

图 10.25(a)画出了双极型晶体管的一个高频模型,通常称为高频混合 π 模型。尽管晶体管是非线性器件,不过这个简单的线性模型对实际器件工作行为的描述已相当精确。两个电容 C_π 和 C_μ 用来表示晶体管的内部电容,增加电容和电阻的个数可以提高模型的精度。图 10.25(b)画出了将这个晶体管模型插入到共发射极放大电路中的情形。

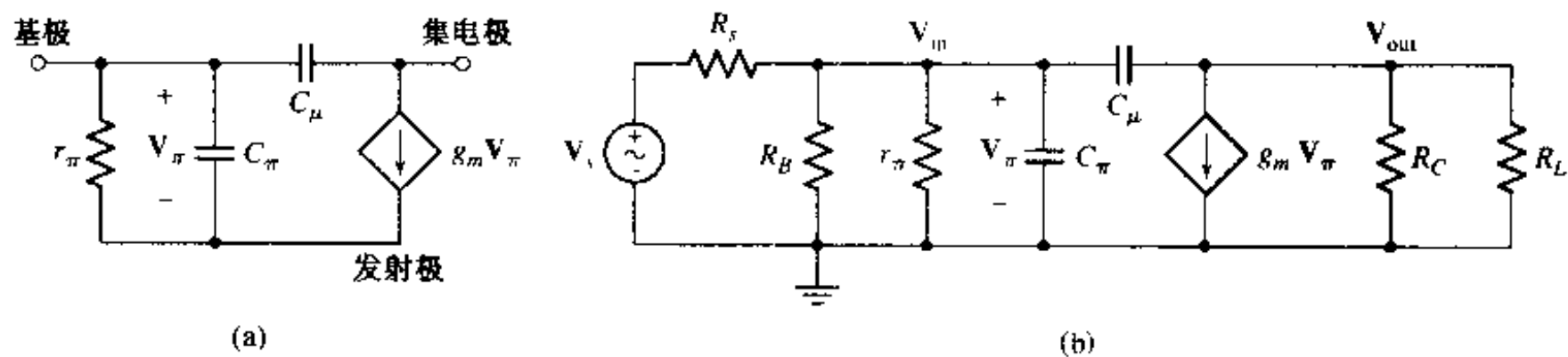


图 10.25 (a)晶体管的高频混合 π 模型;(b)使用了混合 π 模型的共发射极放大电路

假定有一个正弦稳态信号,可用其戴维南等效 V_i 和 R_i 表示。我们感兴趣的是输出电压 V_{out} 和输入电压 V_{in} 的比。当 V_i 的频率增大时,由于晶体管内部电容的存在,放大倍数将减小,这就最终限制了电路可以正常工作的频率范围。在输出端写出节点方程,有:

$$-g_m V_\pi = \frac{V_{out} - V_{in}}{(1/j\omega C_\mu)} + \frac{V_{out}}{(R_C \parallel R_L)}$$

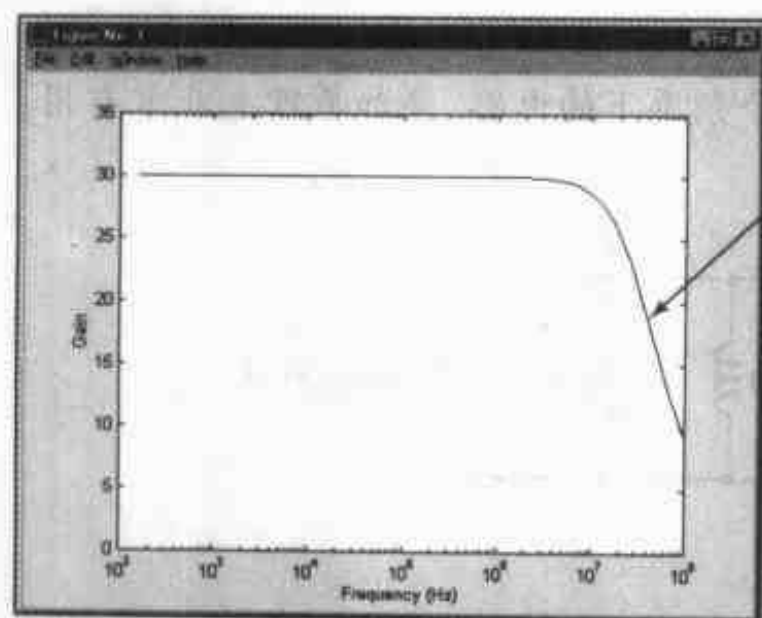
可以解出以 V_{in} 表示的 V_{out} ,注意到, $V_\pi = V_{in}$,得到放大器的增益为:

$$\begin{aligned} \frac{V_{out}}{V_{in}} &= \frac{-g_m (R_C \parallel R_L) (1/j\omega C_\mu) + (R_C \parallel R_L)}{(R_C \parallel R_L) + (1/j\omega C_\mu)} \\ &= \frac{-g_m (R_C \parallel R_L) + j\omega (R_C \parallel R_L) C_\mu}{1 + j\omega (R_C \parallel R_L) C_\mu} \end{aligned}$$

假定取典型值 $g_m = 30 \text{ mS}$, $R_C = R_L = 2 \text{ k}\Omega$, $C_\mu = 5 \text{ pF}$,可以画出增益的幅度随频率(注意 $\omega = 2\pi f$)变化的曲线。图 10.26(a)画出了其半对数曲线,图 10.26(b)则给出了生成该曲线的 MATLAB 语句。有趣的是(但并不是很出乎意料),可以看到放大器的增益依赖于频率。事实上,还可以想像将这个电路用做滤波器以滤去不感兴趣的频率。不过,至少在较低的频率范围,增益基本上与输入信号源的频率无关。

在描述放大电路时,通常将增益下降到其最大值的 $1/\sqrt{2}$ 时的频率作为参考频率。从图 10.26(a)可知,最大增益幅度为 30,增益的幅度大约在 30 MHz 处下降到 $30/\sqrt{2} = 21$,通常将这个频率称为放大器的截止频率或者转角(corner)频率。如果需要放大电路工作在更高的频率,那么必须减小内部电容(这就是说,必须采用另外一种晶体管),或者必须对电路的某些地方进行重新设计。

这里必须指出的是,只定义对 V_{in} 的增益并不能完全描述放大器依赖于频率的特性。如果主要考虑 C_π ,可以很明显看到这点,这时,随着 $\omega \rightarrow \infty$, $Z_{C_\pi} \rightarrow 0$,所以 $V_{in} \rightarrow 0$,而在前面导出的公式中并没有体现出这一点。为了更好地体现出这一点,需要推导出以 V_i 表示的 V_{out} 的表达式,这时两个电容均出现在表达式中,不过推导出这个表达式需要进行更多的代数运算。



(a)

```
EDU> frequency = logspace(3,9,100);
EDU> numerator = -30e-3*1000 +
               i*frequency*1000*5e-12;
EDU> denominator = 1+i*frequency*1000*5e-12;
EDU> for k = 1:100
gain(k) = abs(numerator(k)/denominator(k));
end
EDU> semilogx(frequency/2/pi,gain);
EDU> xlabel('Frequency (Hz)');
EDU> ylabel('Gain');
EDU> axis([100 1e8 0 35]);
```

(b)

图 10.26 (a)放大器增益随频率变化的曲线;(b)用以画出这个曲线的 MATLAB 语句

10.10 叠加原理、电源变换和戴维南定理

第 7 章引入了电感和电容,可以发现包含这些元件的电路仍然是线性的,所以线性性质仍然适用。除此之外,叠加原理、戴维南定理、诺顿定理,以及电源变换等均利用了线性性质,因此这些定理均可以用到正在考虑的电路,它们仍然是线性电路。在前面,将实电源与虚电源组合起来得到一个复电源时,也是利用了线性性质和叠加原理。

例题 10.9 利用叠加原理,求图 10.21 所示电路的 V_1 。为方便起见,将电路重新画出如图 10.27(a)所示

首先,将电路改画成图 10.27(b),其中,已将每对并联的阻抗均替换成了单个等效阻抗。具体地说,就是将 $5 \parallel -j10 \Omega$ 替换为 $4 - j2 \Omega$,将 $j10 \parallel -j5 \Omega$ 替换为 $-j10 \Omega$,将 $10 \parallel j5 \Omega$ 替换为 $2 + j4 \Omega$ 。为了求出 V_1 ,可以首先求出当只有左边的电源起作用时的电压响应 V_{1L} 。此时,与电源 $1 \angle 0^\circ$ 并联的阻抗为:

$$(4 - j2) \parallel (-j10 + 2 + j4)$$

所以:

$$\begin{aligned} V_{1L} &= 1 \angle 0^\circ \times \frac{(4 - j2) \times (-j10 + 2 + j4)}{4 - j2 - j10 + 2 + j4} \\ &= \frac{-4 - j28}{6 - j8} = 2 - j2 \text{ V} \end{aligned}$$

同样地,当只有右边的电源起作用时,根据分流定理和欧姆定律有:

$$V_{1R} = (-0.5 \angle -90^\circ) \times \left(\frac{2 + j4}{4 - j2 - j10 + 2 + j4} \right) \times (4 - j2) = -1 \text{ V}$$

将前面得到的两个式子相加,得:

$$V_1 = V_{1L} + V_{1R} = 2 - j2 - 1 = 1 - j2 \text{ V}$$

这与前面的例题 10.7 得到的结果一致。

在后面将看到,对于不是所有电源均工作在同一个频率下的电路,叠加原理也非常有用。

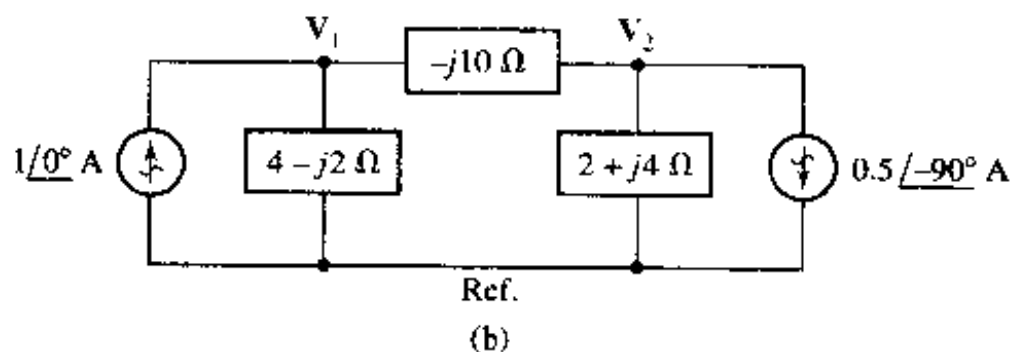
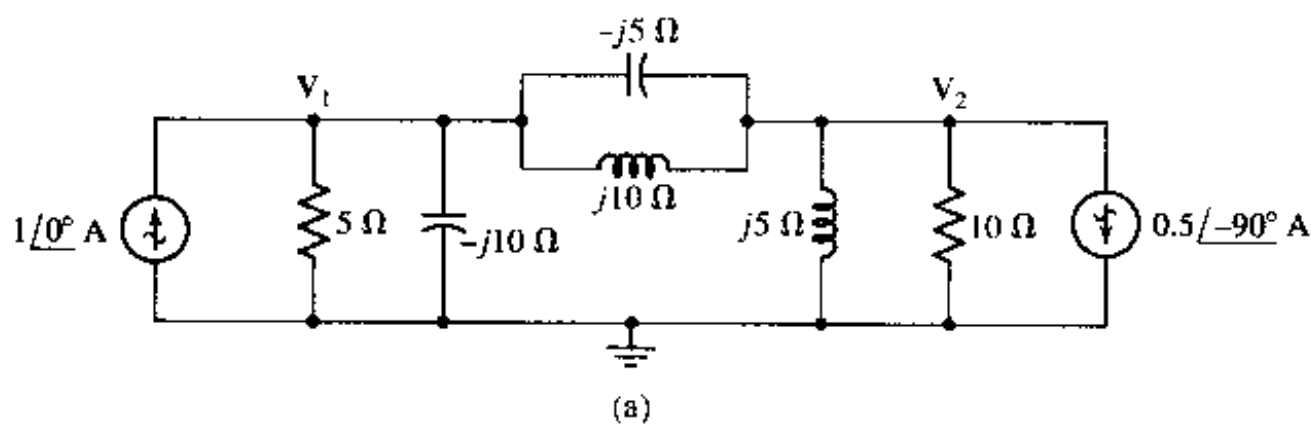


图 10.27 (a)与图 10.21 所示电路相同,求 V_1 ; (b)利用叠加原理,将两个相量响应相加得到 V_1

练习

- 10.14 如图 10.28 所示电路,利用叠加原理, (a)当只有 $20\angle 0^\circ$ mA 电源工作时; (b)当只有 $50\angle -90^\circ$ mA 电源工作时,分别求出 V_1 。

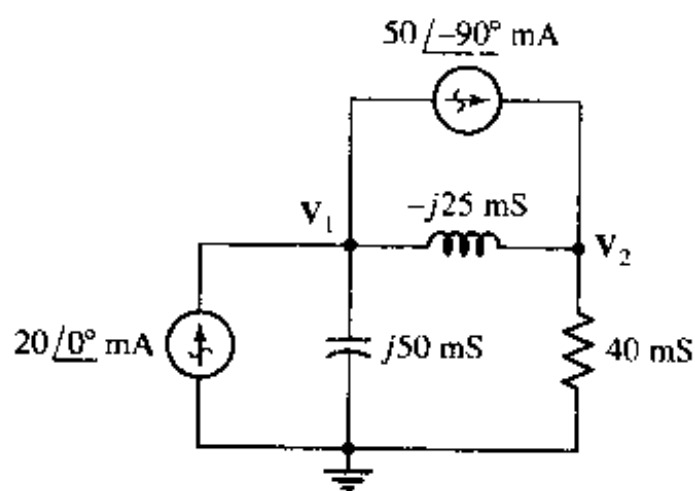


图 10.28

答案: $0.1951 - j0.556$ V; $0.780 + j0.976$ V

例题 10.10 如图 10.29(a)所示电路,求从阻抗 $-j10\ \Omega$ 看过去的戴维南等效电路,并利用它计算出 V_1 。

图 10.29(b)中定义的开路电压为:

$$\begin{aligned} V_\infty &= (1\angle 0^\circ) \times (4 - j2) - (-0.5\angle -90^\circ) \times (2 + j4) \\ &= 4 - j2 + 2 - j1 = 6 - j3\text{ V} \end{aligned}$$

