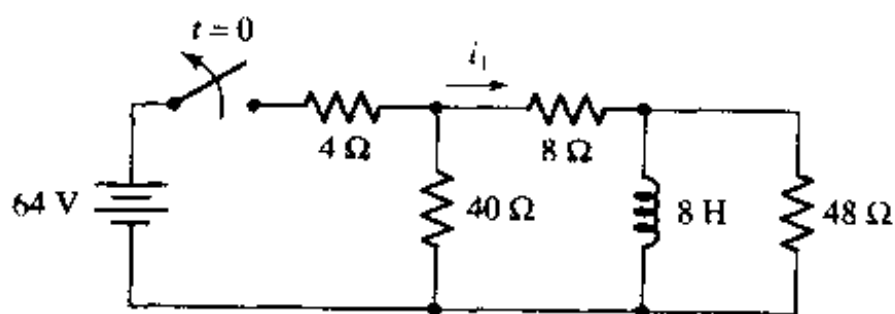


图 8.55

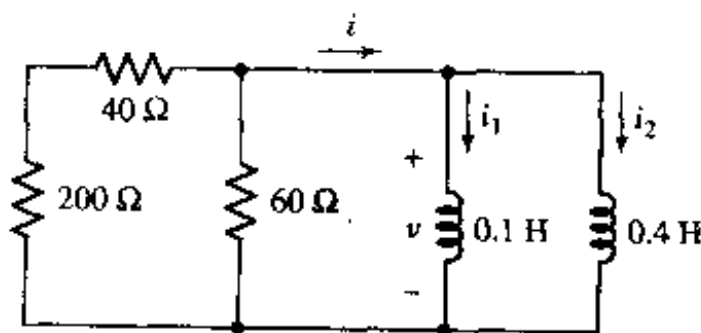


图 8.56

25. 如图 8.56 所示电路, 它含有两个并联的电感, 于是在两个电感回路之间可能存在循环流动的电流。令 $i_1(0^-) = 10 \text{ A}$ 和 $i_2(0^-) = 20 \text{ A}$ 。(a) 求 $i_1(0^+)$, $i_2(0^+)$ 和 $i(0^+)$; (b) 确定 $i(t)$ 的时间常数 τ ; (c) 求 $t > 0$ 的 $i(t)$; (d) 求 $v(t)$; (e) 从 $v(t)$ 求出 $i_1(t)$ 和 $i_2(t)$; (f) 验证 $t = 0$ 时储存的能量等于 $t = 0$ 到 $t = \infty$ 之间阻性网络消耗的能量加上 t

$= \infty$ 时储存在电感的能量。

26. 如图 8.57 所示电路, 假设它已工作了很长的时间。电路中的开关在早上 10 点整打开, 求以下时刻 i_1 和 v_C 的值: (a) 早上 9:59; (b) 早上 10:05; (c) 求 $t = 1.2\tau$ 时的 $i_1(t)$; (d) 用 PSpice 验证你的答案。
27. 如图所示电路, 假设它已工作了很长的时间, 在 $t = 0$ 时开关打开。求以下各量的值: (a) $i_x(0^-)$; (b) $i_x(0^-)$; (c) $i_x(0^+)$; (d) $i_x(0^+)$; (e) $i_x(0.4 \text{ s})$ 。

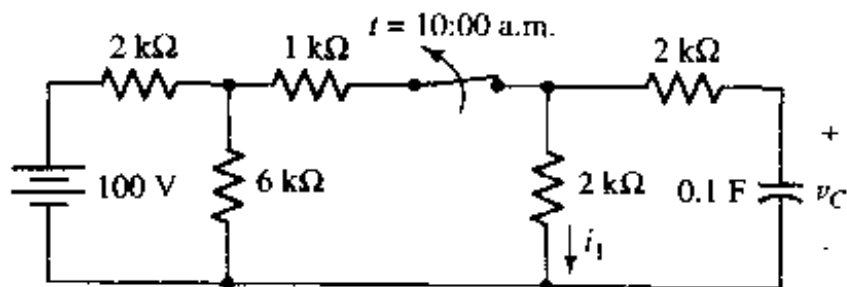


图 8.57

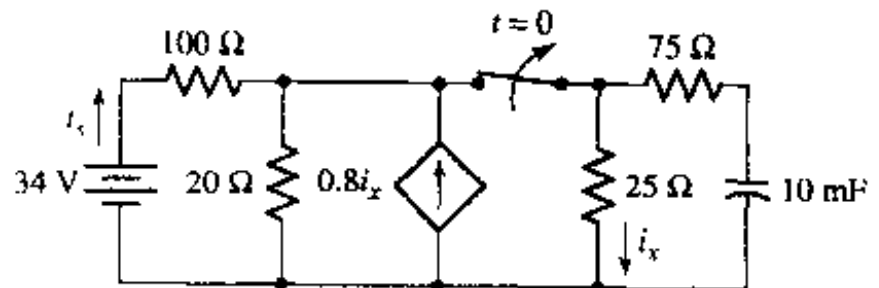


图 8.58

28. 如图 8.59 所示电路, 在 $t = 0$ 之前开关已经闭合了很长的一段时间, 在 $t = 0$ 时将开关打开。 (a) 求 $t > 0$ 时的 $v_C(t)$; (b) 计算 $i_1(-100 \mu\text{s})$ 和 $i_1(100 \mu\text{s})$; (c) 用 PSpice 验证你的答案。

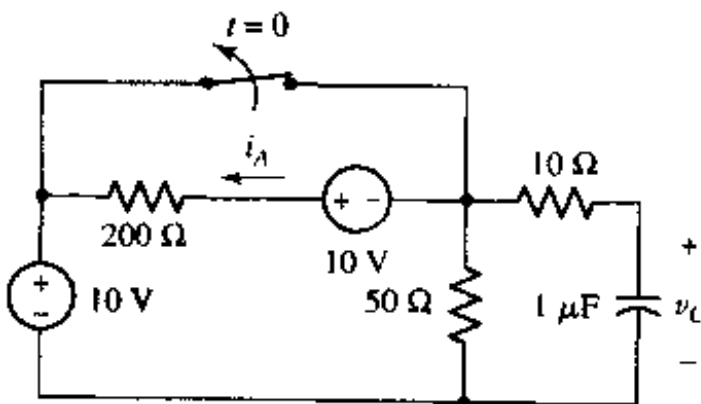


图 8.59

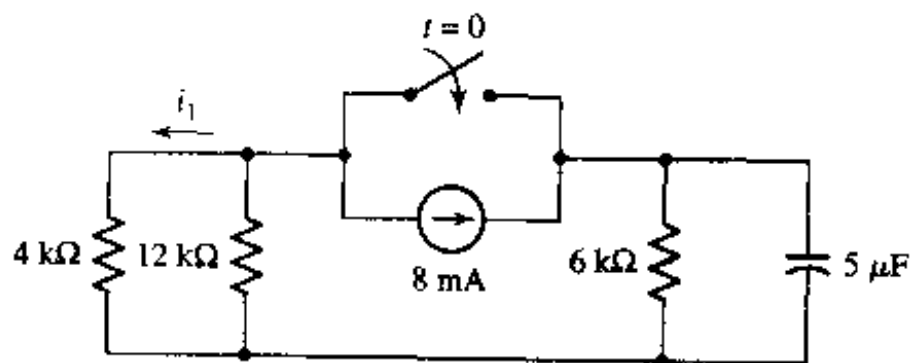


图 8.60

29. 如图 8.60 所示电路, 该电路已处在该状态很长的时间, 在 $t = 0$ 开关闭合; (a) 求 $t < 0$ 时的 $i_1(t)$; (b) 求 $t > 0$ 时的 $i_1(t)$ 。
30. 图 8.61 所示电路已处在该状态很长的时间, 在 $t = 0$ 两个开关同时打开, 如图所示。 (a) 求出 $t > 0$ 时的 v_{out} 的表达式; (b) 求出 $t = 0^+$, $1 \mu\text{s}$ 和 $5 \mu\text{s}$ 时的 v_{out} 。
31. (a) 假定图 8.62 所示的电路已处在该状态很长的时间, 求在开关打开之后的 $v_C(t)$ 的表达式; (b) 计算在 $t = 3 \mu\text{s}$ 的 $v_C(t)$; (c) 用 PSpice 验证你的答案。

