

上面这些就是调谐电路或者说谐振电路的特征,本章将进行详细的讨论。在分析谐振时,可以应用前面在分析频率响应时讨论的所有方法。

16.2.1 谐振

本节开始学习一种非常重要的现象,它发生在含有电感和电容的电路中,这种现象称为谐振,不那么严格地说,可以认为谐振是任何物理系统对幅度固定的正弦激励函数,产生最大幅度响应的现象。不过,当发生这种现象时,即使激励不是正弦函数,通常也称为谐振。谐振系统可以是电气系统、机械系统、液压系统、声学系统和其他别的系统,但这里主要考虑电气系统。

谐振是一种常见的现象。比如,对于汽车,当减震器上下跳动的频率为某个适当的值(大约每秒跳一次)且减震器老化时,可以使汽车产生更加剧烈的振动;但是,如果跳动的频率增加或者减少,那么汽车的振动将显著变小。另一个例子存在于歌剧演员中,当他以某个特定频率唱出某个音符时,甚至可以震碎水晶玻璃酒杯。对于这些例子,可以认为当频率调谐到某个值时产生了谐振;当然,也可以改变振动物体的大小、形状和材料来造成谐振,不过改变这些可能没那么容易。

有些时候我们希望发生谐振,而有些时候却不希望它发生,这要看系统用来做什么。在上面的汽车例子中,由于谐振产生的较大幅度的振动可能有助于分开锁住的减震器,但当速度达到每小时 65 英里^①时,这种现象则让人讨厌。

现在给出谐振的更加精确的定义。在至少包含一个电感和一个电容的双端子网络中,定义当网络的输入阻抗为纯阻性时产生了谐振。也就是说:

当网络的输入电压和输入电流同相时,便会产生谐振。

后面将发现,当网络谐振时,将产生最大的幅度响应。

首先将谐振的定义应用于图 16.1 所示网络,这是一个由正弦电流源驱动的并联 RLC 网络。事实上,在实验室里使用很高输出阻抗的电源来驱动电感和电容的并联电路时,图 16.1 所示电路就是一个很好的近似。在稳态时,图中理想电流源所接的导纳为:

$$Y = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) \quad (16.1)$$

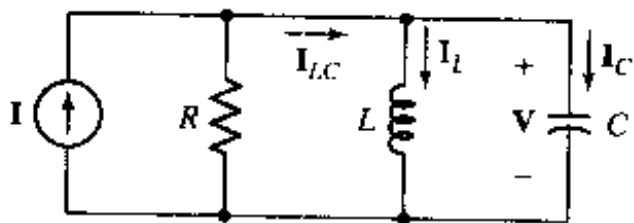


图 16.1 由电阻、电感和电容组成的并联网络,通常称为并联谐振电路

当输入端的电压和电流同相时发生谐振,这时导纳为实数,因此谐振发生的必要条件由下式给出:

$$\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0$$

^① 1英里等于 1.609 km——编者注。

可以通过调节 L , C 和 ω 来产生谐振条件,但这里只考虑变量为 ω 的情形。因此,谐振频率为:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{rad/s} \quad (16.2)$$

或

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{Hz} \quad (16.3)$$

谐振频率 ω_0 与第9章方程(9.10)中定义的谐振频率是一致的。

这里,导纳函数的零极点分布也非常有用。给定 $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{1}{R} + \frac{1}{sL} + sC$$

或

$$Y(s) = C \frac{s^2 + s/RC + 1/LC}{s} \quad (16.4)$$

将分子分解因式,可以得到 $Y(s)$ 的零点:

$$Y(s) = C \frac{(s + \alpha - j\omega_d)(s + \alpha + j\omega_d)}{s}$$

其中, α 和 ω_d 与9.5节中并联 RLC 电路的自由响应中的 α 和 ω_d 代表相同的量,即 α 为指数衰减系数:

$$\alpha = \frac{1}{2RC}$$

而 ω_d 为自由谐振频率(不是谐振频率 ω_0):

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

零极点分布图可以直接从分解的因式中得到,如图16.2(a)所示。

观察 α , ω_d 和 ω_0 之间的关系,很明显,从 s 平面的原点到导纳的一个零点的距离在数值上等于 ω_0 。给出零极点分布图后,仅通过图形方法就可以求得谐振频率:只要以 s 平面的原点为圆心,画一条通过其中一个零点的弧,这条弧与 $j\omega$ 正半轴的交点即为点 $s = j\omega_0$ 。显然, ω_0 略大于自由谐振频率 ω_d ,当 ω_d 与 α 的比值增加时, ω_0 与 ω_d 的比值逐渐趋于1。

16.2.2 谐振与电压响应

现在来看响应幅度的变化情况,即图16.1中电压 $V(s)$ 随激励函数的频率 ω 变化的情况。如果假定输入为幅度不变的正弦电流源,则电压响应与输入阻抗成比例,它可以由阻抗的零极点分布图得到:

$$Z(s) = \frac{s/C}{(s + \alpha - j\omega_d)(s + \alpha + j\omega_d)}$$

如图16.2(b)所示。开始时,频率响应的幅度显然为零,然后逐渐增大,在自由谐振频率附近达到最大值,当 ω 变成无穷大时又回到零,如图16.3所示。从图中可以看到,响应的最大值

等于 R 乘以电流源的幅度, 这意味着该电路的输入阻抗幅度的最大值为 R ; 另外, 响应的最大值处所对应的频率恰好为 ω_0 。图中也标出了另外两个频率 ω_1 和 ω_2 , 后面将用它们来度量响应曲线的带宽。下面首先来证明输入阻抗幅度的最大值为 R , 而且这个最大值出现在电路谐振时。