当两个电源均不工作时,如图 10.29(c)所示,从负载两端看过去的等效阻抗为剩下的两个阻抗的和,即:

$$Z_{th} = 6 + j2 \Omega$$

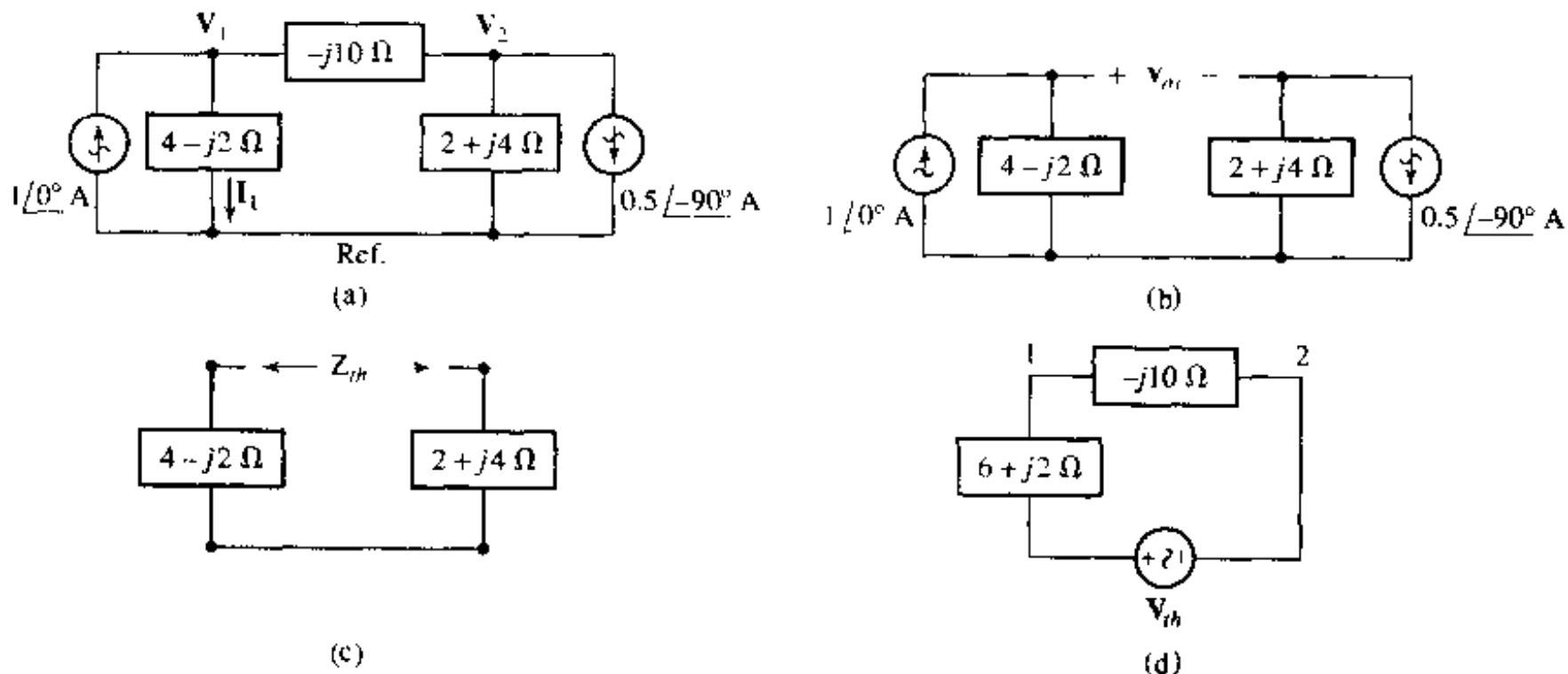


图 10.29 (a)同图 10.27(b)所示电路,求从阻抗 $-j10 \Omega$ 看过去的戴维南等效;
(b) V_{th} 的定义;(c) Z_{th} 的定义;(d)用戴维南等效重画后的电路

所以,将电路重新画出后,如图 10.29(d)所示,从节点 1 流过负载 $-j10 \Omega$ 到节点 2 的电流为:

$$I_{12} = \frac{6 - j3}{6 + j2 - j10} = 0.6 + j0.3 \text{ A}$$

这样,就得到了图 10.29(a)中流过负载 $-j10 \Omega$ 的电流,不过不能利用图 10.29(d)求出 V_1 ,因为该电路已不包含参考节点。于是,回到最初的电路,将左边的电流源减去上面得到的 $0.6 + j0.3 \text{ A}$ 电流,得到向下流过 $(4 - j2) \Omega$ 电阻所在支路的电流为:

$$I_1 = 1 - 0.6 - j0.3 = 0.4 - j0.3 \text{ A}$$

于是:

$$V_1 = (0.4 - j0.3) \times (4 - j2) = 1 - j2 \text{ V}$$

与前面得到的结果一致。

假定只对 V_1 感兴趣,可能会想到对图 10.29(a)右边的三个元件应用诺顿定理,这是一个不错的想法。不过也可以通过反复应用电源变换来简化该电路。因此,在第 4 章和第 5 章讨论过的所有方法和技巧均适用于频域中的电路分析。这里增加的困难在于必须用到复数,但不需要更多的理论考虑。

练习

- 10.15 如图 10.30 所示电路, (a)求开路电压 V_{ab} ; (b)将 ab 用短路线连接,求 a 到 b 的电流; (c)求电流源并联的戴维南等效阻抗 Z_{ab} 。

答案: $16.77 \angle -33.4^\circ \text{ V}$; $2.60 + j1.500 \text{ A}$; $2.5 - j5 \Omega$

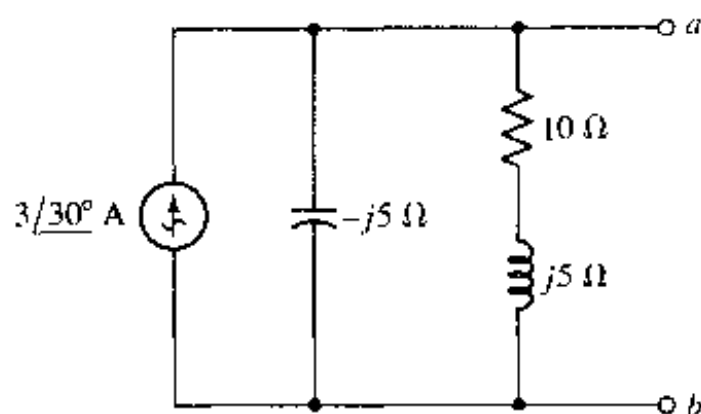


图 10.30

下面来总结一下。到目前为止,所有的讨论均限于单电源电路或者所有电源均工作在同一个频率下的多电源电路,这一点,对于为电感和电容定义确切的阻抗是必须的。不过,很容易将相量分析的概念扩展到对在不同频率下的多电源电路的分析上,在这种情况下,可以应用叠加原理来求出由各个电源单独存在时所产生的电压和电流,然后将它们叠加起来而得到。如果其中有几个电源工作在同一个频率下,那么可以同时考虑这些电源,使用叠加原理得到它们的总响应,然后将这个响应与在不同频率下的其他电源的响应相加。

例题 10.11 如图 10.31(a)所示电路,求 10Ω 电阻上消耗的功率

初看这个电路,可能会想到通过写出两个节点方程,或者通过进行两次电源变换来得到 10Ω 电阻上的电压。

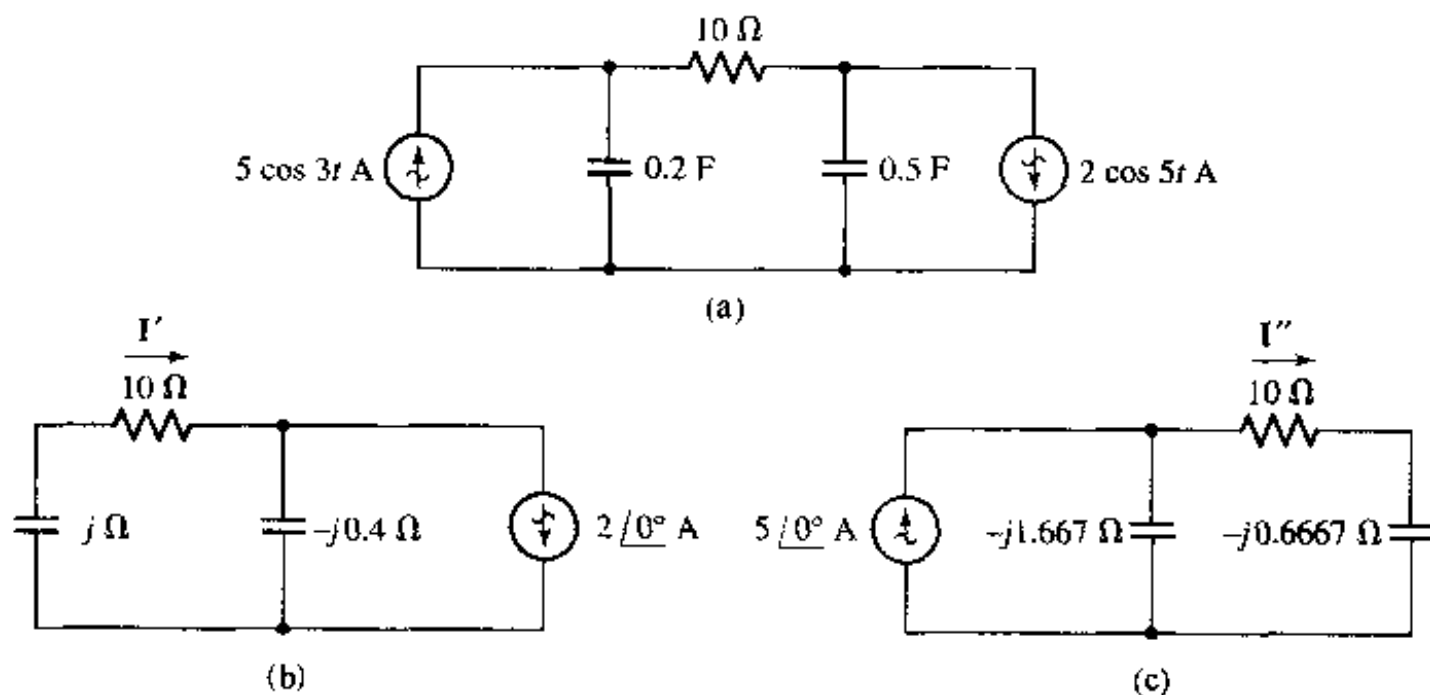


图 10.31 (a) 一个简单电路,其中的两个电源工作在不同频率下;
(b) 左边电源置零后的电路; (c) 右边电源置零后的电路

不过,以上两种想法都不能实现,因为这两个电源工作在不同频率下。在这种情况下,不能求出电路中的任何电容或者电感的阻抗,因为不知道该用哪个 ω 。

解决这个困难的惟一途径是利用叠加原理。首先将所有的电源按频率分组,相同频率的电源放到同一个子电路中,如图 10.31(b)和图 10.31(c)所示。

在图 10.31(b)所示的子电路中,利用分流关系,很快就可以求出电流 I' :

$$\mathbf{I}' = 2 \angle 0^\circ \times \left[\frac{-j0.4}{10 - j - j0.4} \right] = 79.23 \angle -82.03^\circ \text{ mA}$$

所以:

$$i' = 79.23 \cos(5t - 82.03^\circ) \text{ mA}$$

类似地,可以得到:

$$\mathbf{I}'' = 5 \angle 0^\circ \times \left[\frac{-j1.667}{10 - j0.6667 - j1.667} \right] = 811.7 \angle -76.86^\circ \text{ mA}$$

所以:

$$i'' = 811.7 \cos(3t - 76.86^\circ) \text{ mA}$$

需要指出的是,根据叠加原理,可以将图 10.31(b)和图 10.31(c)中的两个相量电流 $\mathbf{I}'$ 和 $\mathbf{I}''$ 加起来。下一步将这两个时域电流加起来,平方,再乘以 10 就得到了图 10.31(a)中 10 Ω 电阻吸收的功率:

$$\begin{aligned} P_{10} &= (i' + i'')^2 \times 10 \\ &= 10 \times [79.23 \cos(5t - 82.03^\circ) + 811.7 \cos(3t - 76.86^\circ)]^2 \text{ mW} \end{aligned}$$

在后续的信号处理课程中,将介绍傅里叶方法,傅里叶是一位法国数学家,他发明了用正弦组合来表示任意函数的方法。对于线性电路,当知道了电路对一般的正弦激励函数的响应,那么就可以通过将任意激励函数表示成傅里叶级数,再利用叠加原理将电路对激励的响应表示出来。