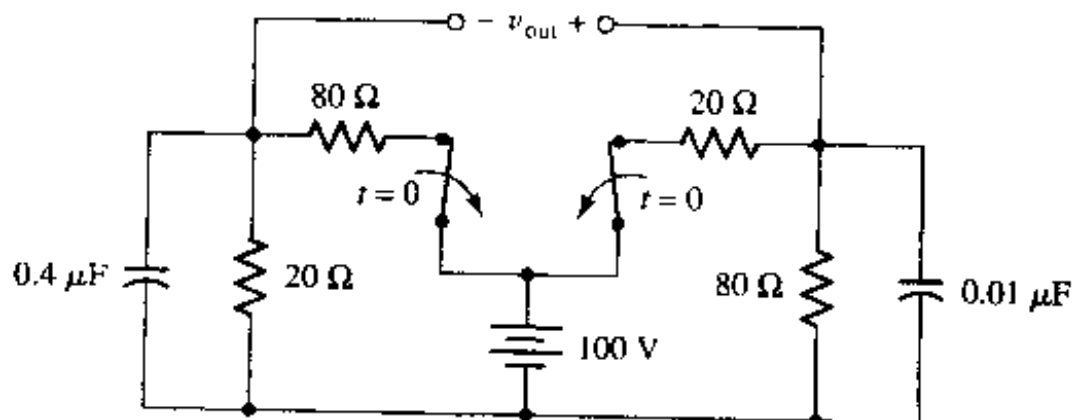


图 8.61

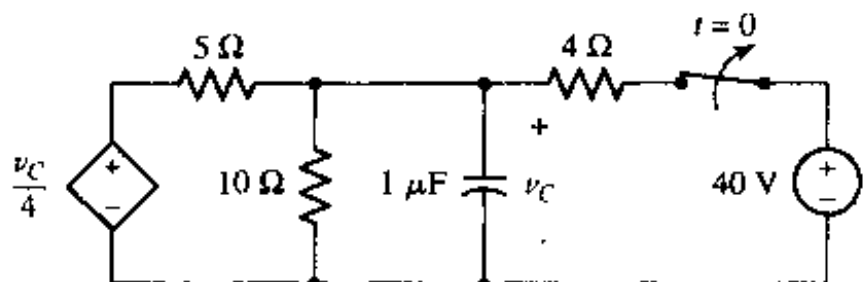


图 8.62

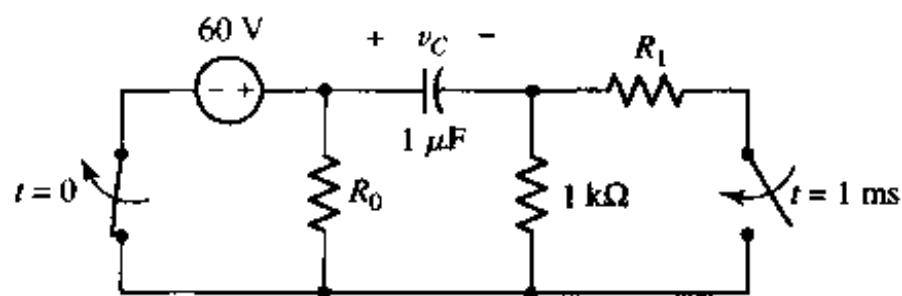


图 8.63

32. 如图 8.63 所示电路, 确定 R_0 和 R_1 的值, 使得 $t = 0.5 \text{ ms}$ 时 $v_C = 50 \text{ V}$ 和 $t = 2 \text{ ms}$ 时 $v_C = 25 \text{ V}$ 。

33. 如图 8.64 所示电路, 确定如下两个时间区间 $v_C(t)$ 的表达式: (a) $t < 0$; (b) $t > 0$ 。

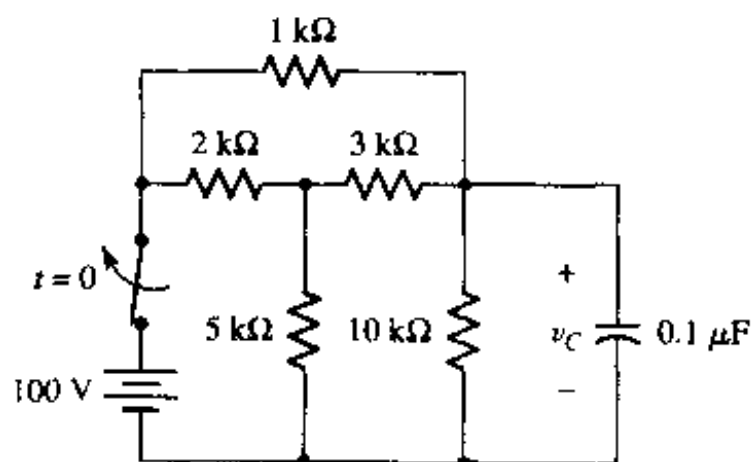


图 8.64

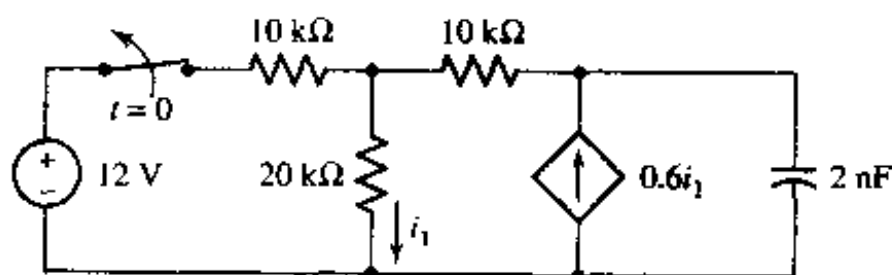


图 8.65

34. 如图 8.65 所示电路, 求 $t < 0$ 和 $t > 0$ 时 $i_1(t)$ 的表达式。

35. 图 8.66 中的开关在处于 A 端很长时间后在 $t = 0$ 移到 B 端, 这使得两个电容串接在一起, 从而在两个电容两端产生大小相等方向相反的直流电压。(a) 求 $v_1(0^-)$, $v_2(0^-)$ 和 $v_R(0^-)$; (b) 求 $v_1(0^+)$, $v_2(0^+)$ 和 $v_R(0^+)$; (c) 求 $v_R(t)$ 的时间常数; (d) 求 $t > 0$ 时的 $v_R(t)$; (e) 求 $i(t)$; (f) 由 $i(t)$ 和初始条件求出 $v_1(t)$ 和 $v_2(t)$; (g) 验证 $t = \infty$ 时电容储存的能量加上 $20 \text{ k}\Omega$ 电阻上消耗的能量等于 $t = 0$ 时储存在电容上的能量。

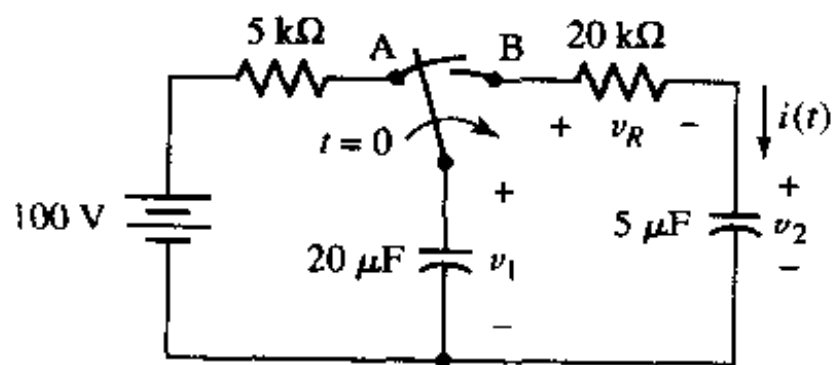


图 8.66

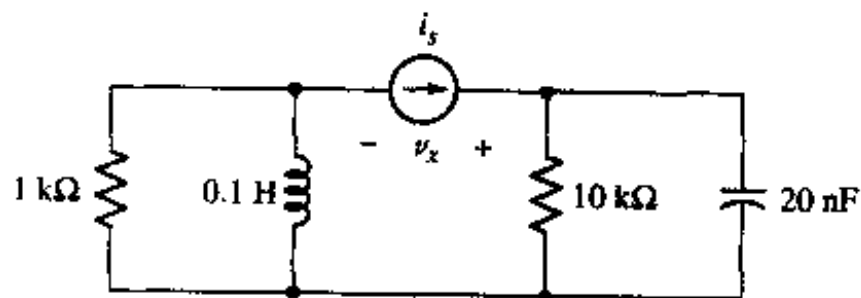


图 8.67

36. 如图 8.67 所示电路, $t < 0$ 时 i_x 的值为 1 mA , $t > 0$ 时为零, 求下面时间区间内 $v_x(t)$ 的表达式: (a) $t < 0$; (b) $t > 0$ 。

37. 如图 8.68 所示电路, $t < 0$ 时 v_x 的值为 20 V , $t > 0$ 为零, 求下面时间区间内 $i_x(t)$ 的表达式: (a) $t < 0$; (b) $t > 0$ 。