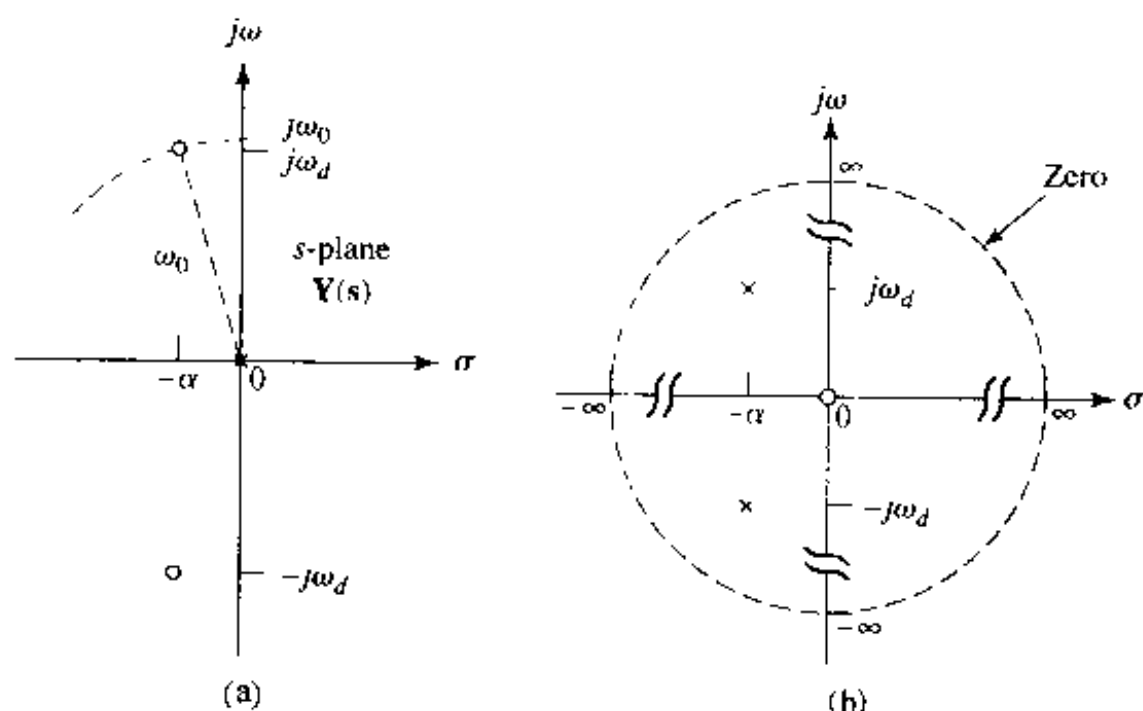


图 16.2 (a) s 平面画出了并联谐振电路的输入导纳的零极点分布图, 其中 $\omega_0^2 = \alpha^2 + \omega_d^2$; (b) 输入阻抗的零极点分布图, 通常, 这种类型的电路图没有画出无穷远处的零点和极点

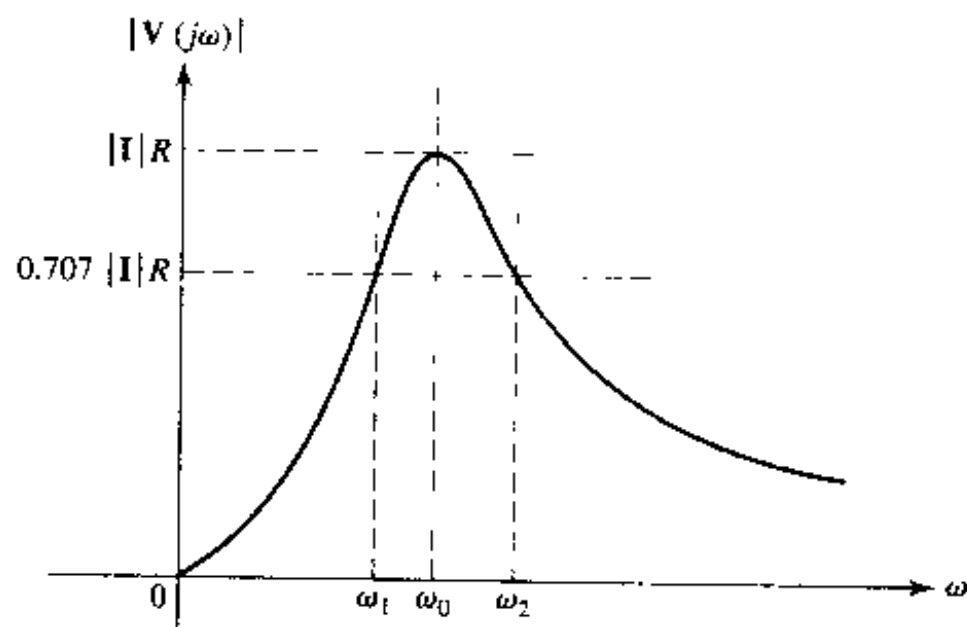


图 16.3 并联谐振电路的电压响应的幅度随频率变化的曲线

式(16.1)中的导纳由电导(conductance)和电纳(susceptance)两部分组成, 其中电导为常数, 电纳在谐振时达到最小值 0。因此, 谐振时导纳的幅度最小, 等于 $1/R$, 即谐振时阻抗幅度最大, 等于 R 。

因此, 在谐振频率处, 图 16.1 所示的并联谐振电路两端的电压为 IR , 所有从电流源流出的电流均从电阻中流过。不过, 谐振时 L 和 C 中也有电流流过, 对于电感 $I_{L,0} = V_{L,0}/j\omega_0 L = IR/j\omega_0 L$, 对于电容 $I_{C,0} = (j\omega_0 C)V_{C,0} = j\omega_0 CRI$, 因为谐振时 $1/\omega_0 C = \omega_0 L$, 因此可以得到:

$$I_{C,0} = -I_{L,0} = j\omega_0 CRI \quad (16.5)$$

于是:

$$\mathbf{I}_{C,0} + \mathbf{I}_{L,0} = \mathbf{I}_H = 0$$

也就是说,流过 LC 组合电路的净电流为零。求解响应幅度的最大值及其对应的频率并不总是一件很容易的事,对于不那么标准的电路,可能发现,需要将响应的幅度写成解析形式(通常为实部与虚部的平方和再开平方的形式),然后将这个表达式对频率求导数并令导数为0,从这个方程中求出最大幅度所对应的频率,最后将求得的频率代入幅度表达式中,就可以得到响应幅度的最大值。可以用上面这个简单的电路作为练习,来验证这个求解步骤的正确性,但前面已经看到,并不一定要按照这个步骤来求解

16.2.3 品质因数

需要强调的是,如果保持激励的幅度不变而改变元件的参数,可以发现图 16.3 所示的响应曲线的高度只与 R 的值有关,但曲线的宽度和边缘的陡峭程度却和其他两个元件有关。可以将“响应曲线的宽度”简称为“带宽”,但也可以用另一个非常重要的参数——品质因数(Q)来表示曲线的特征和电路元件的关系。

需要非常注意的是,不要将品质因数与电荷或者电抗功率相混淆,因为它们都用相同的字母 Q 来表示。

后面将发现,对于任何谐振电路,响应曲线的尖锐程度均由一个完整周期内它所能存储的最大能量与它消耗的能量比值决定,将 Q 定义为:

$$Q = \text{品质因数} = 2\pi \frac{\text{存储的最大能量}}{\text{每周期内消耗的能量}} \quad (16.6)$$

将比例常数 2π 包含在定义式中是为了简化下面将要求出的更有用的 Q 的表达式。因为能量只能存储在电感和电容中,只能消耗在电阻中,因此可以用存储在每个电抗元件中的瞬态能量和消耗在电阻中的能量来表示 Q :

$$Q = 2\pi \frac{[w_L(t) + w_C(t)]_{\max}}{P_R T}$$

其中 T 为计算 Q 时相应的正弦信号周期。

现在根据这个定义来求图 16.1 所示电路在谐振频率上的 Q 值,用 Q_0 表示。选取电流激励函数为:

$$i(t) = \mathbf{I}_m \cos \omega_0 t$$

可以求得谐振时的电压响应为:

$$v(t) = Ri(t) = R\mathbf{I}_m \cos \omega_0 t$$

此时,电容存储的瞬态能量为:

$$w_C(t) = \frac{1}{2} C v^2 = \frac{\mathbf{I}_m^2 R^2 C}{2} \cos^2 \omega_0 t$$

而电感存储的瞬态能量由下式决定:

$$w_L(t) = \frac{1}{2} L i_L^2 = \frac{1}{2} L \left(\frac{1}{L} \int v dt \right)^2 = \frac{1}{2L} \left[\frac{R\mathbf{I}_m}{\omega_0} \sin \omega_0 t \right]^2$$