练习

10.16 如图 10.32 所示电路,求流过 4 Ω 电阻的电流 i 。

答案: $i = 175.6 \cos(2t - 20.55^\circ) + 547.1 \cos(5t - 43.16^\circ) \text{ mA}$

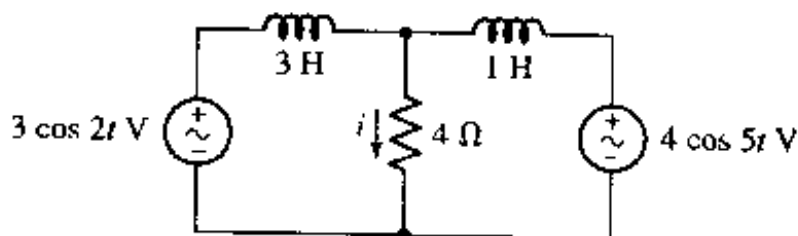


图 10.32

计算机辅助分析

在 PSpice 中,有几种方法可以用做正弦稳态分析,其中最直接的一种方法是使用两种经过特别设计的电源:VAC 和 IAC,双击它们可以设置它们的幅度和相位。

这两个电源的频率不在 Attributes 对话框中设置,而是在设置交流扫描模式时进行。为了设置交流扫描模式,依次选取 Analysis, Setup, AC Sweep, 此时弹出一个对话框,如图 10.33 所示。

下面来仿真图 10.19(a)所示的电路,重新画出如图 10.34 所示。

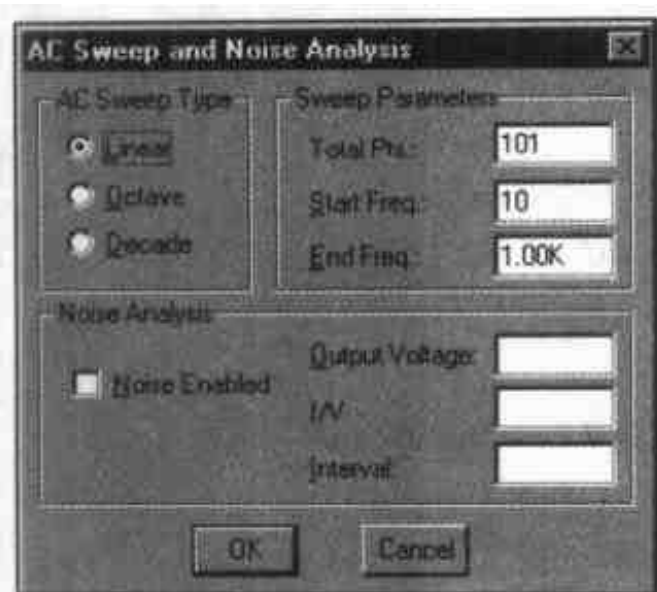
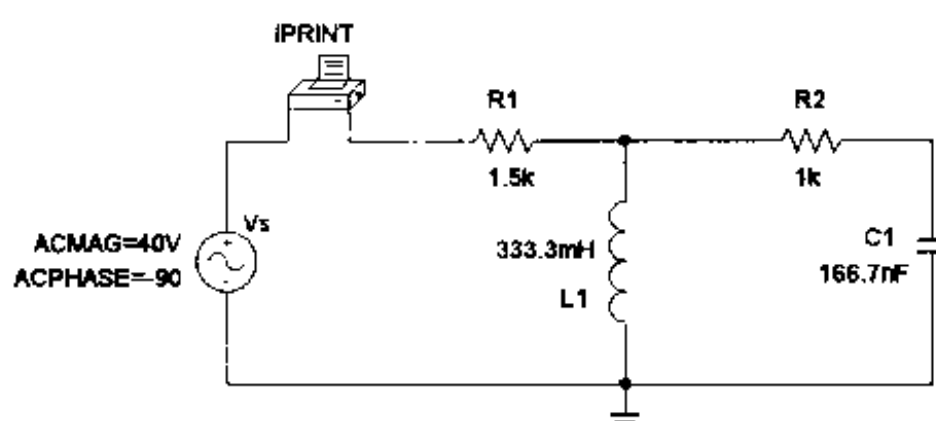


图 10.33 交流扫描对话框

图 10.34 一个工作在 $\omega = 3\,000\text{ rad/s}$ 下的简单正弦电路,求流过 $1.5\text{ k}\Omega$ 电阻的电流

将 Total Points 设为 1,同时设置 Start Freq 和 End of Freq 为合适的值,因为电源工作在 $3\,000\text{ rad/s}$,所以将这两个参数都取为 $3\,000/(2\pi) = 477.5\text{ Hz}$ 。这样,就完成了对电源的频率设置。

注意,在电路原理图中还使用了一个“元件”,称为 IPRINT,利用它可以打印出多种电流参数。对于这个仿真,我们感兴趣的是 AC, MAG 和 PHASE 的属性,为了让 PSpice 打印出这些参数,在图 10.35 中设置各需要打印的属性为 Yes 即可。

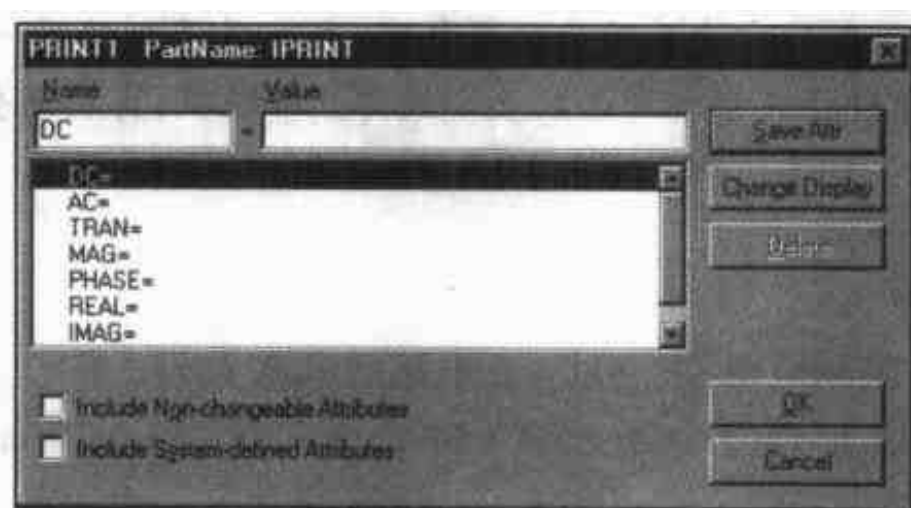


图 10.35 IPRINT 对话框

在 PSpiceAD 窗口中,选择 File 菜单中的 Examine Output 可以得到仿真结果。在这个文件的最后,可以看到以下的信息:

FREQ	IM(V_PRINT1)	IP(V_PRINT1)
4.775E+02	1.600E-02	-1.269E+02

因此,电流的幅度为 16 mA ,相角为 -126.9° ,所以流过 $1.5\text{ k}\Omega$ 电阻的电流为:

$$\begin{aligned}
 i &= 16 \cos(3\,000t - 126.9^\circ) \text{ mA} \\
 &= 16 \sin(3\,000t - 36.9^\circ) \text{ mA}
 \end{aligned}$$

10.11 相量图

相量图是复平面中表示电路中相量电压与相量电流关系的图形。可以利用它对某些问题

进行图解,这样可以验证用其他更精确的分析方法得到的结果。在下一章将会遇到类似的图形,用它来表示正弦稳态电路中的复功率关系。

前面已经熟悉了复数在复平面的表示和它们的加减运算。因为相量电压和相量电流均为复数,所以可以用在复平面中的点来表示。例如相量电压 $V_1 = 6 + j8 = 10 \angle 53.1^\circ \text{ V}$ 在复电压平面中的表示如图 10.36 所示,其中 x 轴是实电压轴, y 轴是虚电压轴,电压 V_1 由从原点出发的箭头确定。因为在复平面中很容易进行加减运算并表示出相应的运算过程,所以在相量图中很容易进行相量的加减运算。对于乘法和除法运算,则对应于相量相角的加减和幅度的改变。图 10.37(a)画出了 V_1 和另一个相量 $V_2 = 3 - j4 = 5 \angle -53.1^\circ \text{ V}$ 的和,图 10.37(b)则画出了相量电流 I_1 ,它是相量电压 V_1 于导纳 $Y = 1 + j1 \text{ S}$ 的乘积。

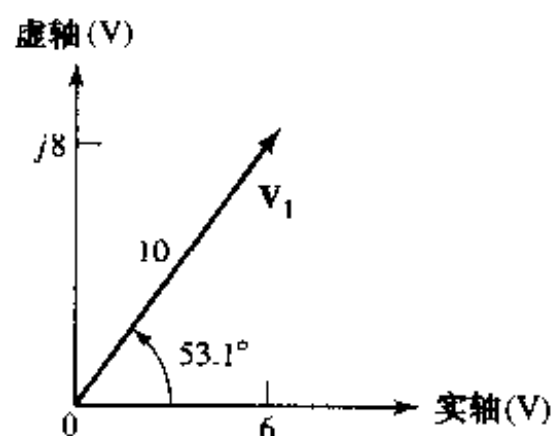


图 10.36 简单的相量图,画出了单个电压相量 $V_1 = 6 + j8 = 10 \angle 53.1^\circ$

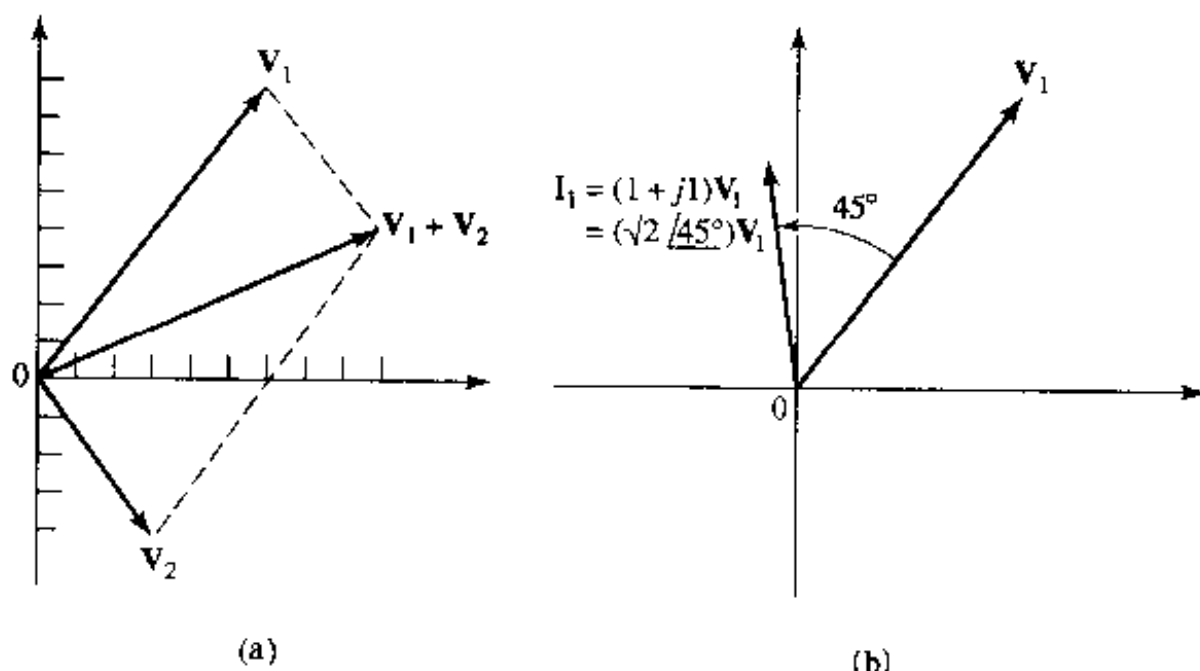


图 10.37 (a)简单的相量图,画出了 $V_1 = 6 + j8 \text{ V}$ 与 $V_2 = 3 - j4 \text{ V}$ 的和,即 $V_1 + V_2 = 9 + j4 \text{ V} = 9.85 \angle 24.0^\circ$; (b)相量图中画出了 V_1 和 I_1 ,其中 $I_1 = YV_1$, $Y = 1 + j1 \text{ S} = \sqrt{2} \angle 45^\circ$ 。这里,电流和电压的幅度标度不同

最后一个图在同一个复平面上画出了相量电流和相量电压,它们的幅度标度不同,但角度标度相同。例如,在复平面中,1 cm 长的相量电压可能代表 100 V,而 1 cm 长的相量电流可能代表 3 mA。将两个相量画在同一个相量图中,可以方便地判断出哪一个波形超前,哪一个波形滞后。

根据相量图可以得到从时域到频域变换的有趣解释。因为既可以从时域的角度来解释,也可以从频域的角度来解释。到目前为止使用的都是频域解释,因为直接将相量在相量图中画出相当于采用了频域解释。下面从时域的角度进行解释。首先来看图 10.38(a)所示的相量电压 $V = V_m \angle \alpha$,为了将它变换到时域,首先将这个相量乘以 $e^{j\omega t}$,得到复电压 $V_m e^{j\alpha} e^{j\omega t} = V_m \angle \omega t + \alpha$ 。这个复电压也可以理解为一个相量,只不过它的相角是变化的,随时间线性增长。于是,在相量图中它表示旋转的线段,其瞬时位置比 $V_m \angle \alpha$ 超前 ωt 弧度。图 10.38(b)同时在相量平面中画出了 $V_m \angle \alpha$ 和 $V_m \angle \omega t + \alpha$ 。