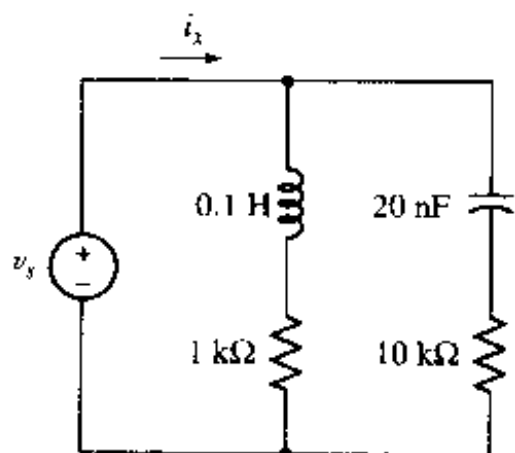


图 8.68

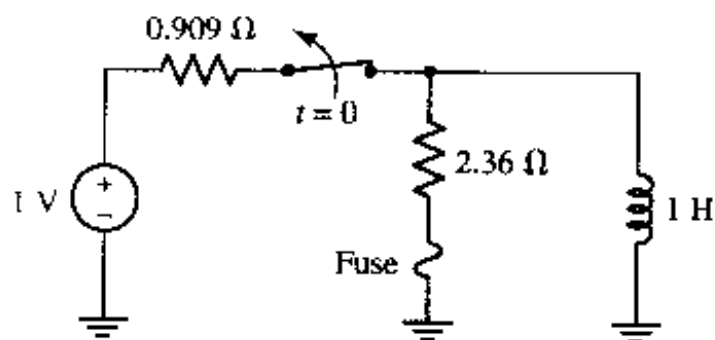


图 8.69

38. 如图 8.69 所示电路,其中的开关已闭合很长时间。保险丝是一种特殊类型的电阻,当流过的电流超过 1 A 且持续时间超过 100 ms 时它将过热熔化(当然还有其他类型的保险丝)。保险丝的电阻为 3 mΩ。如果开关在 $t = 0$ 时闭合,那么保险丝会不会熔断? 用 PSpice 验证你的结论。
39. 如图 8.70 所示电路,电源的值为 $v_A = 300u(t-1)$ V, $v_B = -120u(t+1)$ V, $i_C = 3u(-t)$ A。求 $t = -1.5, -0.5, 0.5$ 和 1.5 s 时 i_1 的值。
40. 如图 8.70 所示电路,电源的值为 $v_A = 60tu(t-1)$ V, $v_B = 600(t+1)u(t)$ V, $i_C = 6(t-1)u(t-1)$ A。(a) 求 $t = -1.5, -0.5, 0.5$ 和 1.5 s 时 i_1 的值;(b)画出 i_1 随 t 变化的曲线,其中 $-2.5 < t < 2.5$ s。
41. 求出 $t = 2$ 时下面各表达式的值:(a) $2u(1-t) - 3u(t-1) - 4u(t+1)$;(b) $[5 - u(t)][2 + u(3-t)][1 - u(1-t)]$;(c) $4e^{-u(3-t)}u^{(3-t)}$ 。

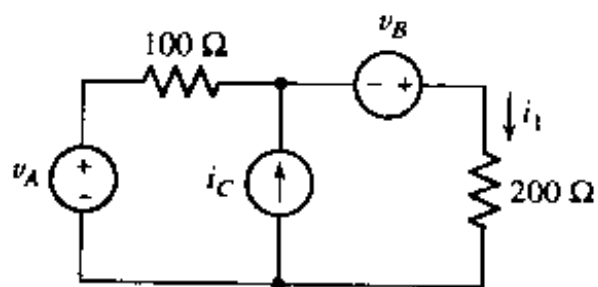


图 8.70

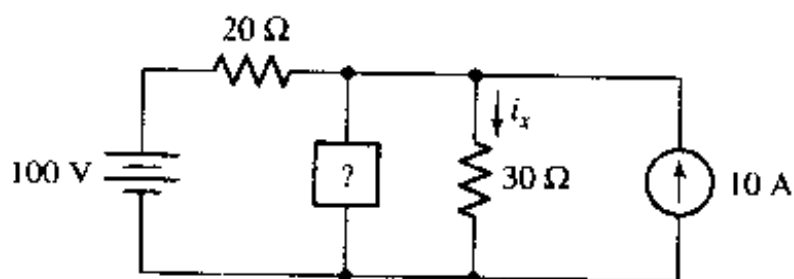


图 8.71

42. 如图 8.71 所示电路,如果未知的支路包含:(a)一个常开开关和一个 60 V 的电池串联组合,开关在 $t = 0$ 时闭合,电池的正参考方向位于上端;(b)一个电压源, $60u(t)$ V, 正参考方向位于上端。求出 $t < 0$ 和 $t > 0$ 时 i_x 的表达式。

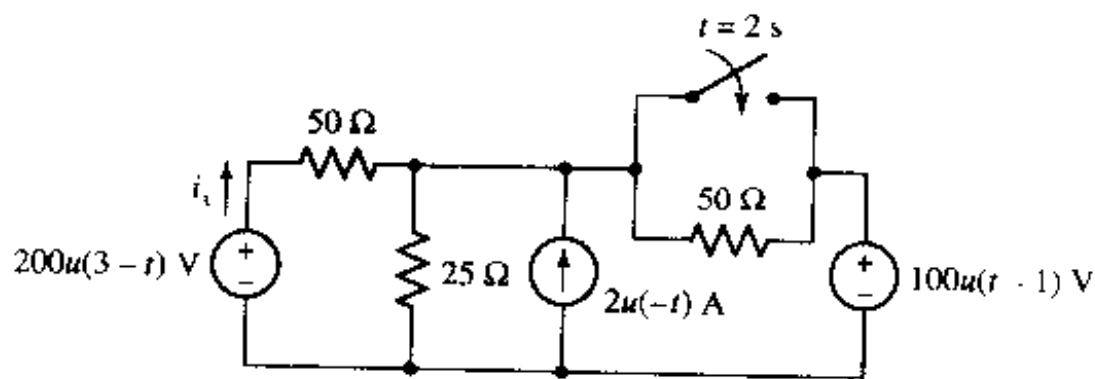


图 8.72

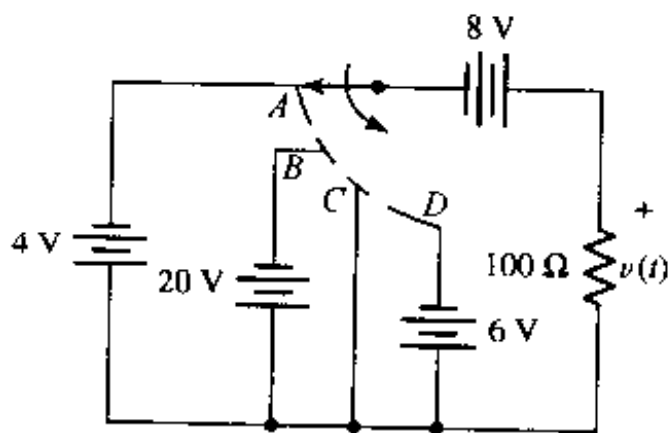


图 8.73

43. 如图 8.72 所示电路, 求从 $t = -0.5 \text{ s}$ 到 $t = 3.5 \text{ s}$ 区间 i_x 的表达式。
44. 如图 8.73 所示电路, 开关在 $t < 0$ 时位于位置 A, 在 $t = 0$ 切换到 B, 然后在 $t = 4 \text{ s}$ 切换到 C, 在 $t = 6 \text{ s}$ 切换到 D, 然后保持不变。画出 $v(t)$ 随时间变化的曲线, 并把它表示成阶跃激励函数的和的形式。
45. 在某未知元件上所加的电压波为 $7u(t) - 0.2u(t) + 8u(t-2) + 3 \text{ V}$ 。(a) 求出 $t = 1 \text{ s}$ 时该元件两端的电压; (b) 如果流过该元件的电流为 $3.5u(t) - 0.1u(t) + 4u(t-2) + 1.5 \text{ A}$, 则这是一个什么类型的元件, 其值为多大?
46. 参看图 8.74 所示电路。(a) 求 $i_L(t)$; (b) 利用 $i_L(t)$ 的表达式求 $v_L(t)$ 。
47. 如图 8.75 所示电路, 求下列时刻 i_L 的值: (a) -0.5 s ; (b) 0.5 s ; (c) 1.5 s 。