即

$$w_L(t) = \frac{I_m^2 R^2 C}{2} \sin^2 \omega_0 t$$

因此,瞬态能量的总和为常数:

$$w(t) = w_L(t) + w_C(t) = \frac{I_m^2 R^2 C}{2}$$

这个常数必然也是最大值。为了求得一个周期内电阻消耗的能量,求出电阻吸收的能量求平均值(参见 11.3 节):

$$P_R = \frac{1}{2} I_m^2 R$$

然后乘以周期 T ,可以得到:

$$P_R T = \frac{1}{2f_0} I_m^2 R$$

因此得到谐振时的品质因数为:

$$Q_0 = 2\pi \frac{I_m^2 R^2 C/2}{I_m^2 R/2f_0}$$

即

$$Q_0 = 2\pi f_0 RC = \omega_0 RC \quad (16.7)$$

该式[也可以表示为式(16.8)]只适合于图 16.1 所示的简单并联 RLC 电路的情况。通过简单的代换可以得到 Q_0 的其他很有用的等效表达式:

$$Q_0 = R \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{R}{|X_{C,0}|} = \frac{R}{|X_{L,0}|} \quad (16.8)$$

16.2.4 Q 的其他解释

无量纲常数 Q_0 是并联谐振电路中三个元件的函数。不过, Q 的概念不只局限于电路甚至电气系统中,可以用它来描绘任何谐振现象。例如,考虑一个跳跃的高尔夫球,假定其重量为 W ,从高度为 h_1 的地方释放这个高尔夫球,它从非常坚硬(没有能量损失)的水平表面弹回的高度为 h_2 ,初始能量存储为 Wh_1 ,一个周期所损失的能量为 $W(h_1 - h_2)$,因此 Q_0 为:

$$Q_0 = 2\pi \frac{h_1 W}{(h_1 - h_2) W} = \frac{2\pi h_1}{h_1 - h_2}$$

理想情况下,高尔夫球将弹回到其初始高度,这时 Q_0 为无穷大,而典型的 Q_0 值为 35。需要注意的是,在这个机械系统的例子中, Q 是通过自由响应而不是受迫响应来计算的。如果知道电路的自由响应,也可以计算出电路的 Q 值,参见后面将得出的式(16.10)和式(16.11)。

考察电感和电容的电流值,可以得到 Q 值的另一个有用的解释,由式(16.5)可以得到:

$$I_{C,0} = -I_{L,0} = j\omega_0 CR I = jQ_0 I \quad (16.9)$$

注意到,每个电流的幅度均等于 Q_0 乘以电流源的电流幅度,只是它们之间有一个 180° 的相位差。因此,如果将一个电流源接到 Q_0 等于 50 的并联谐振电路中,并且在谐振频率处,电流源的电流为 2 mA,这时电阻中的电流为 2 mA,而电感和电容中的电流均为 100 mA。因此可以将并联谐振电路看做是电流放大器,不过,显然不是能量放大器,因为它是无源网络。

下面来推导并联谐振电路各个参数之间的关系。很早以前,就已经讨论过 α , ω_d 和 ω_0 这三个参数与自由响应的关系。根据定义,谐振是一个正弦稳态概念,从根本上说,它与受迫响应有关,因为它通过输入(纯阻性)阻抗来定义的。谐振电路的两个最重要的参数要数谐振频率 ω_0 和品质因数 Q_0 了,指数衰减系数和自由谐振频率均可以用 ω_0 和 Q_0 表示:

$$\alpha = \frac{1}{2RC} = 2\left(\frac{1}{Q_0/\omega_0 C}\right)C$$

即

$$\alpha = \frac{\omega_0}{2Q_0} \quad (16.10)$$

且

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

即

$$\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2Q_0}\right)^2} \quad (16.11)$$

16.2.5 阻尼系数

为了以后引用方便,这里有必要给出另一个与 ω_0 和 Q_0 有关的关系式。式(16.4)的分子中的二次因式:

$$s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}$$

可以写成用 α 和 ω_0 表示的形式:

$$s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2$$

在系统理论或自动控制理论领域中,通常将该因式写成略有不同的形式,其中含有无量纲常数 ζ ,称为阻尼系数:

$$s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2$$

比较这两个表达式,可以得到 ζ 和其他参数的关系:

$$\zeta = \frac{\alpha}{\omega_0} = \frac{1}{2Q_0} \quad (16.12)$$

例 16.1 某并联谐振电路的参数如下: $L = 2.5 \text{ mH}$, $Q_0 = 5$, $C = 0.01 \text{ } \mu\text{F}$, 求 ω_0 , α , ω_d 和 R 的值
根据式(16.2),可以得到 $\omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 200 \text{ krad/s}$, 因此 $f_0 = \omega_0/2\pi = 31.8 \text{ kHz}$ 。

这时,根据式(16.10),立刻可以得到 α 的值:

$$\alpha = \frac{\omega_0}{2Q_0} = \frac{2 \times 10^5}{(2 \times 5)} = 2 \times 10^4 \text{ Np/s}$$

然后利用第9章中常用到的关系式:

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

于是:

$$\omega_d = \sqrt{(2 \times 10^5)^2 - (2 \times 10^4)^2} = 199.0 \text{ krad/s}$$

然后求并联电路中电阻的值,这可由式(16.7)得到:

$$Q_0 = \omega_0 RC$$

即

$$R = \frac{Q_0}{\omega_0 C} = \frac{5}{(2 \times 10^5 \times 10^{-8})} = 2.50 \text{ k}\Omega$$

练习

- 16.1 并联谐振电路各元件的值分别为: $R = 8 \text{ k}\Omega$, $L = 50 \text{ mH}$, $C = 80 \text{ nF}$. 求 (a) ω_0 ; (b) Q_0 ; (c) ω_d ; (d) α ; (e) ζ .
- 16.2 求并联谐振电路元件 R , L 和 C 的值,使得 $\omega_0 = 1000 \text{ rad/s}$, $\omega_d = 998 \text{ rad/s}$, 且谐振时 $Y_m = 1 \text{ mS}$.
- 答案: 16.1: 15.811 krad/s; 10.12; 15.792 krad/s; 781 Np/s; 0.0494. 16.2: 100 Ω ; 126.4 mH; 7.91 μF

下面我们利用并联 RLC 电路的导纳 $Y(s)$ 的零极点分布图来解释 Q_0 。保持 ω_0 为常数(这可以通过保持 L 和 C 为常数而改变 R 的值来做到), 当 Q_0 增大时, 根据 α , Q_0 和 ω_0 之间的关系可知, $Y(s)$ 的两个零点将向 $j\omega$ 轴靠近, 而且逐渐远离 σ 轴。如果我们回想起, 可以通过画一条以原点为圆心, 经过零点的弧来在 $j\omega$ 正半轴上确定点 $s = j\omega_0$ 的位置, 那么这两个零点随着 Q_0 而移动的规律将变得很清楚。由于 ω_0 保持不变, 则半径也保持不变, 因此当 Q_0 增大时, 两个零点必然沿着这条弧朝着 $j\omega$ 正半轴方向移动。