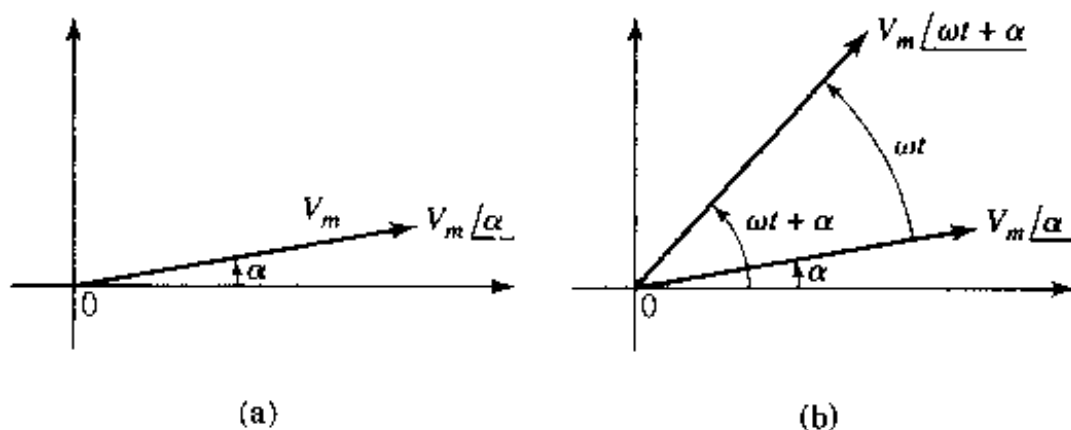


图 10.38 (a)相量电压 V_m / α ; (b)将复电压 $V_m / \omega t + \alpha$ 表示为某特定时刻的相量,这个相量比 V_m / α 超前 ωt 弧度

再对 $V_m / \omega t + \alpha$ 取实部就完成了到时域的变换。这个复量的实部为 $V_m / \omega t + \alpha$ 在实轴上的投影: $V_m \cos(\omega t + \alpha)$ 。

综上所述,画在相量图中相量即是频域相量,让相量以角速度 ω rad/s 沿逆时针方向旋转,那么它在实轴上的投影即为时域表示。如果将相量图中表示相量 V 的箭头想像成旋转的箭头[它在实轴的投影为瞬时电压 $v(t)$ 在 $\omega t = 0$ 时的快照],将有助于理解以上的内容。

下面来构造几个简单电路的相量图。如图 10.39(a)所示的串联电路包含几个不同的电压,但只包含一个电流。将这个惟一的电流作为参考相量,那么很容易画出其相量图。选取 $I = I_m / 0^\circ$,并将它放到相量图中的实轴,如图 10.39(b)所示。然后,可以计算出电阻、电容和电感的电压,并将它们画到相量图中,这时,它们之间相应的 90° 相位差关系非常明显。这三个电压的和为电源电压,并且由于 $Z_C = -Z_L$,这个电路处于后面将要定义的“谐振”状态,这时电源电压等于电阻电压。通过在相量图中将合适的相量相加,可以得到电阻和电感两端以及电阻和电容两端的总电压,如图 10.39(b)所示。

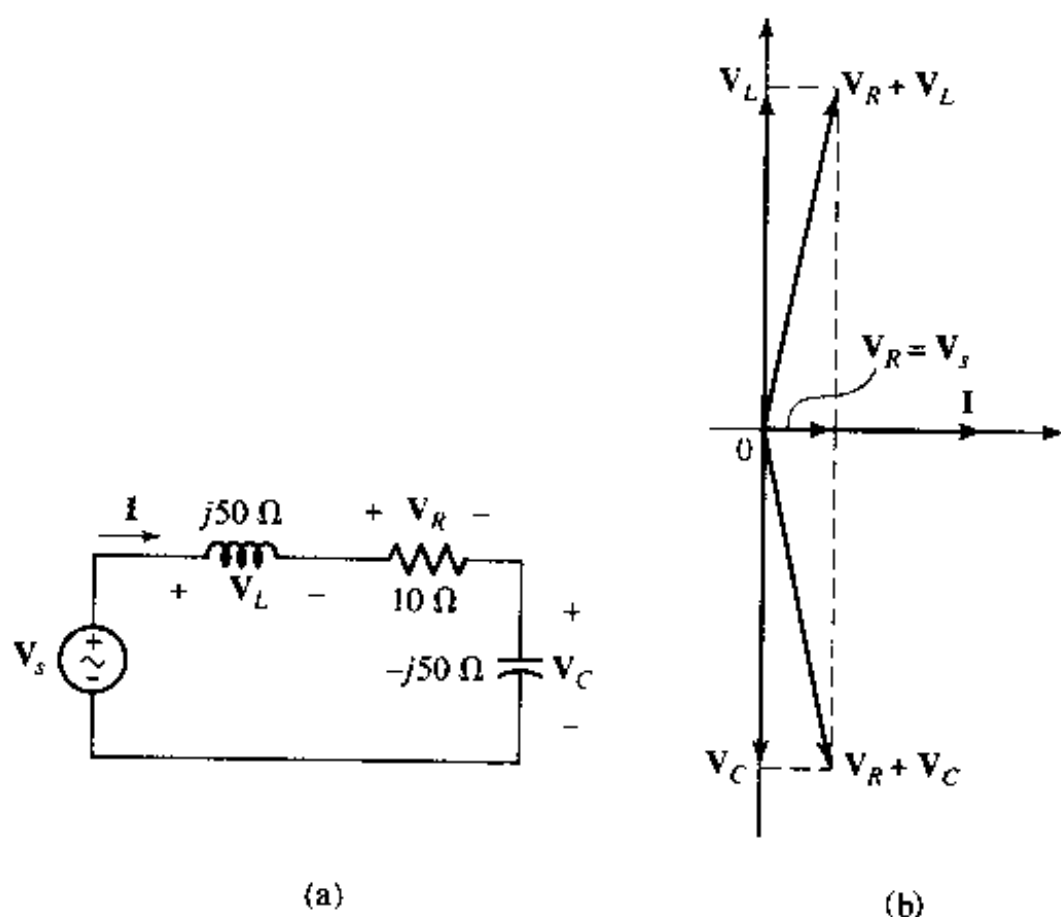


图 10.39 (a)简单串联 RLC 电路。(b)电路的相量图,其中为方便起见,选取电流 I 作为参考相量

图 10.40(a)是一个简单并联电路,这时,很自然地选取两个节点之间的惟一电压作为参考相量,并假定 $V = 1 \angle 0^\circ$ 。电阻电流为 $I_R = 0.2 \angle 0^\circ$,与参考电压同相;电容电流为 $I_C = j0.1$ A,超前参考电压 90° 。在相量图中画出这两个电流之后,得到图 10.40(b)。将这两个电流加起来可以得到电源电流为 $I_s = 0.2 + j0.1$ A。

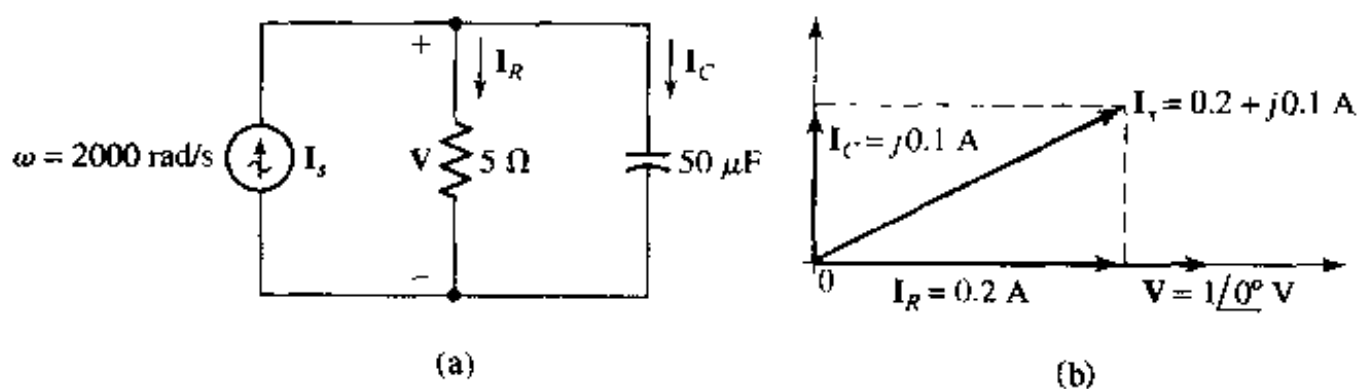


图 10.40 (a)并联 RC 电路;(b)电路的相量图,其中为方便起见,选取节点电压 V 作为参考相量

为方便起见开始时可取电源电流为 $1 \angle 0^\circ$,暂时不知道节点电压,那么在这种情况下,可以假定一个节点电压(例如,同样可取 $V = 1 \angle 0^\circ$ V)并用它作为参考相量来画相量图。然后,可以采用和以前一样的步骤完成相量图。求出由这个假定节点电压产生的电源电流仍为 $0.2 + j0.1$ A,而实际的电源电流为 $1 \angle 0^\circ$ A,因此实际的节点电压可以通过将假定节点电压乘以 $1 \angle 0^\circ / (0.2 + j0.1)$ 而得到,为 $4 - j2$ V = $\sqrt{20} \angle -26.8^\circ$ V。根据假定参考电压得到的相量图与实际相量图的区别:在尺度上,假定相量图缩小了一个因子 $1/\sqrt{20}$,在相角上,假定相量图逆时针旋转了 26.6° 。

通常情况下很容易画出相量图,对于大多数的正弦稳态分析,如果给出这样的相量图,那么将使得分析更为直观。在后面的学习过程中,将会看到很多使用相量图的例子。

例题 10.12 如图 10.41 所示电路,在相量图中画出 I_R , I_L 和 I_C 。通过对这些电流进行组合,确定 I_s 超前 I_R , I_C 和 I_x 的相角

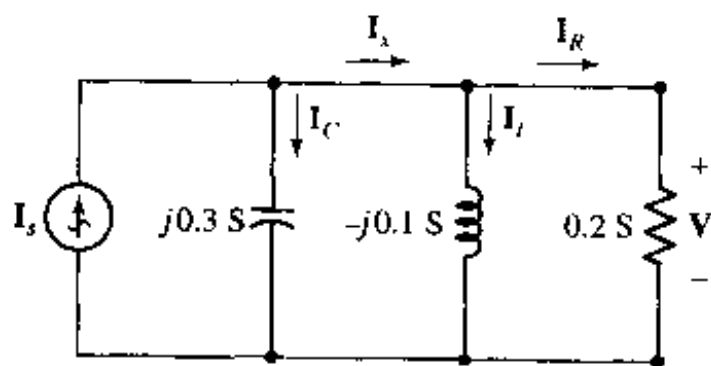


图 10.41 求解几个电流的简单电路

首先,选择合适的参考相量。通过考察该电路和需要求出的量,可以看到,一旦知道 V ,利用欧姆定律很容易得到 I_R , I_L 和 I_C 。为方便起见,取 $V = 1 \angle 0^\circ$,由此可以计算出:

$$I_R = (0.2)1 \angle 0^\circ = 0.2 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$I_L = (-j0.1)1 \angle 0^\circ = 0.1 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$I_C = (j0.3)1 \angle 0^\circ = 0.3 \angle 90^\circ \text{ A}$$

相应的相量图如图 10.42(a)所示,还要求出相电流 I_s 和 I_x 。从图 10.42(b)得到 $I_x = I_L + I_R$

$= 0.2 - j0.1 = 0.224 \angle -26.6^\circ$, 从图 10.42(c) 得到 $I_s = I_C + I_x = 0.283 \angle 45^\circ$ 。根据图 10.42(c) 可知, I_s 比 I_R 超前 45° , 比 I_C 超前 -45° , 比 I_x 超前 $45^\circ + 26.6^\circ = 71.6^\circ$ 。不过, 需要注意, 这里的数值是相对的, 其确切值取决于 I_s , 也取决于 V 的真实值(这里为简单起见, 假定为 $1 \angle 0^\circ$)。

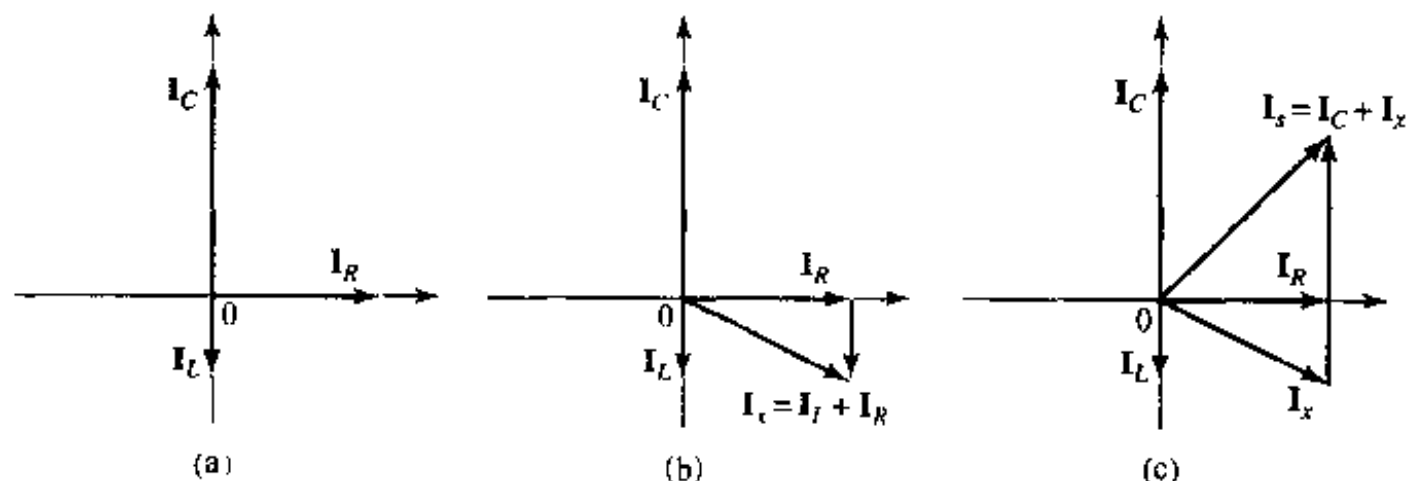


图 10.42 (a) 相量图, V 的参考值为 $V = 1 \angle 0^\circ$; (b) 用图解法求 $I_x = I_L + I_R$; (c) 用图解法求 $I_s = I_C + I_x$