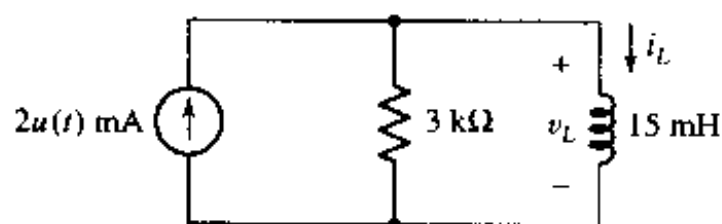


图 8.74

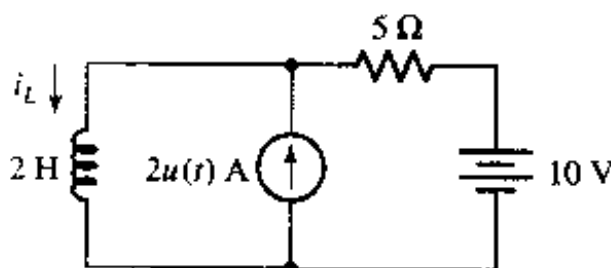


图 8.75

48. 参看图 8.76 所示电路, 如果 $i(t)$ 如图 8.77 所示, 画出 $0 \leq t \leq t_4$ 时 $i_L(t)$ 的曲线。

- | | | | | | |
|-----|------------------------|-----|------------------------|-----|------------------------|
| (a) | $t_1 = 4 \text{ ns}$ | (b) | $t_1 = 150 \text{ ns}$ | (c) | $t_1 = 150 \text{ ns}$ |
| | $t_2 = 160 \text{ ns}$ | | $t_2 = 300 \text{ ns}$ | | $t_2 = 200 \text{ ns}$ |
| | $t_3 = 164 \text{ ns}$ | | $t_3 = 450 \text{ ns}$ | | $t_3 = 350 \text{ ns}$ |
| | $t_4 = 200 \text{ ns}$ | | $t_4 = 500 \text{ ns}$ | | $t_4 = 400 \text{ ns}$ |

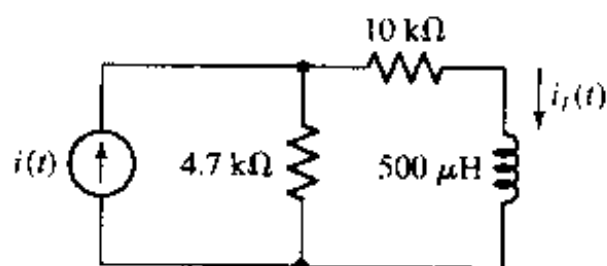


图 8.76

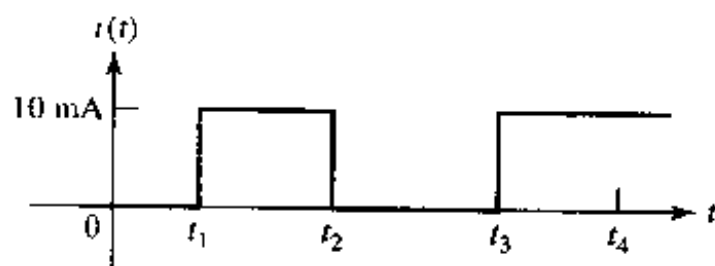


图 8.77

49. 参看图 8.78 所示电路, 求以下各量的表达式并画出草图: (a) $i_L(t)$; (b) $v_1(t)$ 。

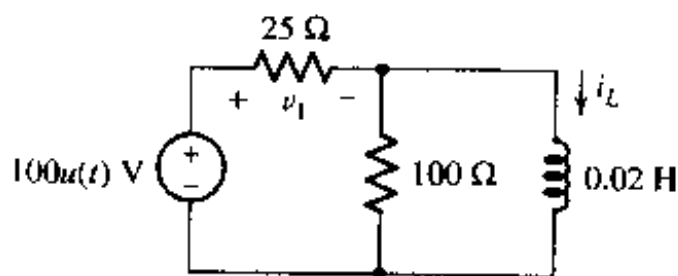


图 8.78

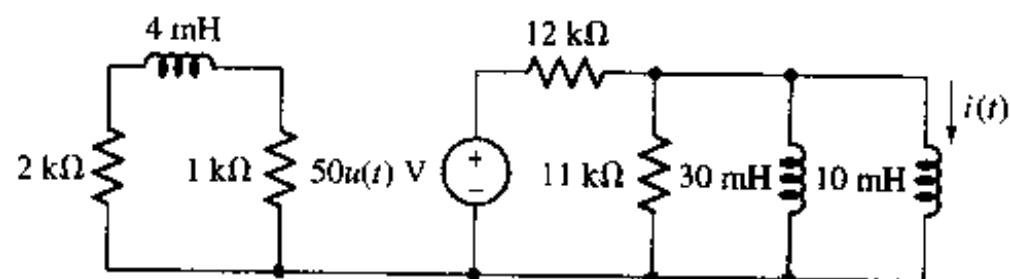


图 8.79

50. 参看图 8.79 所示电路, (a) 计算 $2 \text{ k}\Omega$ 电阻在 $t = 1 \text{ ms}$ 时吸收的功率; (b) 求出 $i(t)$ 在 $3 \mu\text{s}$ 的值; (c) 确定流过 $12 \text{ k}\Omega$ 电阻的峰值电流; (d) 用 PSpice 验证你的答案。
51. 如图 8.80 所示电路, 开关已闭合很长的时间。(a) 求 $t < 0$ 时的 i_L ; (b) 当开关在 $t = 0$

打开后,求 $i_L(t)$ 的表达式。

52. 如图 8.81 所示电路,开关已打开很长的时间。(a)求 $t < 0$ 时的 i_L ; (b)当开关在 $t = 0$ 闭合后,求 $i_L(t)$ 的表达式。

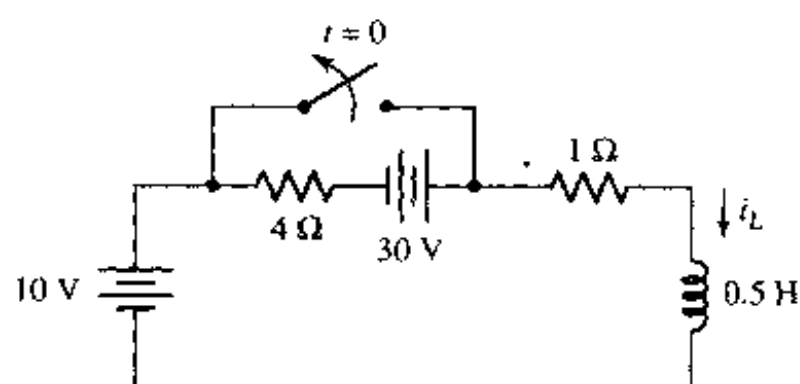


图 8.80

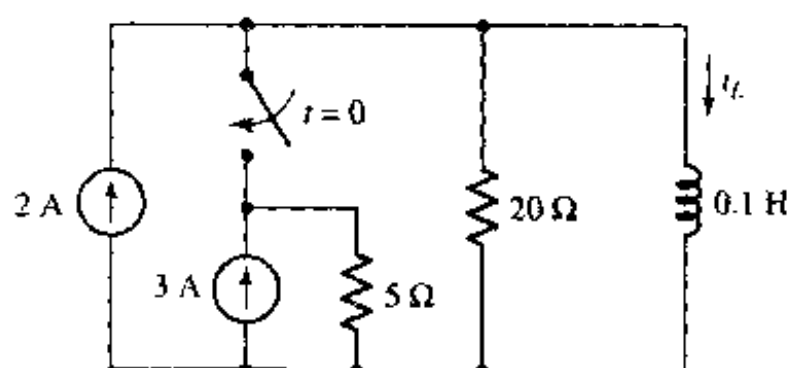


图 8.81

53. 8.8 节的式(8.13)表示了电源作用于 RL 串联电路时的一般解,一般情况下 Q 为时间的函数, A 和 P 为常量。令 $R = 125\ \Omega$, $L = 5\ \text{H}$, 如果电压激励函数 $LQ(t)$ 为 (a) $10\ \text{V}$; (b) $10u(t)\ \text{V}$; (c) $10 + 10u(t)\ \text{V}$; (d) $10u(t) \cos 50t\ \text{V}$, 求 $t > 0$ 时 $i(t)$ 的表达式。
54. 如图 8.82 所示电路,求下列时刻 i_L 和 v_L 的值: (a) 0^- ; (b) 0^+ ; (c) ∞ ; (d) $0.2\ \text{ms}$ 。