图 16.4 中画出了这两个零点, 图中的箭头表示当 R 增大时它们移动的轨迹。当 R 为无穷大时, Q_0 也变为无穷大, 这时, 两个零点将出现在 $j\omega$ 轴上 $s = \pm j\omega_0$ 处。当 R 减小时, 两个零点将沿着弧线朝着 σ 轴移动, 当 $R = \frac{1}{2}\sqrt{L/C}$ 或者 $Q_0 = \frac{1}{2}$ 时, 在 σ 轴上 $s = -\omega_0$ 处将出现二重零点, 这是临界阻尼的情况, 这时 $\omega_d = 0$, $\alpha = \omega_0$ 。如果 R 和 Q_0 继续减小, 那么 σ 负半轴上的两个零点将朝着相反的方向移动, 但这些小的 Q_0 值实际上并不代表典型的谐振电路, 因此不做进一步讨论。

后面, 我们以 $Q_0 \geq 5$ 作为高 Q 电路的标准。对于本例, 当 $Q_0 = 5$ 时, 零点位置为 $s = -0.1\omega_0 \pm j0.995\omega_0$, 这时 ω_0 和 ω_d 只差 0.5%。

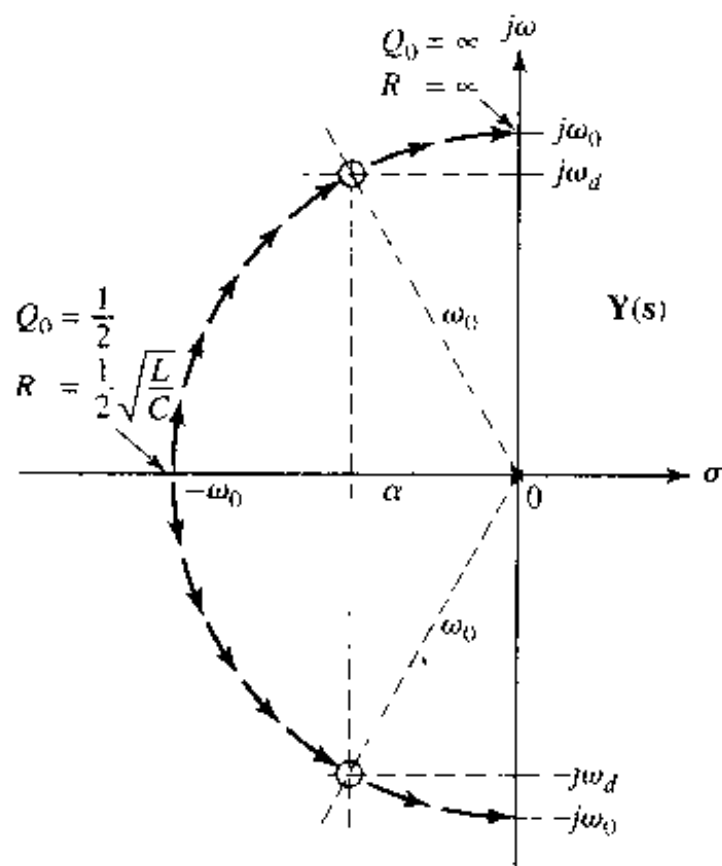


图 16.4 导纳 $Y(s)$ 的两个零点位于 $s = -\alpha \pm j\omega_d$ 处,并画出了当 R 从 $\frac{1}{2}\sqrt{L/C}$ 增加到 ∞ 时零点的半圆形的轨迹图

16.3 并联谐振的更多内容

下面继续讨论并联谐振电路,首先定义半功率频率和半功率带宽,然后利用这些新定义的量来对高 Q 电路的响应数据进行近似。将给出响应曲线“宽度”(例如图 16.3)的更精确定义,然后将其与 Q_0 联系起来。首先,定义半功率频率 ω_1 和 ω_2 ,在这些频率上,并联谐振电路的输入导纳幅度为谐振时的幅度的 $\sqrt{2}$ 倍。因为图 16.3 所示的曲线为以频率为参数的正弦电流源在并联电路上产生的电压的响应曲线,因此,在半功率频率上,电压响应幅度为最大值的 $\sqrt{2}$,即 0.707 倍,对于阻抗的幅度也有同样的关系。称 ω_1 为下半功率频率,称 ω_2 为上半功率频率。

这两个名字源于这样一个事实,即如果某个电压为谐振电压的 $1/\sqrt{2}$ 倍,相当于该电压的平方为谐振时电压平方的一半,因此,在半功率频率上,电阻吸收的功率为谐振时它所吸收的功率的一半。

16.3.1 带宽

谐振电路的(半功率)带宽定义为两个半功率频率的差:

$$B \equiv \omega_2 - \omega_1 \quad (16.13)$$

虽然曲线从 $\omega = 0$ 一直延伸到 $\omega = \infty$,实际宽度为无穷大,但通常倾向于认为带宽是响应曲线的“宽度”。更确切地说,半功率带宽为响应曲线上大于或等于最大值的 70.7% 部分的宽度。

下面将带宽表示为 Q_0 和谐振频率的函数,首先写出并联 RLC 电路的导纳:

$$Y = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

将其改写为:

$$Y = \frac{1}{R} + j \frac{1}{R} \left(\frac{\omega \omega_0 CR}{\omega_0} - \frac{\omega_0 R}{\omega \omega_0 L} \right)$$

即

$$Y = \frac{1}{R} \left[1 + jQ_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right] \quad (16.14)$$

再一次看到,谐振时导纳的幅度为 $1/R$ 。同时,注意到只有在合适的频率下,使得括号中虚部的幅度为 1 时,导纳的幅度才等于 $\sqrt{2}/R$, 即:

$$Q_0 \left(\frac{\omega_2}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_2} \right) = 1 \quad \text{和} \quad Q_0 \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_1} \right) = -1$$

记住 $\omega_2 > \omega_0$, 而 $\omega_1 < \omega_0$

解之得:

$$\omega_1 = \omega_0 \left[\sqrt{1 + \left(\frac{1}{2Q_0} \right)^2} - \frac{1}{2Q_0} \right] \quad (16.15)$$

$$\omega_2 = \omega_0 \left[\sqrt{1 + \left(\frac{1}{2Q_0} \right)^2} + \frac{1}{2Q_0} \right] \quad (16.16)$$

虽然这两个表达式看起来很繁琐,但它们的差的表达式却非常简单,因此得到带宽的公式为:

$$B = \omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q_0}$$

将式(16.15)和式(16.16)乘起来,可以发现 ω_0 恰好等于两个半功率频率的几何平均:

$$\omega_0^2 = \omega_1 \omega_2$$

或

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$$

Q_0 值较高的电路带宽较窄,也就是说响应曲线较尖锐,它们有较高的频率选择性,或者说有较高的品质因数。

16.3.2 高 Q 电路的近似

许多谐振电路均设计为具有很高的 Q_0 值,这是为了充分利用它们带宽窄或频率选择性高的特性。当 Q_0 大于 5 时,可以对上下半功率频率的表达式和谐振点附近的响应的表达式进行很好近似,因此将 Q_0 大于或等于 5 的电路称为“高 Q 电路”。图 16.5 中画出了一个 Q_0 约等于 5 的并联 RLC 电路的零极点分布图。因为:

$$\alpha = \frac{\omega_0}{2Q_0}$$

所以:

$$\alpha = \frac{1}{2}B$$

两个零点 s_1 和 s_2 的位置可以近似为:

$$\begin{aligned} s_{1,2} &= -\alpha \pm j\omega_d \\ &\approx -\frac{1}{2}B \pm j\omega_0 \end{aligned}$$