练习

10.17 对图 10.43 所示电路, 选择一个合适的值作为 I_C 的参考值, 在相量图中画出 V_R , V_2 , V_1 和 V_s , 并计算出 (a) V_s 和 V_1 ; (b) V_1 和 V_2 ; (c) V_s 和 V_R 的长度比。

答案: 1.90; 1.00; 2.12

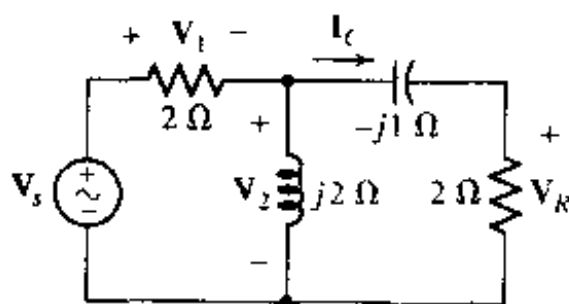


图 10.43

10.12 小结与复习

- 如果两个正弦波(或者两个余弦波)均含有正的幅度和同样大小的频率, 那么可以通过比较它们的相位来确定哪个为超前, 哪个为滞后。
- 线性电路对正弦电压源或者电流源的受迫响应总可以写成与正弦电源具有相同频率的单个正弦函数的形式。
- 可以对任何正弦源进行相量转换。
- 相量包含幅度和相角, 电路的频率为驱动电路的正弦激励源的频率。
- 将时域电路变换到其相应的频域电路时, 电阻、电容和电感被替换成阻抗(或者有时为导纳)。
- 电阻的阻抗等于其电阻。
- 电容的阻抗等于 $1/j\omega C \Omega$ 。

- 电感的阻抗等于 $j\omega L \Omega$ 。
- 阻抗的串联和并联组合方式均与电阻相同。
- 当电路中的电容及(或)电感均替换成了它们的频域等效时,前面应用于电阻电路的所有分析方法均适用。
- 相量分析只能应用于单频率电路中,对于非单频率电路,必须使用叠加原理,将各时域部分响应相加而得到完全响应。

习题

1. 某个正弦波 $f(t)$ 起始为零,从 $t = 2.1 \text{ ms}$ 开始增加,并且随后在 $t = 7.5 \text{ ms}$ 到达正的最大幅值 8.5。将该正弦波 $f(t)$ 表示为下面的形式:(a) $C_1 \sin(\omega t + \phi)$, 其中 ϕ 为正量,并尽可能地小,以度为单位;(b) $C_2 \cos(\omega t + \beta)$, 其中 β 具有最小可能的值,以度为单位;(c) $C_3 \cos \omega t + C_4 \sin \omega t$ 。
2. (a) 如果 $-10 \cos \omega t + 4 \sin \omega t = A \cos(\omega t + \phi)$, 其中 $A > 0$, $-180^\circ < \phi \leq 180^\circ$, 求 A 和 ϕ ;(b) 如果 $200 \cos(5t + 130^\circ) = F \cos 5t + G \sin 5t$, 求 F 和 G ;(c) 求出位于区间 $0 \leq t \leq 1 \text{ s}$ 内的三个 t 值,使得 $i(t) = 5 \cos 10t - 3 \sin 10t = 0$;(d) 在 $t = 0$ 到 $t = 10 \text{ ms}$ 范围内,怎样的时间区间使得 $10 \cos 100\pi t \geq 12 \sin 100\pi t$?
3. 给定两个正弦波, $f(t) = -50 \cos \omega t - 30 \sin \omega t$ 和 $g(t) = 55 \cos \omega t - 15 \sin \omega t$, 求(a)它们的幅度和(b) $f(t)$ 超前 $g(t)$ 的相角。
4. 把式(10.3)中假定的电流响应 $i(t) = A \cos(\omega t - \theta)$ 直接代入到微分方程 $L(di/dt) + Ri = V_m \cos \omega t$ 中,验证由此得到的 A 和 θ 满足式(10.4)。
5. 某电源产生的电压可用余弦波 $V_m \cos(\omega t + \phi)$ 来描述,频率为 13.56 MHz 。如果该电源传送到 5Ω 负载上的最大功率为 300 W , 并且该电压在 $t = 21.15 \text{ ms}$ 时达到最大值,则 V_m , ω 和 ϕ 为多大?
6. 比较下面的各对波形,并判断那一个为超前:(a) $-33 \sin(8t - 9^\circ)$ 和 $12 \cos(8t - 1^\circ)$;(b) $15 \cos(1000^\circ t + 66^\circ)$ 和 $-2 \cos(1000t + 450^\circ)$;(c) $\sin(t - 13^\circ)$ 和 $\cos(t - 90^\circ)$;(d) $\sin t$ 和 $\cos(t - 90^\circ)$ 。
7. 判断以下各对波形中那一个为超前:(a) $6 \cos(2\pi 60t - 9^\circ)$ 和 $-6 \cos(2\pi 60t + 9^\circ)$;(b) $\cos(t - 100^\circ)$ 和 $-\cos(t - 100^\circ)$;(c) $-\sin t$ 和 $\sin t$;(d) $7000 \cos(t - \pi)$ 和 $9 \cos(t - 3.14^\circ)$ 。
8. 验证电压 $v(t) = V_1 \cos \omega t - V_2 \sin \omega t$ 可以写成单个余弦函数 $V_m \cos(\omega t + \phi)$ 的形式,并导出 V_m 和 ϕ 的正确表达式。
9. 傅里叶定理无论在科学上,还是工程上都是有用的工具,它表明如图 10.44 所示的周期波形等于下面无限项的和:

$$v(t) = \frac{8}{\pi^2} \left(\sin \pi t - \frac{1}{3^2} \sin 3\pi t + \frac{1}{5^2} \sin 5\pi t - \frac{1}{7^2} \sin 7\pi t + \cdots \right)$$

- (a) 计算 $v(t)$ 在 $t = 0.4 \text{ s}$ 时的精确值,并用上面的傅里叶级数来估算 $v(t)$ 的值;(b) 仅用第一项;(c) 仅用前四项;(d) 仅用前五项。

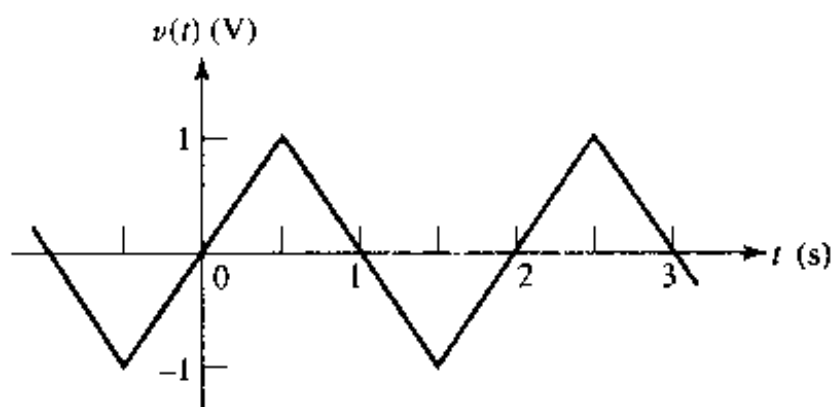


图 10.44

10. 典型的家用电压为 110 V, 115 V 或 120 V (北美), 不过这些值并不代表交流峰值电压, 更确切的是代表电压的均方根值, 定义为:

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V_m^2 \cos^2(\omega t) dt}$$

其中 T 为波形的周期, V_m 为峰值电压, ω 为波形频率 (在北美, $f = 60 \text{ Hz}$)。

(a) 计算出式中的积分, 验证对于正弦电压有:

$$V_{\text{rms}} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

(b) 当均方根(rms)电压为 110 V, 115 V 和 120 V 时, 计算峰值电压。

11. 如图 10.45 所示电路, 设 $v_s = 20 \cos 500t \text{ V}$, 先对该电路进行简化, 然后求出 $i_L(t)$ 。
12. 如图 10.46 所示电路, 如果 $i_s = 0.4 \cos 500t \text{ A}$, 简化该电路直至如图 10.4 所示的形式, 然后求出 (a) $i_L(t)$; (b) $i_x(t)$ 。

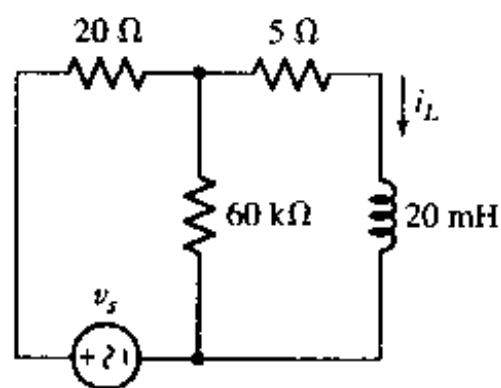


图 10.45

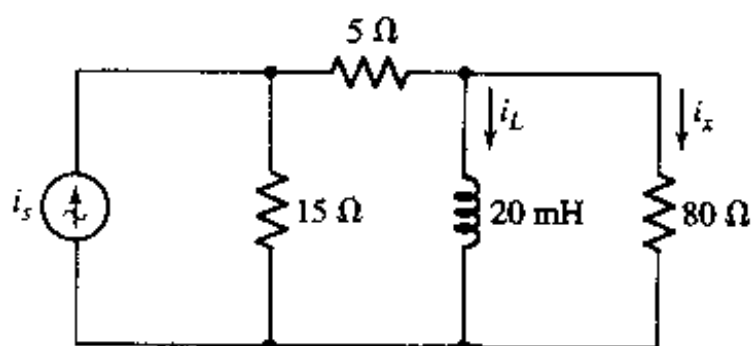


图 10.46

13. 正弦电压源 $v_s = 100 \cos 10^5 t \text{ V}$ 与一个 500Ω 电阻和 8 mH 电感串联, 确定 $0 \leq t \leq \frac{1}{2} T$ 内的时刻, 使得: (a) 传送到电阻的功率为零; (b) 传送到电感的功率为零; (c) 电源产生的功率为零。
14. 如图 10.47 所示电路, 设 $v_s = 3 \cos 10^5 t \text{ V}$ 和 $i_s = 0.1 \cos 10^5 t \text{ A}$ 。对电路应用叠加原理和戴维南定理, 求出 $t = 10 \mu\text{s}$ 时 i_L 和 v_L 的瞬时值。
15. 如图 10.48 所示电路, 求 $i_L(t)$ 。

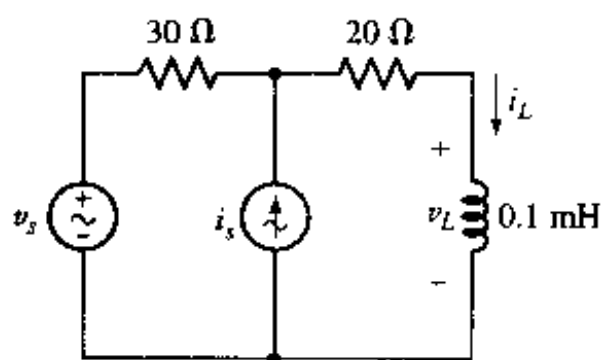


图 10.47

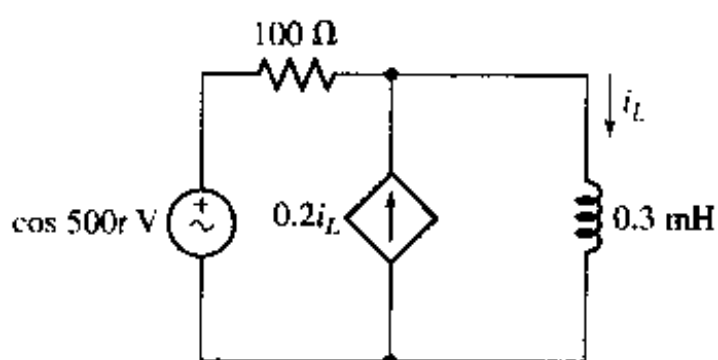


图 10.48

16. 图 10.49 所示电路中的两个电压源均为 $120 \cos 120\pi t$ V。(a) 求出电感储存的能量的瞬时值表达式; (b) 利用它求出储存能量的平均值。
17. 在图 10.49 的电路中, 电压源为 $v_{s1} = 120 \cos 400t$ V 和 $v_{s2} = 180 \cos 200t$ V, 求向下流过电感的电流。
18. 假定图 10.50 中的运放为理想运放(即 $R_i = \infty$, $R_o = 0$ 以及 $A = \infty$), 并注意到积分器的输入端接有两个输入: $-V_m \cos \omega t$ 和 v_{out} 。如果乘积 $R_1 C_1$ 等于图 10.4 所示电路中的比值 L/R , 验证 v_{out} 等于图 10.4 中电阻 R (参考符号“+”位于左边)两端的电压。