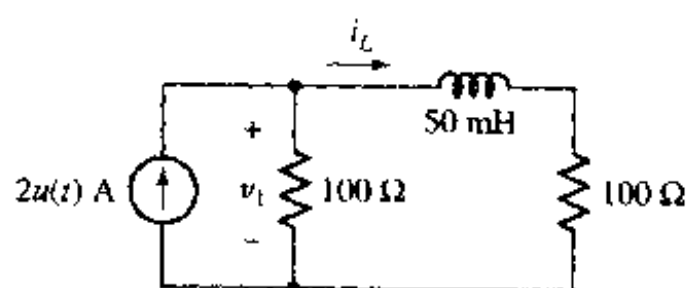


图 8.82

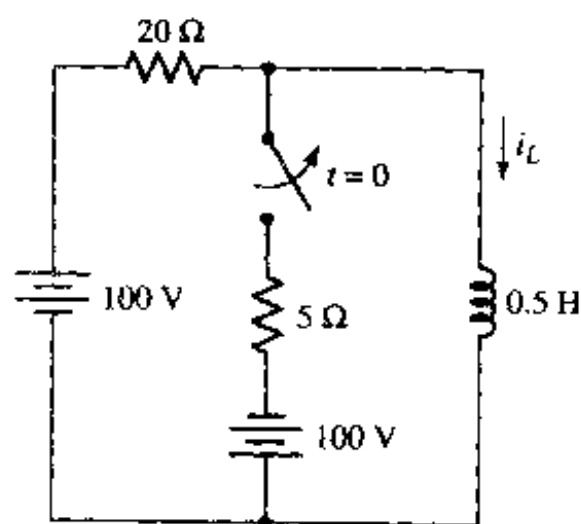


图 8.83

55. 如图 8.83 所示电路,开关已闭合很长的时间。(a)求 $t < 0$ 时 i_L 的表达式; (b)在开关打开后的瞬间,求 $i_L(0^+)$; (c)求 $i_L(\infty)$; (d)导出 $t > 0$ 时 $i_L(t)$ 的表达式。
56. 如图 8.84 所示电路,求 i_L 的表达式。

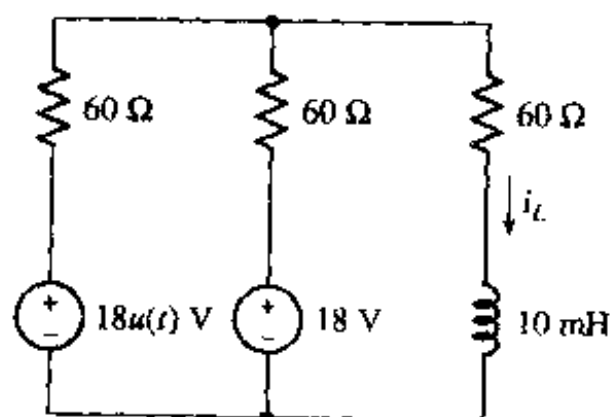


图 8.84

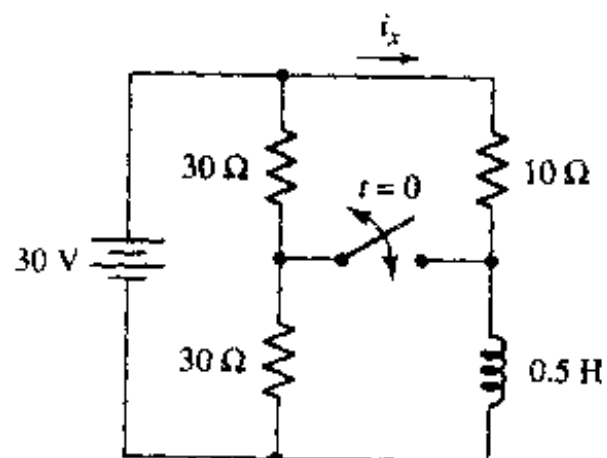


图 8.85

57. 如图 8.85 所示电路,假定开关已闭合很长的时间,然后在 $t = 0$ 时打开。求下列时刻 i_x 的值:(a) 0^- ; (b) 0^+ ; (c) 40 ms 。
58. 如图 8.85 所示电路,假定开关已打开很长的时间,然后在 $t = 0$ 时闭合。求下列时刻 i_x 的值:(a) 0^- ; (b) 0^+ ; (c) 40 ms 。
59. 如图 8.86 所示电路,求 $v_x(t)$ 的表达式。

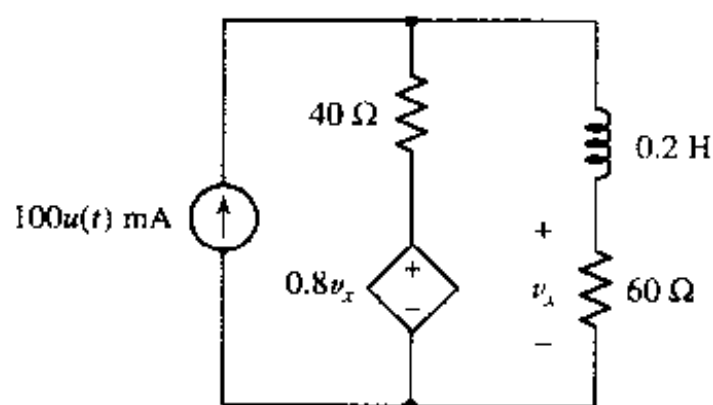


图 8.86

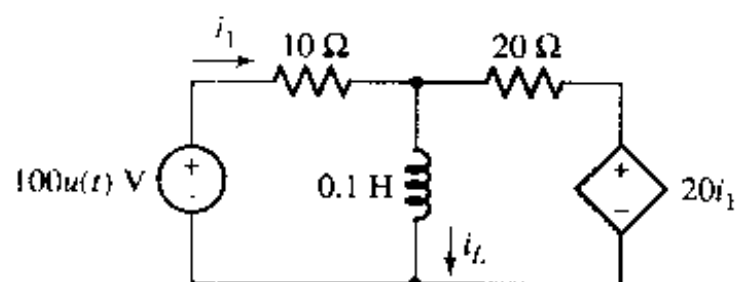


图 8.87

60. 参看图 8.87 所示电路,求(a) $i_L(t)$; (b) $i_1(t)$ 。
61. (a)用 PSpice 中的脉冲波形对习题 40 中的电压波形 v_B 进行模拟,并利用 Probe 画出它。提示:将该电源接到一个电阻上;(b)用脉冲波形对习题 40 中的电流波形进行模拟,并利用 Probe 画出它。
62. (a)如图 8.88 所示电路,求出 $t = -2 \mu\text{s}$ 和 $t = +2 \mu\text{s}$ 时 v_C 的值;(b)用 PSpice 验证你的答案。

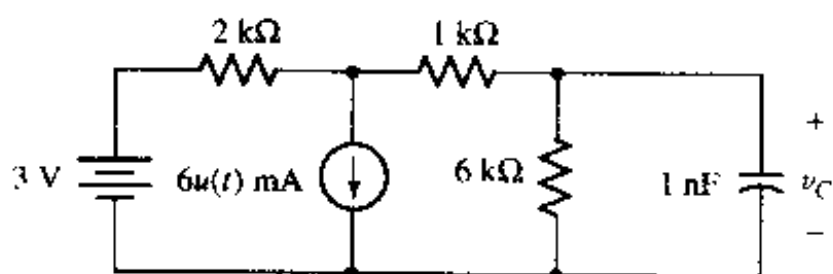


图 8.88

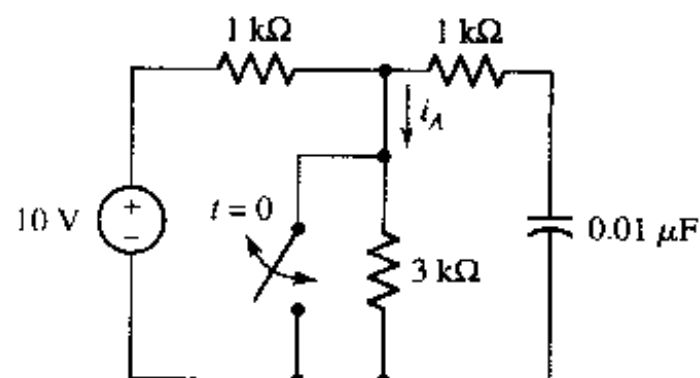


图 8.89

63. 如图 8.89 所示电路,开关在打开很长时间后在 $t = 0$ 闭合,求 i_A 的表达式。
64. 如图 8.89 所示电路,开关在闭合很长时间后在 $t = 0$ 打开,求 i_A 的表达式。
65. 如图 8.90 所示电路,令 $v_s = -12u(-t) + 24u(t) \text{ V}$,求出在时间区间 $-5 \text{ ms} < t < 5 \text{ ms}$ 下面各量的代数表达式并画出相应的曲线:(a) $v_C(t)$; (b) $i_{in}(t)$ 。