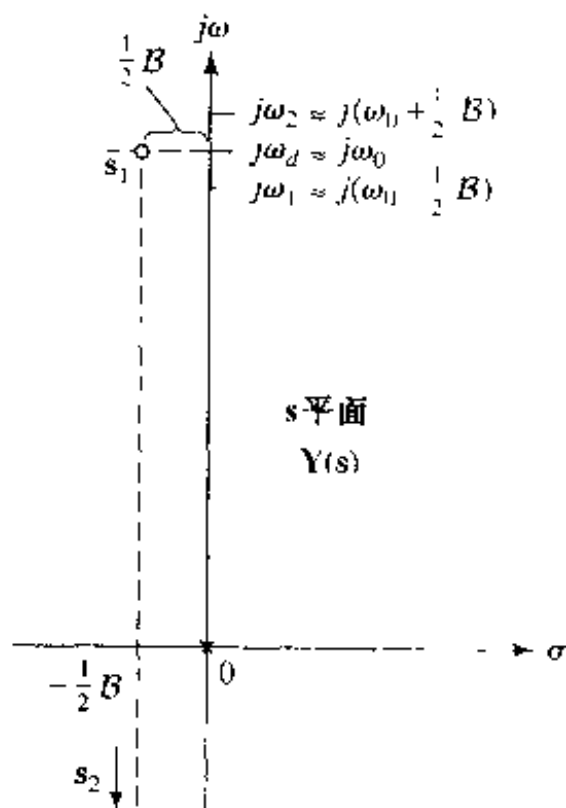


图 16.5 并联 RLC 电路的 $Y(s)$ 的零极点分布图。两个零点到 $j\omega$ 轴的距离等于 $\frac{1}{2}B$ Np/s (或 rad/s), 到 σ 轴的距离约为 $j\omega_0$ rad/s (或 Np/s)。上下半功率频率的距离等于 B rad/s , 且它们与谐振频率和自由谐振频率的距离大约为 $\frac{1}{2}B$ rad/s

此外, 两个半功率频率 (在 $j\omega$ 正半轴上) 也可以近似为下面的简洁形式:

$$\omega_{1,2} = \omega_0 \left[\sqrt{1 + \left(\frac{1}{2Q_0}\right)^2} \mp \frac{1}{2Q_0} \right] \approx \omega_0 \left(1 \mp \frac{1}{2Q_0} \right)$$

或

$$\omega_{1,2} \approx \omega_0 \mp \frac{1}{2}B \quad (16.17)$$

也就是说, 对于高 Q 电路, 每个半功率频率与谐振频率的距离约等于带宽的一半, 从图 16.5 可以看到这一点。

将式(16.17)中 ω_1 和 ω_2 的近似表达式加起来, 可以得到结论: 对于高 Q 电路, ω_0 约等于 ω_1 和 ω_2 的算术平均:

$$\omega_0 \approx \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$$

下面在 $j\omega$ 轴上的 $j\omega_0$ 上方离 $j\omega_0$ 很近的地方画一个测试点。为了求出在这个频率下并联 RLC 网络的导纳,构造三个从临界频率指向测试点的矢量。如果测试点很接近 $j\omega_0$,那么从极点指向测试点的矢量长度约等于 $j\omega_0$,而从下面那个零点指向测试点的矢量长度约为 $j2\omega_0$,因此,导纳可以用下式近似表示为:

$$Y(s) \approx C \frac{(j2\omega_0)(s - s_1)}{j\omega_0} \approx 2C(s - s_1) \quad (16.18)$$

其中 C 为电容,和式(16.4)中的一样。为了得到矢量 $(s - s_1)$ 的好的近似,我们来看零点 s_1 附近那部分平面的放大图(图 16.6)。采用直角坐标, $s - s_1$ 可以表示为:

$$s - s_1 \approx \frac{1}{2}B + j(\omega - \omega_0)$$

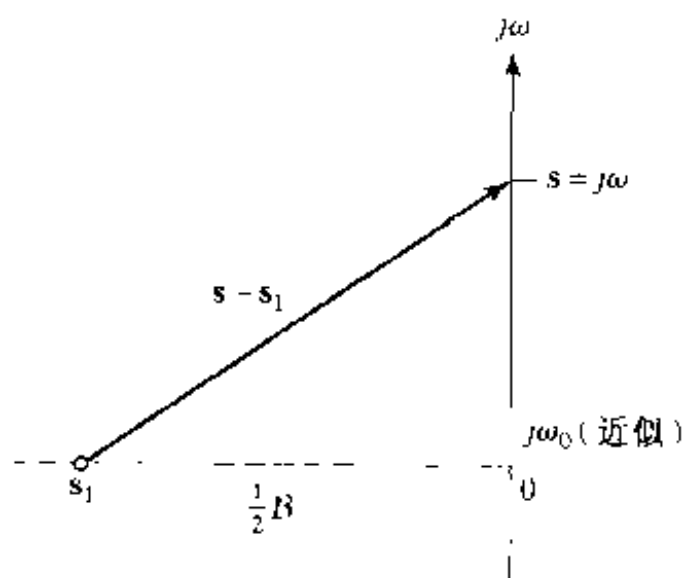


图 16.6 放大的高 Q_0 并联 RLC 电路的 $Y(s)$ 的零极点分布图

如果用 ω_a 代替上式中的 ω_0 ,则这是一个精确的等式。将该式代入 $Y(s)$ 的近似表达式[即式(16.18)]中,并提出因子 $\frac{1}{2}B$:

$$Y(s) \approx 2C \left(\frac{1}{2}B \right) \left(1 + j \frac{\omega - \omega_0}{\frac{1}{2}B} \right)$$

或

$$Y(s) \approx \frac{1}{R} \left(1 + j \frac{\omega - \omega_0}{\frac{1}{2}B} \right)$$

可以将分式 $(\omega - \omega_0) / \left(\frac{1}{2}B \right)$ 理解为“距离谐振频率的半带宽数”,用 N 表示,因此:

$$Y(s) \approx \frac{1}{R} (1 + jN) \quad (16.19)$$

其中:

$$N = \frac{\omega - \omega_0}{\frac{1}{2}B} \quad (16.20)$$

对于上半功率频率, $\omega_2 \approx \omega_0 + \frac{1}{2}B$, $N = +1$, 它处于谐振频率上方半功率带宽处; 对于下半功率频率, $\omega_1 \approx \omega_0 - \frac{1}{2}B$, $N = -1$, 它处于谐振频率下方半功率带宽处。

式(16.19)比前面的精确表达式更加好用, 根据式(16.19)可以得到导纳的幅度为:

$$|Y(j\omega)| \approx \frac{1}{R} \sqrt{1 + N^2}$$

而 $Y(j\omega)$ 的相角为 N 的反正切:

$$\text{ang } Y(j\omega) \approx \tan^{-1} N$$

例题 16.2 求并联 RLC 网络的导纳的近似值, 其中 RLC 网络的参数为 $R = 40 \text{ k}\Omega$, $L = 1 \text{ H}$, $C = \frac{1}{64} \mu\text{F}$, 工作频率为 $\omega = 8.2 \text{ krad/s}$