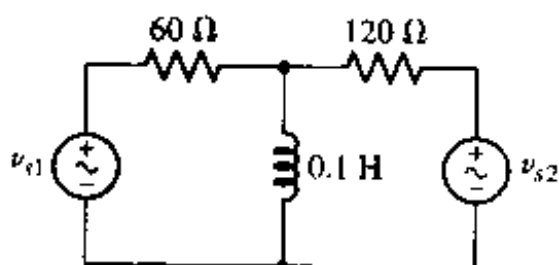


图 10.49

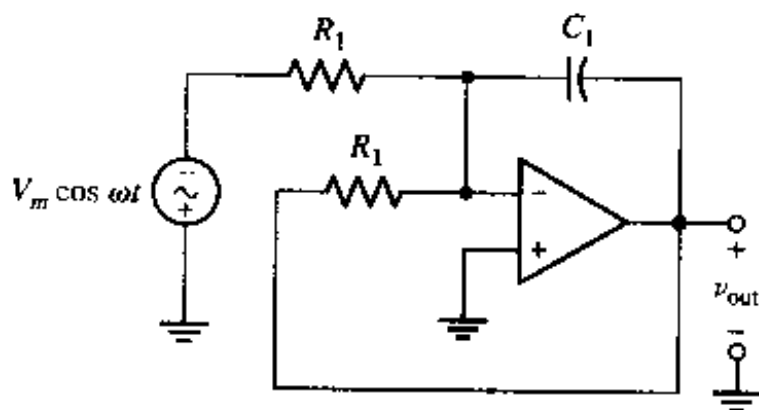


图 10.50

19. 电压源 $V_m \cos \omega t$ 与电阻 R 和电容 C 相串联。(a) 写出以回路电流 i 表示的积分微分方程, 然后对它求导得到电路的微分方程; (b) 假定一个受迫响应 $i(t)$ 的合适的一般形式, 然后将它代入微分方程求出 $i(t)$ 的精确形式。
20. 将下面各式转换为直角坐标形式: (a) $7 \angle -90^\circ$; (b) $3 + j + 7 \angle -17^\circ$; (c) $14e^{j15^\circ}$; (d) $1 \angle 0^\circ$; 将下面各式转换为极坐标形式: (e) $-2(1 + j9)$; (f) 3 。
21. 进行下面所示的运算, 并将答案表示为单个复数的直角坐标形式: (a) $3 + 15 \angle -23^\circ$; (b) $12j \times (17 \angle 180^\circ)$; (c) $5 - 16 \times \frac{(1 + j) \times (2 - j7)}{33 \angle -9^\circ}$ 。
22. 进行下面所示的运算, 并将答案表示为单个复数的极坐标形式: (a) $5 \angle 9^\circ - 9 \angle -17^\circ$; (b) $(8 - j15) \times (4 + j16) - j$; (c) $\frac{(14 - j9)}{(2 - j8)} + 5 \angle -30^\circ$; (d) $17 \angle -33^\circ + 6 \angle -21^\circ + j3$ 。
23. 将下面各式表示为单个复数的极坐标形式:
 (a) $e^{j14^\circ} + 9 \angle 3^\circ - \frac{8 - j6}{j^2}$; (b) $\frac{5 \angle 30^\circ}{2 \angle -15^\circ} + \frac{2e^{j5^\circ}}{2 - j2}$ 。
24. 将下面的复数转换为直角坐标形式: (a) $5 \angle -110^\circ$; (b) $6e^{j160^\circ}$; (c) $(3 + j6) \times (2 \angle 50^\circ)$; (d) $-100 - j40$; (e) $2 \angle 50^\circ + 3 \angle -120^\circ$ 。

25. 进行下面各式中的运算,并将结果表示为极坐标形式:(a) $40 \angle -50^\circ - 18 \angle 25^\circ$; (b) $3 + \frac{2}{j} + \frac{2-j5}{1+j2}$,将下式表示为直角坐标形式:(c) $(2.1 \angle 25^\circ)^3$; (d) $0.7e^{j0.3}$ 。
26. 在图 10.51 所示电路中,设 i_C 的复响应表示为 $20e^{j(40t+30^\circ)}$,将 v_s 表示为复激励函数。
27. 在图 10.52 所示电路中,设电流 i_L 的复响应表示为 $20e^{j(10t+25^\circ)}$ A,将电流源 $i_s(t)$ 表示为复激励函数。
28. 在线性网络中,如图 10.8 所示的网络,正弦电压源 $v_s = 80 \cos(500t - 20^\circ)$ V 产生的输出电流为 $i_{out} = 5 \cos(500t + 12^\circ)$ A。求 i_{out} ,如果 v_s 等于:(a) $40 \cos(500t + 10^\circ)$ V; (b) $40 \sin(500t + 10^\circ)$ V; (c) $40e^{j(500t+10^\circ)}$ V; (d) $(50 + j20)e^{j500t}$ V。

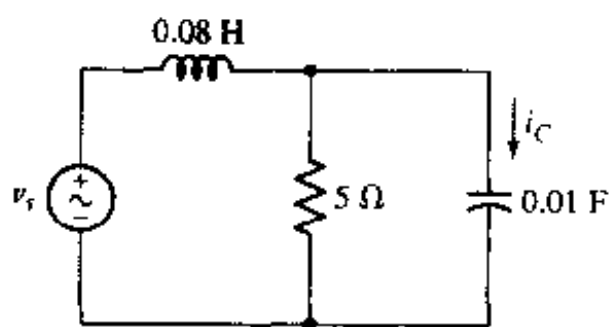


图 10.51

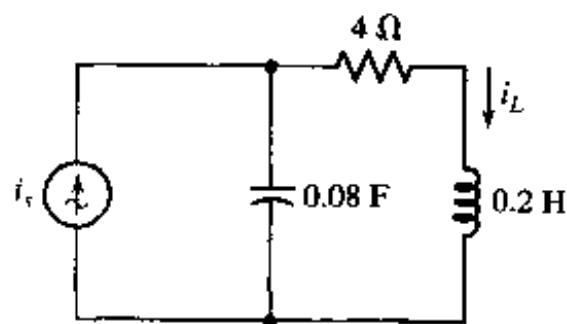


图 10.52

29. 将下列的电流表示成相量:(a) $12 \sin(400t + 110^\circ)$ A; (b) $-7 \sin 800t - 3 \cos 800t$ A; (c) $4 \cos(200t - 30^\circ) - 5 \cos(200t + 20^\circ)$ A。如果 $\omega = 600$ rad/s,求 $t = 5$ ms 时下列各电压的瞬时值:(d) $70 \angle 30^\circ$ V; (e) $-60 + j40$ V。
30. 设 $\omega = 4$ krad/s,如果 I_s 等于(a) $5 \angle -80^\circ$ V; (b) $-4 + j1.5$ A,求 $t = 1$ ms 时 i_s 的瞬时值。如果 $v_s(t)$ 等于(c) $50 \sin(250t - 40^\circ)$ V; (d) $20 \cos 108t - 30 \sin 108t$ V; (e) $33 \cos(80t - 50^\circ) + 41 \cos(80t - 75^\circ)$ V,分别将相量电压 V_s 表示为极坐标形式。
31. 将 $\omega = 500$ rad/s 时的相量电压 $V_1 = 10 \angle 90^\circ$ 与 $\omega = 1200$ rad/s 时的相量电压 $V_2 = 8 \angle 90^\circ$ mV 在某个运放电路中相加。如果运放将输入放大 -5 倍,求 $t = 0.5$ ms 时电路的输出。
32. 如图 10.53 所示电路,如果 $\omega = 500$ rad/s 和 $I_L = 2.5 \angle 40^\circ$,求 $v_s(t)$ 。
33. 如图 10.54 所示电路,设 $\omega = 5$ krad/s,求(a) $v_1(t)$; (b) $v_2(t)$; (c) $v_3(t)$ 。
34. $1 \angle 0^\circ$ 的相量电流流过 1Ω , 1 H 和 1 F 的串联组合,在多大的频率下,网络两端的电压大小为电阻两端电压的两倍?

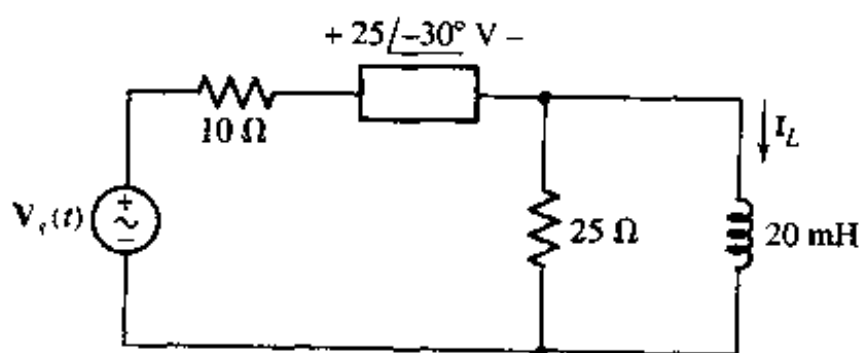


图 10.53

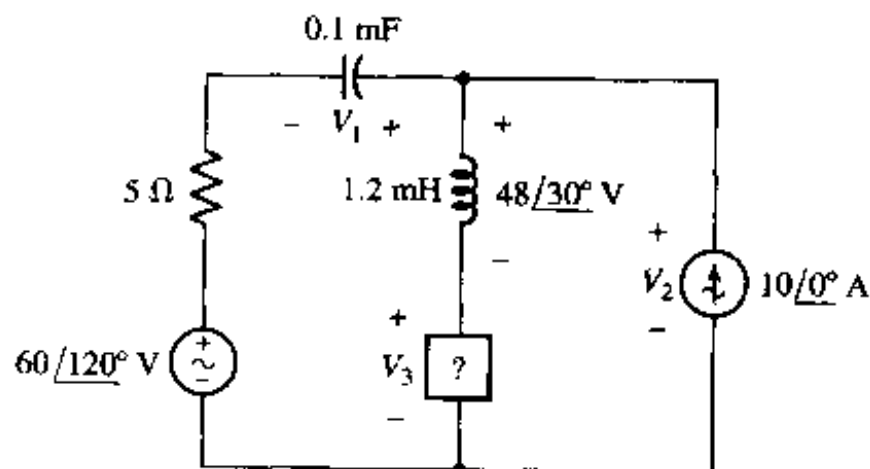


图 10.54

35. 如图 10.55 所示电路, 求 v_x 。

36. 某个带有黄色条纹的黑盒子包含两个电流源 I_{s1} 和 I_{s2} , 输出电压设为 V_{out} 。如果 $I_{s1} = 2 \angle 20^\circ$ A 和 $I_{s2} = 3 \angle -30^\circ$ A, 那么 $V_{out} = 80 \angle 10^\circ$ V。如果 $I_{s1} = I_{s2} = 4 \angle 40^\circ$ A, 那么 $V_{out} = 90 - j30$ V。如果 $I_{s1} = 2.5 \angle -60^\circ$ A 和 $I_{s2} = 2.5 \angle 60^\circ$ A, 求 V_{out} 。

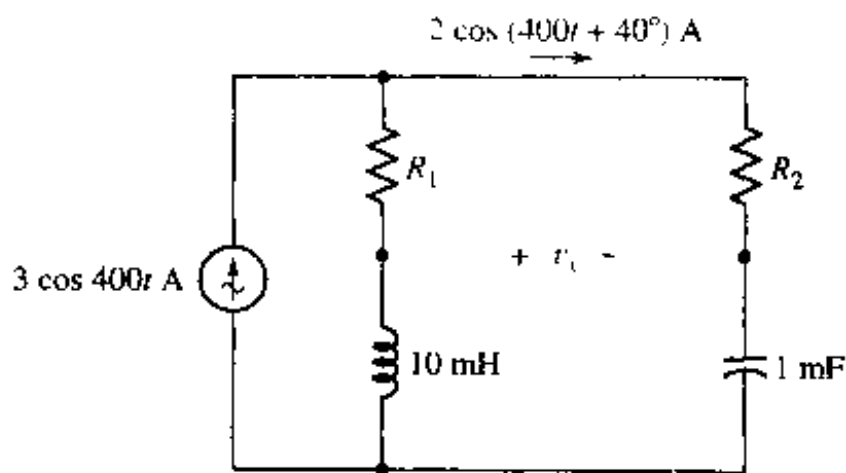


图 10.55

37. 求图 10.56 中 a 和 b 两端的 Z_{in} , 如果 ω 等于 (a) 800 rad/s; (b) 1 600 rad/s。

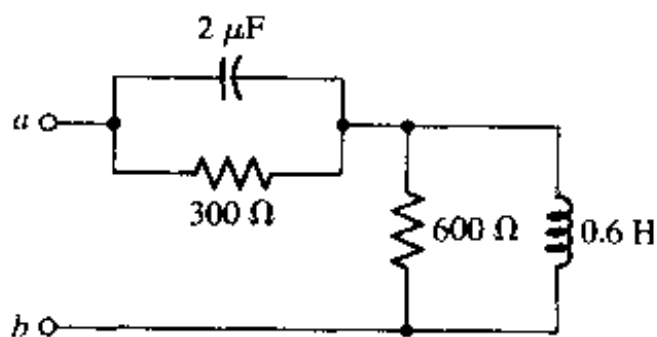


图 10.56

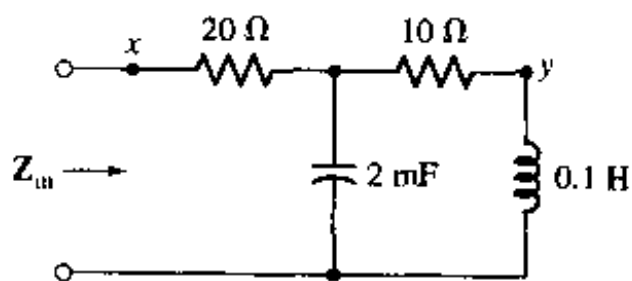


图 10.57

38. 设图 10.57 中 $\omega = 100$ rad/s, 求 (a) Z_{in} ; (b) 如果从 x 到 y 连接一条短路线, 求 Z_{in} 。

39. 电压源 $v_s = 120 \cos 800t$ V 接到图 10.56 (参考“+”端位于上端) 中的 a 和 b 端, 那么向右边流过 300 Ω 电阻的电流为多大?