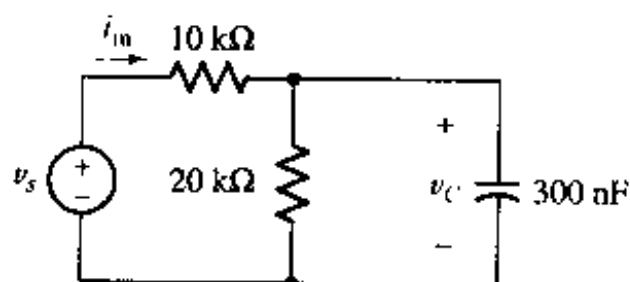


图 8.90

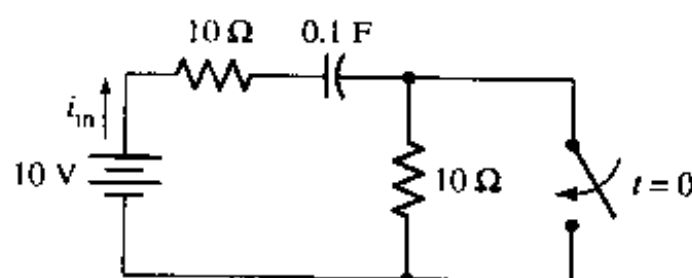


图 8.91

66. 如图 8.91 所示电路, 开关已打开很长的时间, 它突然在 $t = 0$ 闭合, 求下列时刻 i_m 的值: (a) -1.5 s ; (b) 1.5 s 。

67. 如图 8.92 所示电路, 求 $t = 0.4 \text{ s}$ 和 0.8 s 时 $v_C(t)$ 的值。

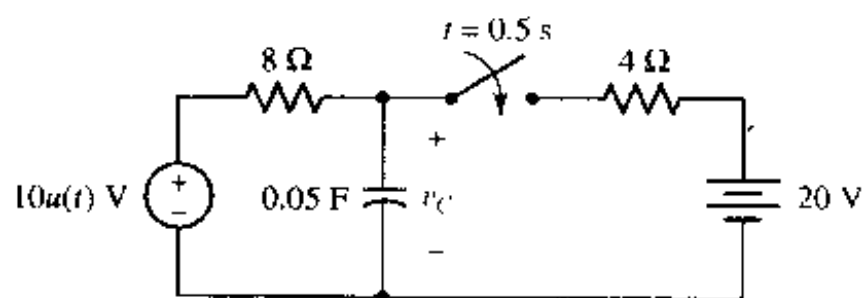


图 8.92

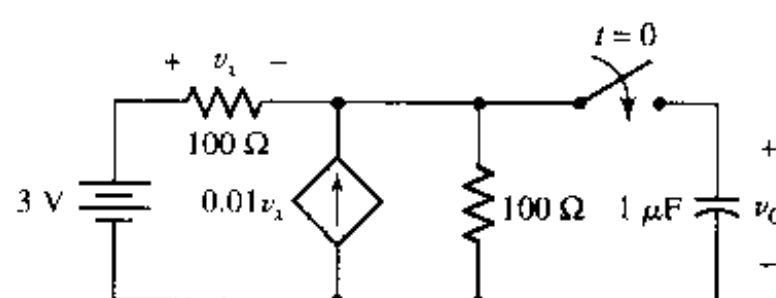


图 8.93

68. 如图 8.93 所示电路, 求 $t > 0$ 时 v_C 的表达式。

69. 如图 8.94 所示电路, 求下列区间内 $v_R(t)$ 的表达式: (a) $t < 0$; (b) $t > 0$ 。现在假定开关已闭合很长的时间, 并在 $t = 0$ 时打开, 求下列区间内 $v_R(t)$ 的表达式: (c) $t < 0$; (d) $t > 0$ 。

70. 如图 8.95 所示电路, (a) 求 $v_C(t)$ 的表达式; (b) 画出 $-1 < t < 2 \text{ s}$ 时的 $v_C(t)$ 的曲线; 并用 PSpice 验证你的解答。

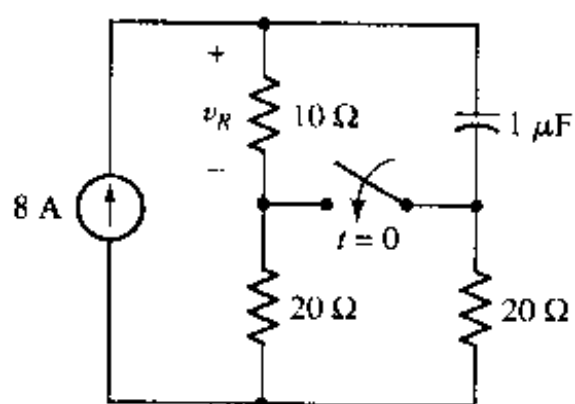


图 8.94

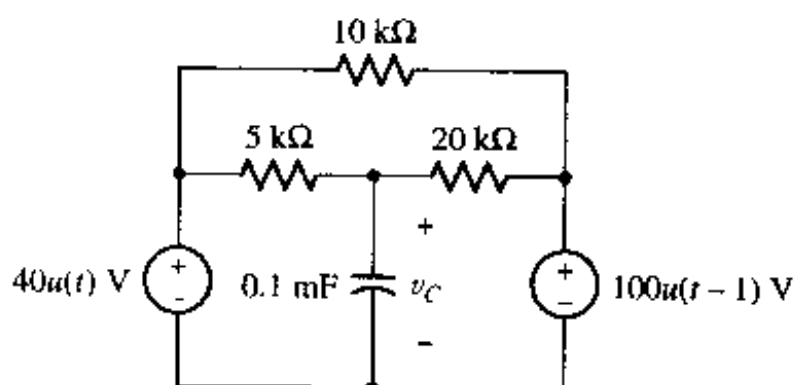


图 8.95

71. 如图 8.96 所示电路, 求 $t = 0$ 之后 $v_x = 0$ 第一次等于零的时刻。

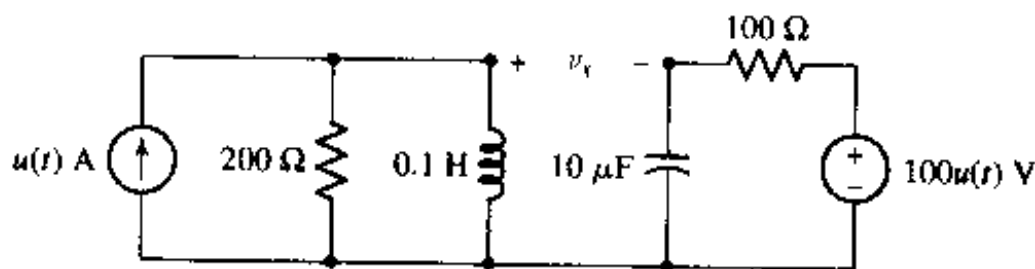


图 8.96

72. 如图 8.97 所示电路, 开关位于位置 A 已有很长时间, 在 $t = 0$ 将它切换到 B, 然后在 $t = 1 \text{ ms}$ 切换回 A。求 R_1 和 R_2 , 使得 $v_C(1 \text{ ms}) = 8 \text{ V}$ 和 $v_C(2 \text{ ms}) = 1 \text{ V}$ 。

73. 如图 8.98 所示电路, 开关已闭合很长的时间, (a) 求 $t = 5.45 \text{ ms}$ 时的 v ; (b) 求 4.7 k ohm 电阻在 $t = 1.7 \text{ ms}$ 所消耗的功率; (c) 求当开关打开后在 4.7 k ohm 电阻上转化为热量的总能量。

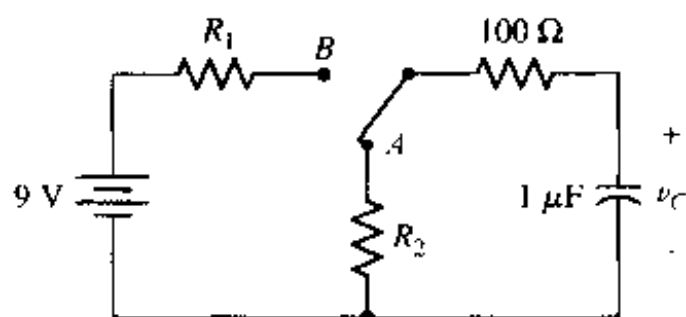


图 8.97

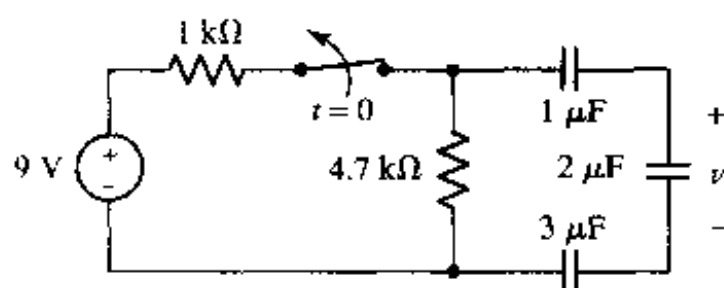


图 8.98

74. 如图 8.99 所示电路,在 $t = 0$ 时刻打开其中一个开关,而同时闭合另一个开关,并关闭 1 mA 的电源。画出在时间区间 $-1 \text{ ms} \leq t \leq 7 \text{ ms}$ 内 $1 \text{ k}\Omega$ 电阻所吸收的功率。