● 弄清问题的目标:

要求的是该简单 RLC 网络在频率为 $\omega = 8.2 \text{ krad/s}$ 时导纳的近似值, 这说明 Q_0 至少必须是 5。

● 收集已知信息:

已经给出了 R , L 和 C 的值和工作频率, 不管是用导纳的精确表达式还是用近似表达式来计算, 条件都已经足够了。

● 选择最适合问题的已有方法:

为了使用导纳的近似表达式来计算, 首先必须求出谐振时的品质因数 Q_0 和带宽。

根据式(16.2)可以求出谐振频率为 $1/\sqrt{LC} = 8 \text{ krad/s}$, 因此 $Q_0 = \omega_0 RC = 5$, 带宽为 $\omega_0/Q_0 = 1.6 \text{ krad/s}$, 该电路的 Q_0 值说明足以使用“高 Q ”近似了。

● 建立适当的方程组:

根据式(16.19):

$$Y(s) \approx \frac{1}{R} (1 + jN)$$

因此:

$$|Y(j\omega)| \approx \frac{1}{R} \sqrt{1 + N^2} \quad \text{和} \quad \text{ang } Y(j\omega) \approx \tan^{-1} N$$

● 确定是否还需要其他信息:

还需要知道 N 的值, 它表示从 ω 到谐振频率 ω_0 一共有几个半带宽:

$$N = (8.2 - 8)/0.8 = 0.25$$

● 试解:

现在可以用这些近似关系来求网络导纳的幅度和相角了:

$$\text{ang } Y \approx \tan^{-1} 0.25 = 14.04^\circ$$

以及:

$$|Y| \approx 25 \sqrt{1 + (0.25)^2} = 25.77 \mu\text{S}$$

- 证实所得解是否合理和满足要求:

使用式(16.1)算出的精确值为:

$$Y(j8200) = 25.75 / 13.87^\circ \mu\text{S}$$

可以看到,在这个频率下,用近似方法算出的导纳的幅度和相角是足够精确的(精确度大于2%)。

练习

- 16.3 某高 Q 并联谐振电路的 $f_0 = 440 \text{ Hz}$, 相应的 $Q_0 = 6$ 。用式(16.15)计算 f_1 和 f_2 的精确值,然后用式(16.17)计算它们的近似值。

答案: 404.9 Hz; 478.2 Hz; 403.3 Hz; 476.7 Hz

我们希望用这些近似式来计算高 Q 电路谐振频率附近的参数,已经约定“高 Q ”电路蕴含了 $Q_0 \geq 5$ 这一条件。但到底离谐振频率多近才算“近”呢? 可以证明,当 $Q_0 \geq 5$ 且 $0.9\omega_0 \leq \omega \leq 1.1\omega_0$ 时,用近似方法计算出的幅度和相角的误差将小于5%。虽然这段带宽看起来很窄,但在大多数情况下,这已经非常足够包含感兴趣的频率范围了。例如,调幅(AM)广播通常含有一个调谐到谐振 455 Hz 频率的电路,相应的半功率带宽为 10 kHz,因此其 Q_0 为 45.5,两个半功率频率约为 450 kHz 和 460 kHz。而根据近似式计算出频率范围 409.5 kHz 到 500.5 kHz 都是有效的(误差小于5%),这个频率范围基本上覆盖了响应曲线的整个峰。只有在响应曲线上离谐振频率很远的“尾巴”上,采用近似方法计算出的值才有很大误差^①。

对前面得到的结论做一个总结,以此结束关于并联谐振的讨论。在谐振频率 ω_0 处,输入导纳的虚部为0,或者说导纳的相角为0,因此 $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ 。 Q_0 反映了电路的“品质”,它定义为一个周期内电路所存储的能量与它消耗的能量之比再乘上 2π ,根据这个定义,我们可以得到 $Q_0 = \omega_0 RC$ 。在两个半功率频率 ω_1 和 ω_2 处,导纳的幅度为最小幅度值的 $\sqrt{2}$ 倍,也可以认为在这两个频率处,电压响应为最大值的 70.7%, (对于高 Q_0 电路)这两个频率的精确和近似表达式为:

$$\omega_{1,2} = \omega_0 \left[\sqrt{1 + \left(\frac{1}{2Q_0}\right)^2} \mp \frac{1}{2Q_0} \right] \approx \omega_0 \mp \frac{1}{2}B$$

其中 B 为上下半功率频率的差,称为半功率带宽,可用下式表示:

$$B = \omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q_0}$$

对高 Q 电路,输入导纳也可以用近似表达式表示为:

$$Y \approx \frac{1}{R}(1 + jN) = \frac{1}{R} \sqrt{1 + N^2} / \tan^{-1} N$$

其中:

^① 对于离谐振频率很远的频率,通常只需要非常粗略的结果,因为一般不需要更精确的结果。

$$N = \frac{\omega - \omega_0}{\frac{1}{2}B}$$

对于离谐振频率的距离不超过 1/10 的频率来说,这个近似都是有效的。

16.4 串联谐振

可能会发现,串联 RLC 电路不如并联 RLC 电路那么经常使用,虽然如此,但串联 RLC 电路也是值得考虑的。下面来看图 16.7 所示电路,注意到电路元件的下标均为 s (表示串联),这样,在和并联电路相比较时,不至于和并联电路元件混淆。

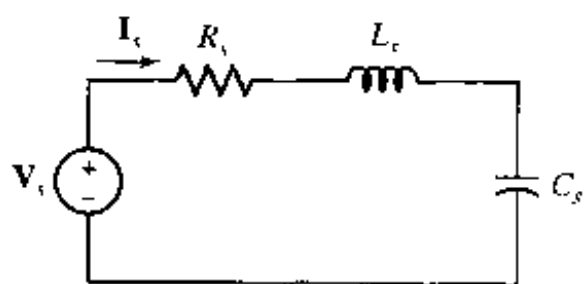


图 16.7 串联谐振电路

再次指出,这一段和 16.3 节的最后一段一致,只是使用对偶原理,将针对并联 RLC 的语言换成了针对串联 RLC 的语言。

前面用了两节的篇幅来讨论并联谐振,对于串联 RLC 谐振电路,也可以用相同的办法来讨论,但是更聪明的办法是利用对偶的概念,这样可避免不必要的重复。为简单起见,将注意力集中到上一节最后一段关于并联谐振的结论上,重要的结果都包含在其中,可以使用对偶语言将这一段的重要的结论转述为适合于串联 RLC 电路的情形。

对前面得到的结论做一个总结,以此结束关于串联谐振的讨论。对串联谐振电路,在谐振频率 ω_{0s} 处,输入阻抗的虚部为 0,或者说阻抗的相角为 0,因此 $\omega_{0s} = 1/\sqrt{L_s C_s}$, Q_{0s} 反映了电路的“品质”,它定义为一个周期内电路所存储的能量与它消耗的能量的比值再乘上 2π ,根据这个定义,我们可以得到 $Q_{0s} = \omega_{0s} L_s / R_s$ 。在两个半功率频率 ω_{1s} 和 ω_{2s} 处,阻抗的幅度为最小幅度值的 $\sqrt{2}$ 倍,也可以认为在这两个频率处,电流响应为最大值的 70.7%,(对于高 Q_{0s} 电路)这两个频率的精确和近似表达式为:

$$\omega_{1,2s} = \omega_{0s} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{1}{2Q_{0s}}\right)^2} \mp \frac{1}{2Q_{0s}} \right] \approx \omega_{0s} \mp \frac{1}{2}B_s$$