40. 求图 10.58 中的 V , 如果盒子中包含为 (a) 3 Ω 与 2 mH 串联; (b) 3 Ω 与 125 μF 串联; (c) 3 Ω, 2 mH 和 125 μF 串联; (d) 3 Ω, 2 mH 和 125 μF 串联, 但是这时 $\omega = 4$ krad/s。

41. 10 H 电感与 200 Ω 电阻、电容 C 并联。(a) 如果 $C = 20$ μF, 求该并联组合在 $\omega = 100$ rad/s 时的阻抗; (b) 如果阻抗的大小在 $\omega = 100$ rad/s 时为 125 Ω, 求 C ; (c) 如果 $C = 20$ μF, ω 为哪两个值, 使得阻抗的大小等于 100 Ω?

42. 20 mH 电感和 30 Ω 电阻并联, 分别求频率 ω , 当: (a) $|Z_{in}| = 25$ Ω; (b) $\angle(Z_{in}) = 25^\circ$; (c) $\text{Re}(Z_{in}) = 25$ Ω; (d) $\text{Im}(Z_{in}) = 10$ Ω。

43. 求图 10.55 所示电路的 R_1 和 R_2 。

44. 某网络由两个元件组成, 在 $\omega = 1\,200$ rad/s 时输入阻抗为 $200 + j80$ Ω。将多大的电容并联到该网络使得输入阻抗为 (a) 零阻抗? (b) 大小为 100 Ω?

45. 如图 10.59 所示网络, 如果端 a 和端 b 间为 (a) 开路; (b) 短路, 求 $\omega = 4$ rad/s 时的 Z_{in} 。

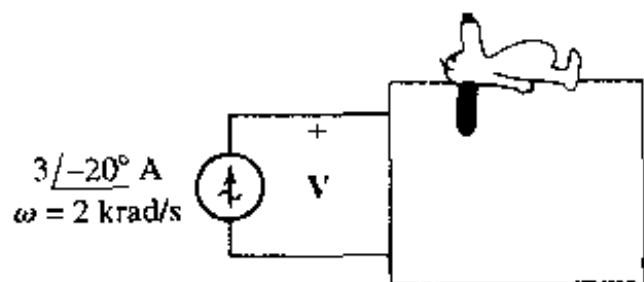


图 10.58

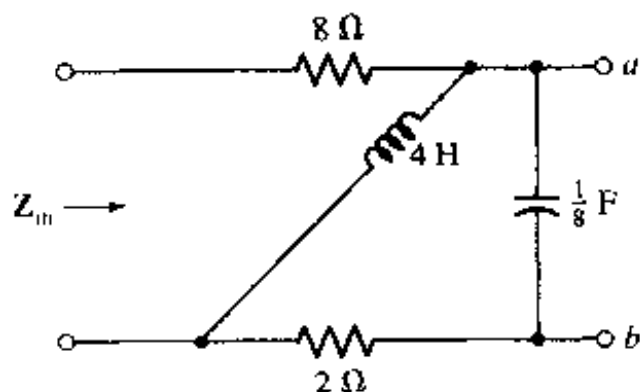


图 10.59

46. 求图 10.60 所示网络的等效阻抗, 假定频率 $f = 1 \text{ MHz}$ 。

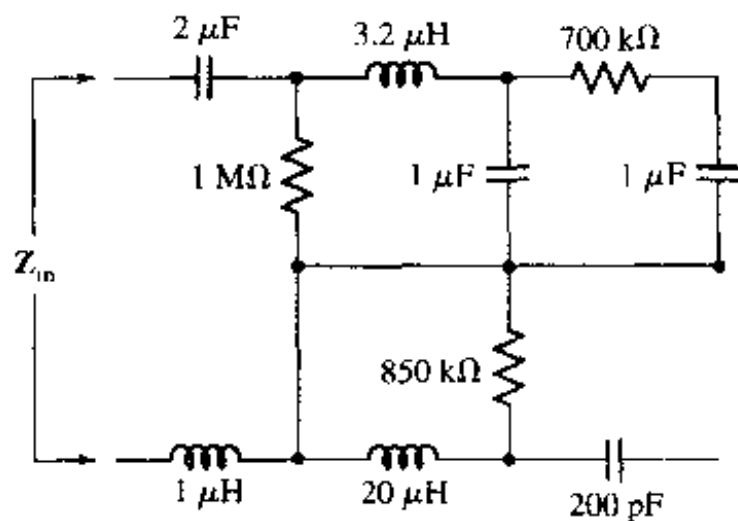


图 10.60

47. 求图 10.61 所示网络的导纳 Y_{ab} , 并将它画成电阻 R 和电感 L 的并联组合; 如果 $\omega = 1 \text{ rad/s}$, 求出 R 和 L 的值。
48. 5Ω 电阻, 20 mH 电感和 2 mF 电容组成一个串联网络, 该网络的两端为 a 和 b 。(a) 利用导纳, 确定在 a 和 b 之间需要并联一个多大的电容, 使得 $\omega = 500 \text{ rad/s}$ 时 $Z_{in,ab} = R_{in,ab} + j0$; (b) $R_{in,ab}$ 的值为多少? (c) 并联上该电容 C , 则 $\omega = 100 \text{ rad/s}$ 时 $Y_{in,ab}$ 的值为多少?
49. 如图 10.62 所示网络, 分别求出频率的大小, 使得处于该频率时 (a) $R_{in} = 550 \Omega$; (b) $X_{in} = 50 \Omega$; (c) $G_{in} = 1.8 \text{ mS}$; (d) $B_{in} = -150 \mu\text{S}$ 。

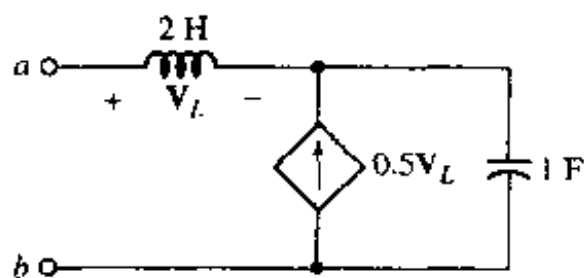


图 10.61

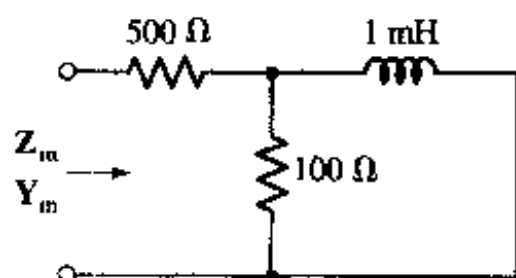


图 10.62

50. 两个导纳 $Y_1 = 3 + j4 \text{ mS}$ 与 $Y_2 = 5 + j2 \text{ mS}$ 并联, 第三个导纳 $Y_3 = 2 - j4 \text{ mS}$ 与该并联组合串联。如果流过 Y_1 的电流为 $I_1 = 0.1 / 30^\circ$, 求在下列各量两端的电压大小: (a) Y_1 ; (b) Y_2 ; (c) Y_3 ; (d) 整个网络。
51. 10Ω 电阻和 $50 \mu\text{F}$ 电容的并联组合在 $\omega = 1 \text{ krad/s}$ 时的导纳与相同频率下 R_1 和 C_1 的串联组合相等。(a) 求 R_1 和 C_1 ; (b) 如果 $\omega = 2 \text{ krad/s}$, 重做本题。

52. 某笛卡儿坐标平面包含一条水平轴,它表示 G_m ,单位为西门子;平面内还有一条垂直轴,它表示 B_m ,也以西门子为单位。设 Y_m 表示 $1\ \Omega$ 电阻和 0.1 F 电容的串联组合。
(a) 求出 Y_m , G_m 和 B_m 随 ω 变化的函数表达式; (b) 分别在平面上标出频率 $\omega = 0, 1, 2, 5, 10, 20$ 和 10^6 rad/s 时的坐标对 (G_m, B_m) 。
53. 如图 10.63 所示电路,利用相量和节点分析法求出 V_2 。
54. 如图 10.63 所示电路,利用相量和网孔分析法求出 I_B 。
55. 如果 $v_{s1} = 20 \cos 1000t\text{ V}$ 和 $v_{s2} = 20 \sin 1000t\text{ V}$, 求出图 10.64 所示电路中的 $v_x(t)$ 。

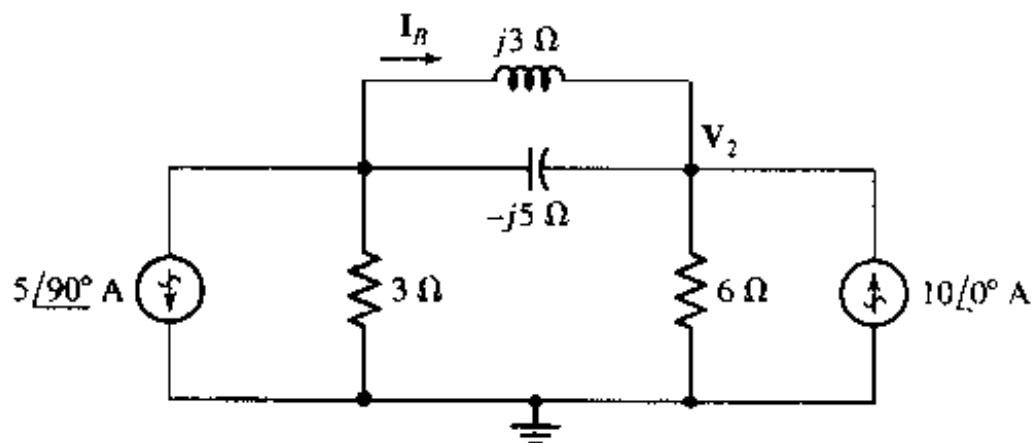


图 10.63

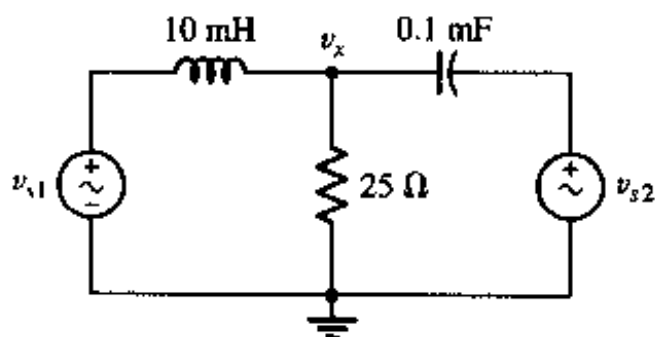


图 10.64

56. (a) 求图 10.65 所示电路中的 V_3 ; (b) 三个容性阻抗的值需要改为多大,以使得 V_3 与电源电压的相位差为 180° ?
57. 利用网孔分析法,求图 10.66 所示电路中的 $i_x(t)$ 。

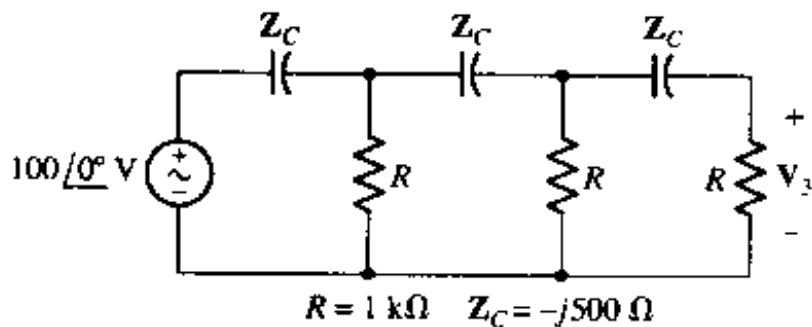


图 10.65

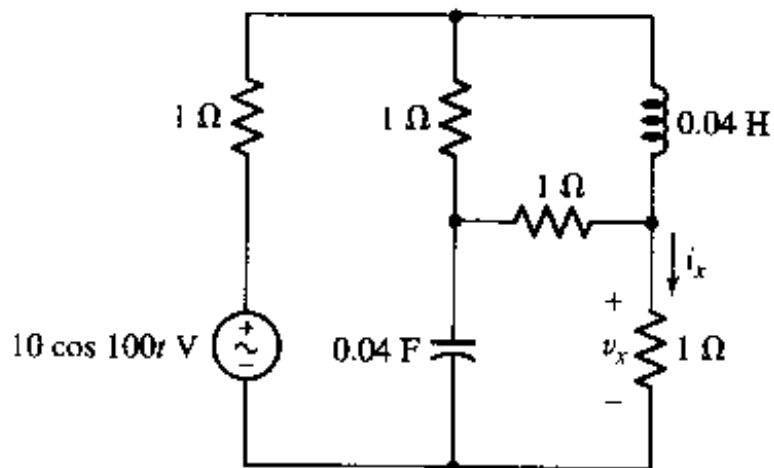


图 10.66

58. 利用相量和节点分析法,求图 10.66 所示电路中的 $v_x(t)$ 。
59. 假定图 10.67 中的运放输入阻抗为无限大,输出阻抗为零,增益很大但有限(正的和实的),为 $A = -V_o/V_i$ 。(a) 令 $Z_f = R_f$,构造出一个基本微分电路来求出 V_o/V_i ,并验证当 $A \rightarrow \infty$ 时 $V_o/V_i \rightarrow -j\omega C_1 R_f$; (b) 设 Z_f 表示 C_f 与 R_f 的并联,求 V_o/V_i ,并验证当 $A \rightarrow \infty$ 时 $V_o/V_i \rightarrow -j\omega C_1 R_f / (1 + j\omega C_f R_f)$ 。
60. 如图 10.68 所示电路,求电压 v_2 。
61. 计算 $t = 1\text{ ms}$ 时图 10.69 所示电路中 $1\text{ k}\Omega$ 电阻消耗的功率。
62. 利用相量分析求出图 10.70 所示电路中的三个网孔电流 $i_1(t)$, $i_2(t)$ 和 $i_3(t)$ 。