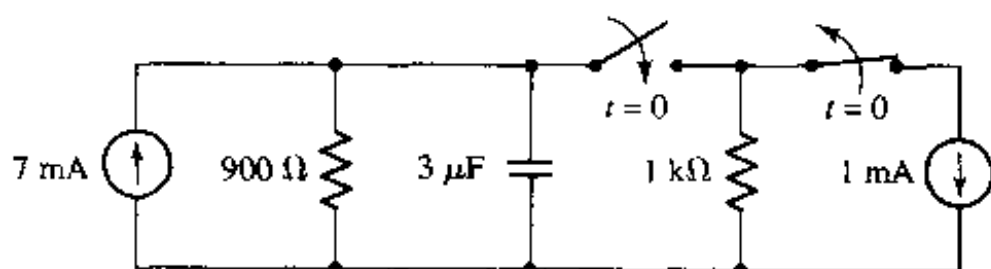


图 8.99

75. 如图 8.100 所示电路,假定运放为理想的,(a)求 $v_o(t)$ 的表达式;(b)用 PSpice 验证你的答案。提示:可以在 Probe 中的 Trace Expression 框中键入表达式来画出该函数的曲线。

76. 假定图 8.101 中的运放为理想的,求 $v_i(t)$ 的表达式。

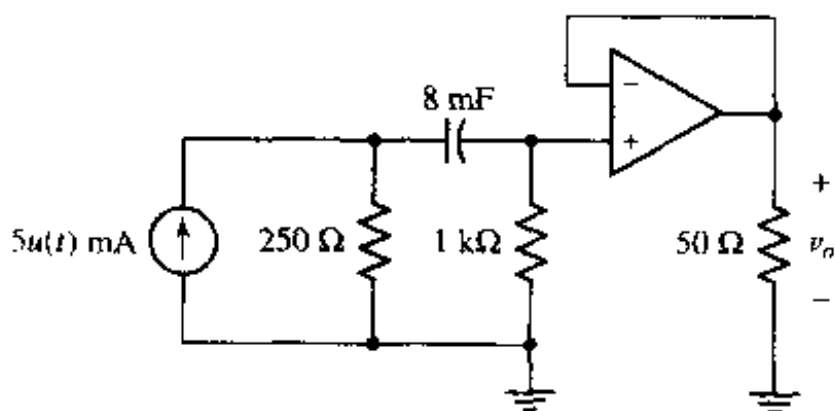


图 8.100

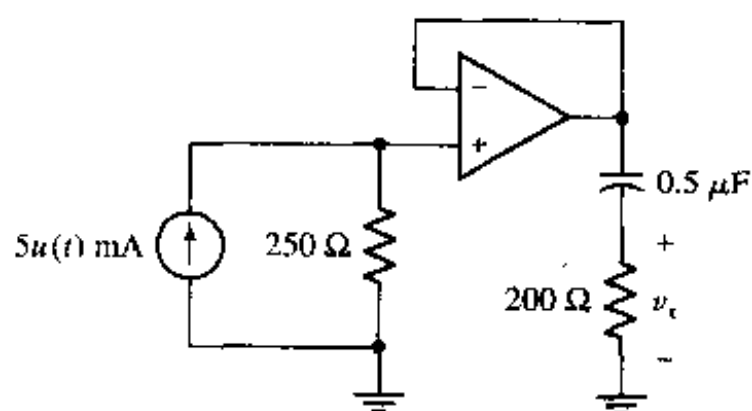


图 8.101

77. (a)假定图 8.102 中的运放为理想的,并且 $v_C(0) = 0$,求 $v_o(t)$ 的表达式;(b)用 PSpice 验证你的答案。提示:可以在 Probe 中的 Trace Expression 框中键入表达式来画出该函数的曲线。
78. (a)求出图 8.103 所示 RL 电路的 $i_L(0)$;(b)利用(a)中求出的初始值,用 PSpice 求出 $t = 50 \text{ ms}$ 时的 i_L 。
79. 作为某安全系统的一部分而安装的运动检测装置显得对电力系统的电压波动过于敏感,解决的方法是在传感器和报警电路之间插入延时电路,这样就减少了虚警。假定该运动传感器的戴维南等效电路为 $2.37 \text{ k}\Omega$ 的电阻与 1.5 V 电源的串联组合,并且假定报警电路的戴维南等效电阻为 $1 \text{ M}\Omega$ 。设计一个电路,将其插入到传感器和报警电路(报警电路要求传感器信号至少持续 1 秒)之间。运动传感器-报警电路按如下方

式工作:传感器持续给报警电路提供一个小电流,直到检测到运动,此时电流中断。

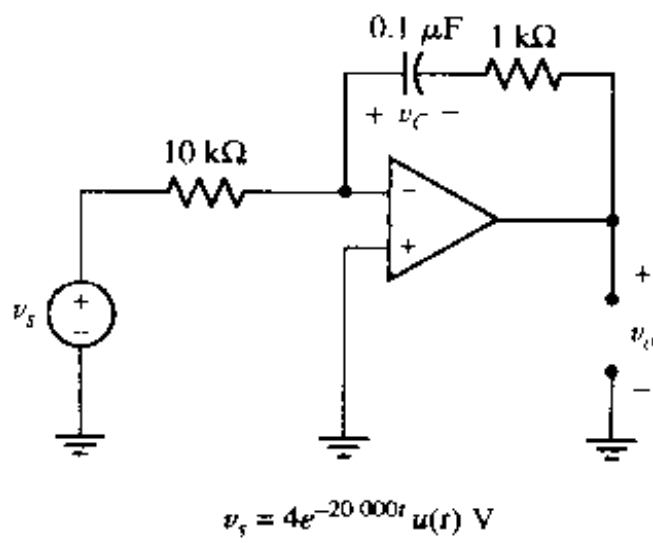


图 8.102

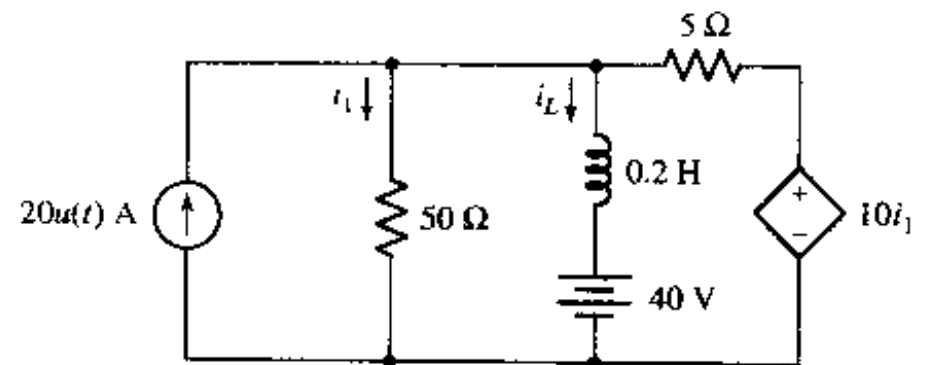


图 8.103

80. 为房间的电灯设计一个电路,使得当开关断开后电灯还能够继续亮 5 秒钟,假定灯泡的功率为 40 W,采用 115 V 交流供电。

第9章 RLC 电路

本章要点:

- 确定描述串联和并联 RLC 电路特性的阻尼系数和谐振频率
- 理解串联和并联 RLC 电路的过阻尼、临界阻尼和欠阻尼响应
- 计算 RLC 电路的完全响应(等于自由响应加上受迫响应)
- 学习如何用运放电路来表示微分方程

9.1 引言

上一章的讨论限于仅带有电容或者仅带有电感(但不同时带有电容和电感)的电阻电路。在电路中同时存在电容和电感将至少构成二阶系统,需要用二阶线性微分方程或者两个联立的一阶线性微分方程来描述。阶数的增加使得需要求出两个(或更多个)待定常量,并且需要确定各个变量的初始条件。这种电路称为 RLC 电路,它们不仅在实际中很常见,而且可以作为其他系统的很好近似模型。例如,可以用 RLC 电路来建模汽车的悬挂减震系统,以及用来描述控制半导体晶体生长速度的控制器的工作特性,甚至可以用来描述飞机中对升降舵和副翼进行控制的响应。

9.2 无源并联 RLC 电路

首先来求系统的自由响应,和前面一样,这容易通过考察无源电路来得到。然后在电路中加入直流电源、开关或者阶跃电源,类似地,也与前面一样,可以将总的响应表示为自由响应与受迫响应之和的形式。