其中 B_s 为上下半功率频率的差,称为半功率带宽,可用下式表示:

$$B_s \equiv \omega_{2s} - \omega_{1s} = \frac{\omega_{0s}}{Q_{0s}}$$

对高 Q_{0s} 电路,输入阻抗也可以用近似表达式表示为:

$$Z_s \equiv R_s (1 + jN_s) = R_s \sqrt{1 + N_s^2} / \tan^{-1} N_s$$

其中:

$$N_s = \frac{\omega - \omega_0}{\frac{1}{2}B}$$

对于离谐振频率的距离不超过 1/10 的频率来说,这个近似都是有效的。

从现在起,除非会产生混淆,否则将不再使用下标 s 来表示串联谐振电路。

例 16.3 将电压源 $v_s = 100 \cos \omega t$ mV 接到由 10Ω 电阻、 200 nF 电容和 2 mH 电感组成的串联谐振电路上。分别使用精确方法和近似方法计算 $\omega = 48 \text{ krad/s}$ 时,电流的幅度电路的谐振频率为:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(2 \times 10^{-3})(200 \times 10^{-9})}} = 50 \text{ krad/s}$$

需要计算频率为 $\omega = 48 \text{ krad/s}$ 时的值,这个频率处于谐振频率的 10% 范围之内,因此,使用前面的高 Q 电路的近似关系式,可以估算出网络的输入阻抗:

$$\mathbf{Z}_{\text{eq}} \approx R \sqrt{1 + N^2} / \tan^{-1} N$$

只要求出 Q_0 ,就可以求出 N 。因为这是一个串联电路,所以:

$$Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{(50 \times 10^3)(2 \times 10^{-3})}{10} = 10$$

这符合高 Q 电路的条件,因此:

$$B = \frac{\omega_0}{Q_0} = \frac{50 \times 10^3}{10} = 5 \text{ krad/s}$$

然后可以求出距离谐振频率的半功率带宽数(N)为:

$$N = \frac{\omega - \omega_0}{B/2} = \frac{48 - 50}{2.5} = -0.8$$

因此:

$$\mathbf{Z}_{\text{eq}} \approx R \sqrt{1 + N^2} / \tan^{-1} N = 12.81 / -38.66^\circ \Omega$$

则电流幅度的近似值为:

$$\frac{|\mathbf{V}_s|}{|\mathbf{Z}_{\text{eq}}|} = \frac{100}{12.81} = 7.806 \text{ mA}$$

使用精确表达式可以得到 $\mathbf{I} = 7.746 / 39.24^\circ \text{ mA}$,因此:

$$|\mathbf{I}| = 7.746 \text{ mA}$$

练习

16.4 某串联谐振电路的带宽为 100 Hz ,其电感值为 20 mH ,电容值为 $2 \mu\text{F}$ 。求(a) f_0 ; (b) Q_0 ; (c) 谐振时的 \mathbf{Z}_{in} ; (d) f_2 。

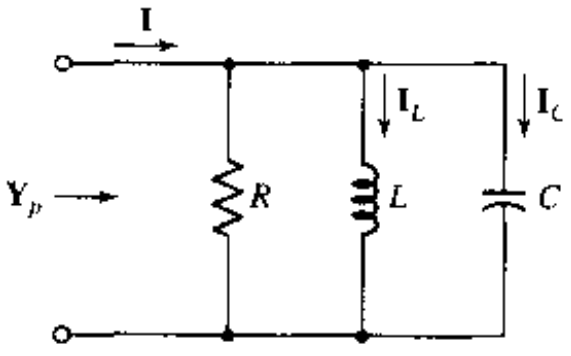
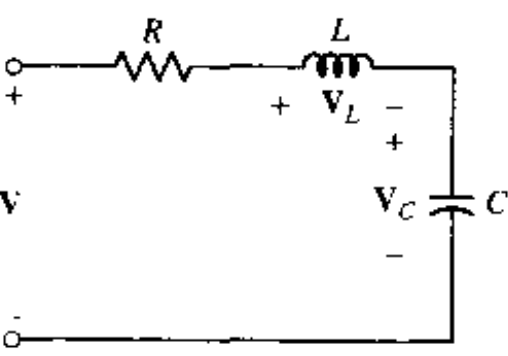
答案: 796 Hz ; 7.96 ; $12.57 + j0 \Omega$; 846 Hz (近似)

下面简单地比较一下串联谐振和并联谐振的特性。串联谐振电路在谐振时阻抗的幅度最

小,而并联电路在谐振时阻抗的幅度最大。并联谐振电路在谐振时电感电流和电容电流的幅度均为电流源幅度的 Q_0 倍,即电流得到了放大;串联谐振电路在谐振时电感电压和电容电压均为电压源的 Q_0 倍,即电压得到了放大。

表 16.1 中将所得到的关于串联谐振和并联谐振的结果进行了对比,同时还给出了精确表达式和近似表达式。

表 16.1 谐振电路的简单总结

	
$Q_0 = \omega_0 RC \quad \alpha = \frac{1}{2RC}$	$Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R} \quad \alpha = \frac{R}{2L}$
$ I_L(j\omega_0) = I_C(j\omega_0) = Q_0 I(j\omega_0) $	$ V_L(j\omega_0) = V_C(j\omega_0) = Q_0 V(j\omega_0) $
$Y_p = \frac{1}{R} \left[1 + jQ_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]$	$Z_s = R \left[1 + jQ_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]$

精确表达式

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\omega_1 \omega_2} \quad \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2Q_0}\right)^2}$$

$$\omega_{1,2} = \omega_0 \left[\sqrt{1 + \left(\frac{1}{2Q_0}\right)^2} \mp \frac{1}{2Q_0} \right]$$

$$N = \frac{\omega - \omega_0}{\frac{1}{2}B} \quad B = \omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q_0} = 2\alpha$$

近似表达式

$$(Q_0 \geq 5 \quad 0.9\omega_0 \leq \omega \leq 1.1\omega_0)$$

$$\omega_d \approx \omega_0 \quad \omega_{1,2} \approx \omega_0 \mp \frac{1}{2}B$$

$$\omega_0 \approx \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$$

$$Y_p \approx \frac{\sqrt{1+N^2}}{R} \angle \tan^{-1} N$$

$$Z_s \approx R \sqrt{1+N^2} \angle \tan^{-1} N$$

16.5 其他谐振形式

前面两节讨论的并联和串联 RLC 电路都是理想化的谐振电路,它们只是物理电路的近似,这里说的物理电路可以通过将线圈、碳电阻和钽电容并联起来或串联起来得到。理想模型与实际电路的符合程度与工作频率范围、电路的 Q 值、物理元件的材料、元件大小和许多其他因素相关。这里不研究如何确定物理电路的最佳模型,那需要电磁场理论的知识,还需要知道材料的特性,只关心如何将一个复杂的模型转化为已经很熟悉的并联 RLC 或串联 RLC 模型。