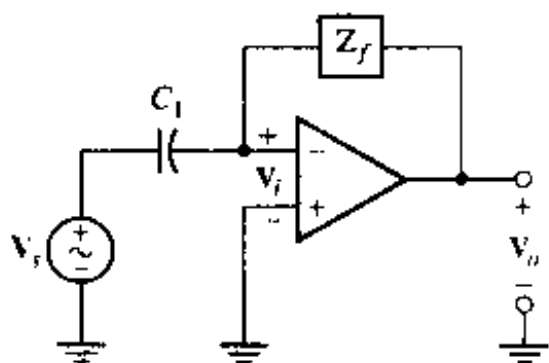


图 10.67

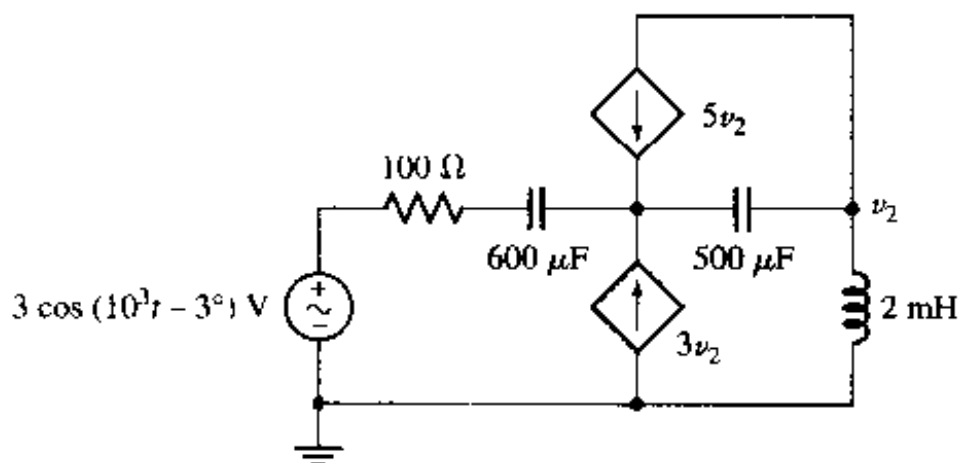


图 10.68

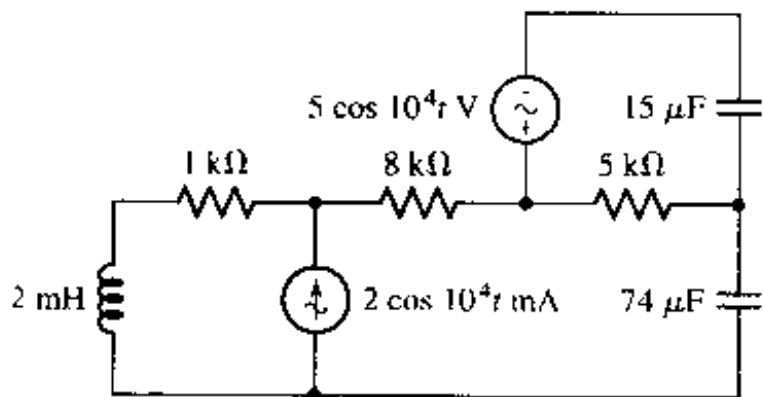


图 10.69

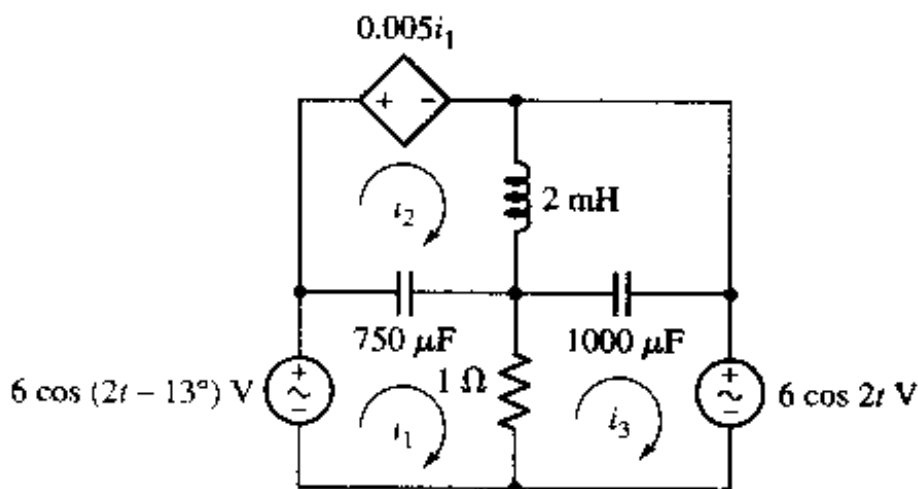


图 10.70

63. 在图 10.71 的电路中, 电压 $v_1(t) = 6.014 \cos(2\pi t + 85.76^\circ)$ 伏, 则电容 C_1 的值为多少?
 64. 在图 10.72 的电路中, 电流 $i_1(t) = 8.132 \cos 2\pi t \text{ A}$, 则电感 L_1 的值为多少?

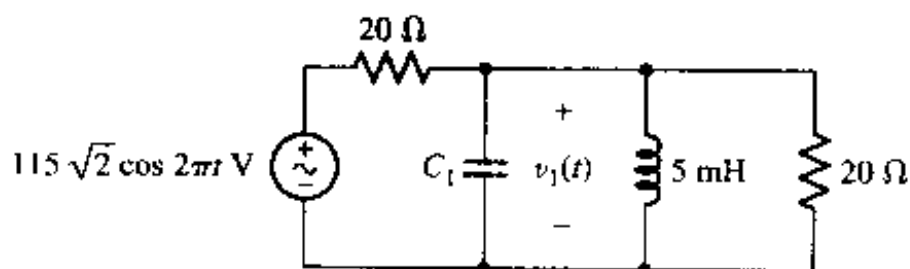


图 10.71

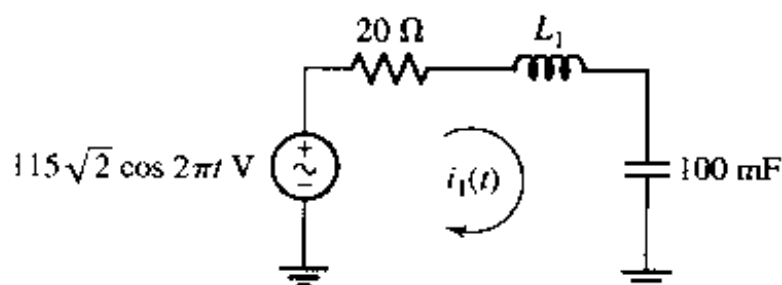


图 10.72

65. 参看图 10.25(b) 所示的晶体管放大电路, (a) 导出输出的相角随频率变化的函数关系, 假定输入信号为 $V_i = 1 \angle 0^\circ \text{ V}$; (b) 采用半对数坐标标度, 在频率 100 Hz 到 10 GHz 的频率间隔内画出该函数的曲线。这里取 $R_i = 300 \Omega$, $R_b = 5 \text{ k}\Omega$, $r_\pi = 2.2 \text{ k}\Omega$, $C_\pi = 5 \text{ pF}$, $C_\mu = 2 \text{ pF}$, $g_m = 38 \text{ mS}$, $R_c = 4.7 \text{ k}\Omega$ 和 $R_l = 1.2 \text{ k}\Omega$; (c) 在哪个频率范围内, 输出与输入的相差精确为 180° ? 以及近似从哪个频率开始, 相位关系开始改变?
 66. 求出图 10.73 所示网络的频域戴维南等效电路, 并将结果表示为 V_{th} 串联 Z_{th} 的形式。
 67. 求图 10.74 所示电路的输入导纳, 并将它表示为电阻 R 和电感 L 并联的形式, 如果 $\omega = 1 \text{ rad/s}$, 求出 R 和 L 的值。
 68. 参看图 10.75 所示电路, 利用叠加原理, 分别求出 $v_1(t)$ 中 (a) 仅电压源起作用; (b) 仅电流源起作用时所产生的部分。

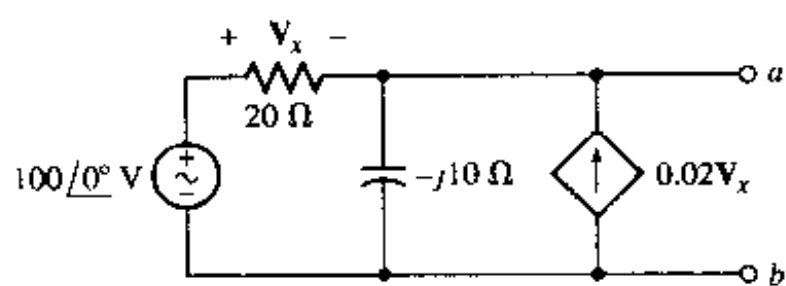


图 10.73

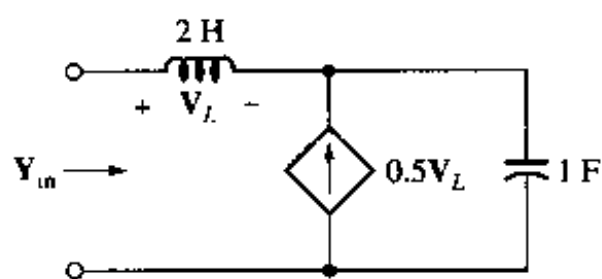


图 10.74

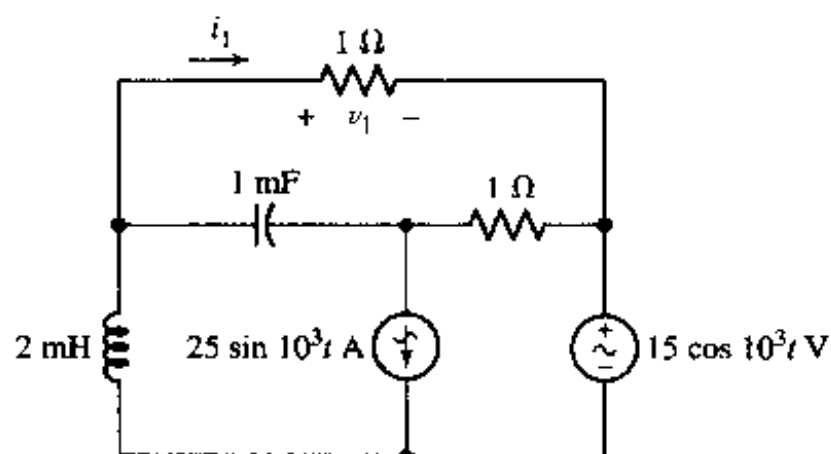


图 10.75

69. 设 $\omega = 1 \text{ rad/s}$, 求出图 10.76 所示网络的诺顿等效电路, 并将诺顿等效表示为电流源 I_N 与电阻 R_N , 电感 L_N 或者电容 C_N 并联的形式。

70. 图 10.77 中, 设 $i_{s1} = 2 \cos 200t \text{ A}$, $i_{s2} = 1 \cos 100t \text{ A}$ 和 $v_{s3} = 2 \sin 200t \text{ V}$, 求 $v_L(t)$ 。

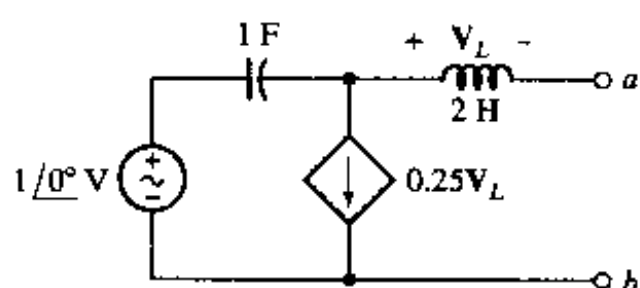


图 10.76

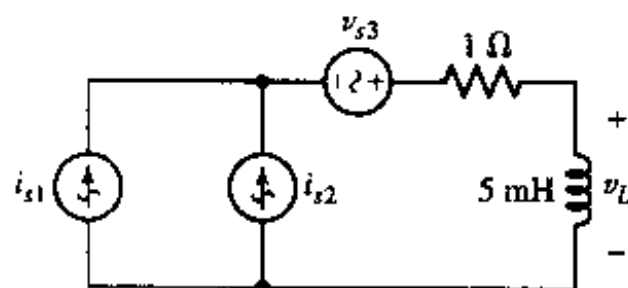


图 10.77

71. 求出图 10.78 所示电路的戴维南等效电路。

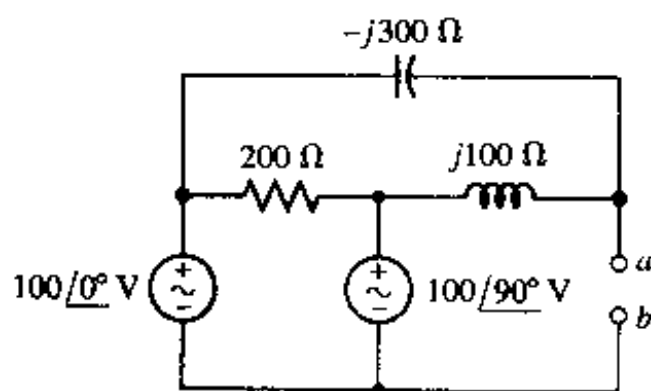


图 10.78

72. 求出图 10.79 中从电压源流出的电流 $i(t)$ 。

73. (a) 求出图 10.80 中 3 F 电容两端的电压; (b) 用 PSpice 验证你的答案。

74. (a) 求图 10.21 中 $j5 \Omega$ 电感所看到的戴维南等效电路; (b) 假定频率为 100 rad/s , 用 PSpice 验证你的答案。