作为讨论的开始,下面来看由理想 R 、 L 和 C 并联组成的简单电路的自由响应。可以用这种理想元件的组合来作为很多实际通信网络中某些部分的模型,例如可以用它表示收音机中的电子放大器中的调谐部分,它使得放大器在一个窄频带内具有很高的电压放大倍数,而在这个窄带以外放大倍数几乎为零。这种频率选择性使得收音机只接收一个电台发送的信号而不接收其他电台的信号。 RLC 电路还有许多其他应用,例如可以将并联 RLC 电路用于多路复用和谐波抑制滤波器中等。不过,即使只是很简略地介绍这些原理也需要掌握下面的术语:谐振、频率响应和阻抗,而在前面这些术语都还没有讨论过。因此,可以说,对并联 RLC 电路工作特性的理解对于后续的通信网络、滤波器设计以及其他很多应用的学习均具有非常重要的意义。

实际的电容与电感并联时,因为电容具有一定的电阻,所以这个并联网络的等效电路如图 9.1 所示,图中的电阻用来表示电容中的能量损耗。随着时间的推移,所有实际的电容,即使没有接到电路中,最终都将完全放电。对于实际电感,也可以通过增加一个与理想电感串联的理想电阻来表示其损耗,不过,这里仅限于讨论理想电感与非理想电容并联的情形。

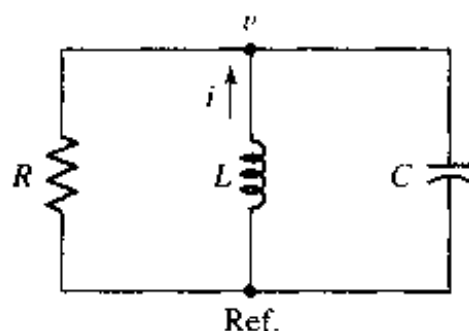


图 9.1 无源并联 RLC 电路

9.2.1 导出并联 RLC 电路的微分方程

在下面的讨论中,假定初始能量可能同时储存在电感和电容中,换句话说,电感电流和电容电压的初始值可能同时为非零值。参看图 9.1 所示电路,可以写出节点方程为:

$$\frac{v}{R} + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v dt' - i(t_0) + C \frac{dv}{dt} = 0 \quad (9.1)$$

注意到,方程中的减号和前面假定的 i 的方向有关。需要求出方程(9.1)在以下两个初始条件下的解:

$$i(0^+) = I_0 \quad (9.2)$$

和

$$v(0^+) = V_0 \quad (9.3)$$

方程(9.1)两边对时间求导,得到一个二阶齐次线性微分方程:

$$C \frac{d^2 v}{dt^2} + \frac{1}{R} \frac{dv}{dt} + \frac{1}{L} v = 0 \quad (9.4)$$

它的解 $v(t)$ 即为所求的自由响应。

9.2.2 微分方程的求解

求解方程(9.4)有许多种不同的方法,不过我们将大多数的方法都留给微分方程的专门课程,这里只采用最快和最简单的方法来求解。例如,首先假定方程的一个解,然后根据直觉与经验选取出解的一个可能的形式。根据以前处理一阶方程的经验,可以尝试使用指数形式,因此,可以假定:

$$v = Ae^{st} \quad (9.5)$$

为使讨论尽可能一般化,允许 A 和 s 为复数。将公式(9.5)代入方程(9.4),可以得到:

$$CA s^2 e^{st} + \frac{1}{R} A s e^{st} + \frac{1}{L} A e^{st} = 0$$

或

$$Ae^{st} \left(Cs^2 + \frac{1}{R}s + \frac{1}{L} \right) = 0$$

要使该方程在任何时刻下均成立,这三项中必须至少有一项为零。如果令前面两项中的任一个为零,则必然恒有 $v(t) = 0$, 不满足所给的初始条件。因此,令第三个因式为零:

$$Cs^2 + \frac{1}{R}s + \frac{1}{L} = 0 \quad (9.6)$$

在数学上称它为辅助方程或特征方程。如果方程的解满足它,那么所假定的解就是正确的。

方程(9.6)是二阶方程,它有两个根,分别设为 s_1 和 s_2 :

$$s_1 = -\frac{1}{2RC} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (9.7)$$

和

$$s_2 = -\frac{1}{2RC} - \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (9.8)$$

如果假定解中的 s 为上面两个中的一个,那么该解就是所给微分方程的解,于是就得到了微分方程的一个有效解。

在方程(9.5)中,以 s_1 替换 s ,得到:

$$v_1 = A_1 e^{s_1 t}$$

类似地,有:

$$v_2 = A_2 e^{s_2 t}$$

前者满足以下的微分方程:

$$C \frac{d^2 v_1}{dt^2} + \frac{1}{R} \frac{dv_1}{dt} + \frac{1}{L} v_1 = 0$$

后者满足:

$$C \frac{d^2 v_2}{dt^2} + \frac{1}{R} \frac{dv_2}{dt} + \frac{1}{L} v_2 = 0$$

把两个方程加起来,合并同类项,得到:

$$C \frac{d^2 (v_1 + v_2)}{dt^2} + \frac{1}{R} \frac{d(v_1 + v_2)}{dt} + \frac{1}{L} (v_1 + v_2) = 0$$

这表明,两个解的和也是方程的解,即解满足线性原理。于是,得到自由响应的一般形式为:

$$v(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} \quad (9.9)$$

其中 s_1 和 s_2 由式(9.7)和式(9.8)给出, A_1 和 A_2 是两个任意常量,可以通过选取合适的值以满足给定的初始条件。

9.2.3 频域量的定义

如果需要画出 $v(t)$ 随时间变化的曲线,那么从式(9.9)给出的自由响应的形式出发并不能得到很多关于该曲线的特性。例如,很显然, A_1 和 A_2 的相对幅度对于确定响应曲线的形状很重要。另外,常量 s_1 和 s_2 可以为实数或者为共轭的复数,这取决于网络的 R , L 和 C 的值,这两种情况将产生完全不同的响应形式。因此,对式(9.9)中的 s_1 和 s_2 做必要的简化是有帮助的。

因为指数 $s_1 t$ 和 $s_2 t$ 为无量纲量,所以 s_1 和 s_2 的单位必然为“某个无量纲量每秒”。从式(9.7)和式(9.8)可以看出, $1/2RC$ 和 $1/\sqrt{LC}$ 的单位均必然为 s^{-1} (即 $1/s$),这种类型的量称为频率。

定义一个新的量 ω_0 :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (9.10)$$

后面又将其称为谐振频率。此外,称 $1/2RC$ 为奈培频率,或者指数阻尼系数,用符号 α 表示:

$$\alpha = \frac{1}{2RC} \quad (9.11)$$

称 α 为指数阻尼系数是因为它表示了自由响应衰减到其稳态值(通常为零)的快速程度。 s (即 s_1 和 s_2) 称为复频率,它是进行下一步讨论的基础。

需要指出, s_1, s_2 和 ω_0 仅仅是用于简化 RLC 电路描述引入的符号,它们并没有任何新的特性。举个例子说,说“ α ”要比说“ $2RC$ 的倒数”简单容易。

将前面得到的结果集中到一起,得到并联 RLC 电路的自由响应为:

$$v(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} \quad (9.9)$$

其中:

$$s_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \quad (9.12)$$

$$s_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \quad (9.13)$$

$$\alpha = \frac{1}{2RC} \quad (9.11)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (9.10)$$

在控制系统中,通常称 α 对 ω_0 的比值为衰减率,并用符号 ζ 表示。

A_1 和 A_2 必须通过给定的初始条件求出。

前面的方程组所描述的响应不仅适用于电压 $v(t)$,也适用于流过三个元件中的任一个电流。当然,描述电流的常量 A_1 和 A_2 与描述 $v(t)$ 的常量不同。

现在已经看到,自由响应决定于 α 和 ω_0 相对大小。对于 s_1 和 s_2 公式中根号内的表达式,当 α 大于 ω_0 时为实数,当 α 小于 ω_0 时为纯虚数,当 α 等于 ω_0 时为零。在下面的三节中,将分别对这三种情形进行讨论。

练习

- 9.1 某并联 RLC 电路中电阻为 100Ω , 参数为 $\alpha = 1000 \text{ s}^{-1}$ 和 $\omega_0 = 800 \text{ rad/s}$, 求: (a) C ; (b) L ; (c) s_1 ; (d) s_2 。

答案: $5 \mu\text{F}$; 312.5 mH ; -400 s^{-1} ; -1600 s^{-1}

9.3 过阻尼并联 RLC 电路

比较式(9.10)和式(9.11)可知,如果 $LC > 4R^2 C^2$, 则 $\alpha > \omega_0$ 。在这种情形下, s_1 和 s_2 中的根号均为实数,于是 s_1 和 s_2 均为实数。并且,以下两个不等式成立:

$$\sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} < \alpha$$

$$(-\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}) < (-\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}) < 0$$

将它们应用于式(9.12)和式(9.13),可以得到 s_1 和 s_2 均为负实数,因此响应 $v(t)$ 可以表示为两个衰减指数项的代数和,每一项随着时间的增长均趋于零。而且,因为 s_2 的绝对值大于 s_1 ,