图 16.8(a)画出了一个由实际电感、电容和电阻并联组成的网络的模型。其中 R_1 是一个假想的电阻,它代表实际线圈的热损耗、铁芯损耗以及辐射损耗所折合成的电阻。实际电容中电介质的损耗,以及实际电阻可以折合成电阻 R_2 。对于这个模型,无法通过元件合并,使得在任何频率上,该模型均与原始模型等效。然而将看到,如果将模型的适用范围限制在某个频带的话,则可以得到一个比较简单的等效模型,而且,这个频带足以包含所有我们感兴趣的频率。这样得到的等效电路如图 16.8(b)所示。

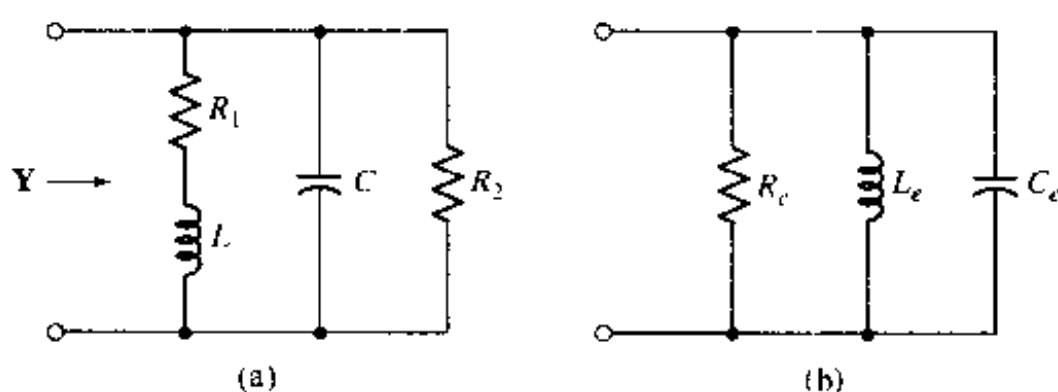


图 16.8 (a)由实际电感、电容和电阻并联组成的网络的模型;(b)在很窄的频率范围内与(a)等效的网络

在学习如何得到这样一个等效电路之前,首先来看图 16.8(a)所示的电路。这个电路的谐振频率不等于 $1/\sqrt{LC}$,不过如果 R_1 足够小,则可以很接近于这个值。但是,谐振的定义还是一样的,为了得到谐振频率,令输入导纳的虚部为 0:

$$\operatorname{Im}\{Y(j\omega)\} = \operatorname{Im}\left\{\frac{1}{R_2} + j\omega C + \frac{1}{R_1 + j\omega L}\right\} = 0$$

或

$$\begin{aligned} \operatorname{Im}\left\{\frac{1}{R_2} + j\omega C + \frac{1}{R_1 + j\omega L} \frac{R_1 - j\omega L}{R_1 - j\omega L}\right\} \\ = \operatorname{Im}\left\{\frac{1}{R_2} + j\omega C + \frac{R_1 - j\omega L}{R_1^2 + \omega^2 L^2}\right\} = 0 \end{aligned}$$

因此,可以得到谐振条件为:

$$C = \frac{L}{R_1^2 + \omega^2 L^2}$$

于是:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R_1}{L}\right)^2} \quad (16.21)$$

注意到, ω_0 小于 $1/\sqrt{LC}$,但是,如果 R_1/L 的值足够小,就可以忽略 ω_0 和 $1/\sqrt{LC}$ 之间的差。

输入阻抗的最大值也是值得考虑的,它不等于 R_2 ,也不出现在 ω_0 (或 $1/\sqrt{LC}$) 处。证明很繁琐,这里就不给出其证明,不过,这个理论却很简单。下面我们来看一个数值例子。

例 16.4 如图 16.8(a)所示电路,设各元件的值为: $R_1 = 2 \Omega$, $L = 1 \text{ H}$, $C = 125 \text{ mF}$, $R_2 = 3 \Omega$ 。

求谐振频率及谐振时的输入阻抗

将数值代入式(16.21)中,得:

$$\omega_0 = \sqrt{8 - 2^2} = 2 \text{ rad/s}$$

根据这个结果,可以求出输入导纳:

$$Y = \frac{1}{3} + j2\left(\frac{1}{8}\right) + \frac{1}{2 + j(2) \times (1)} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = 0.583 \text{ S}$$

然后得到谐振时的输入阻抗:

$$Z(j2) = \frac{1}{0.583} = 1.714 \Omega$$

而如果 R_1 为 0,那么谐振频率变为:

$$\frac{1}{\sqrt{LC}} = 2.83 \text{ rad/s}$$

相应地,输入阻抗为:

$$Z(j2.83) = 1.947 \angle -13.26^\circ \Omega$$

如图 16.9 所示,可以看到阻抗幅度最大值处对应的频率为 $\omega_m = 3.26 \text{ rad/s}$,最大阻抗为:

$$Z(j3.26) = 1.980 \angle -21.4^\circ \Omega$$

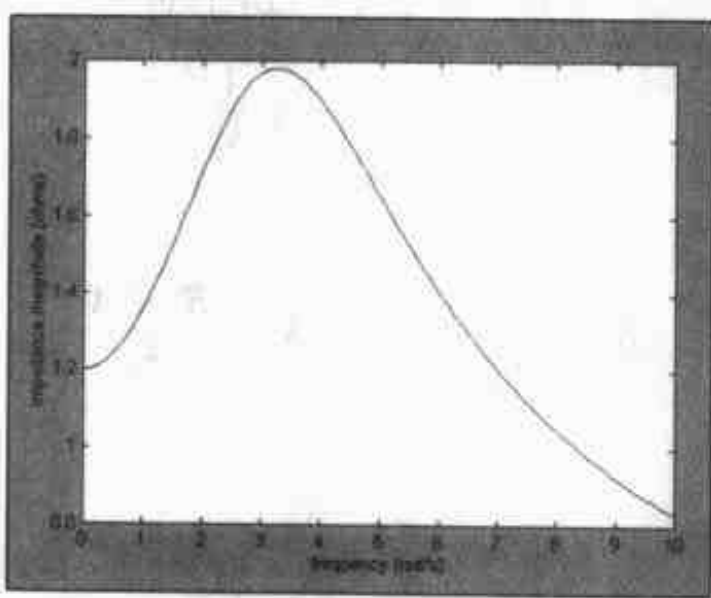


图 16.9 使用下面的 MATLAB 语句画出的 $|Z|$ 随 ω 变化的曲线:

```
MATLAB 程序
EDU >> omega = linspace(0, 10, 100);
EDU >> for i = 1:100
Y(i) = 1/3 + j * omega(i)/8 + 1/(2 + j * omega(i));
Z(i) = 1/Y(i);
end
EDU >> plot(omega, abs(Z));
EDU >> xlabel('frequency (rad/s)');
EDU >> ylabel('impedance magnitude (ohms)');
```

输入阻抗在谐振时的幅度和最大幅度相差大约 16%。在实际情况下,有时可以忽略这么

一个误差,但在要求严格时(如考试时)则不可忽略。后面将看到本题中电感-电阻支路的 Q 值为 1,这是产生 16% 的误差的原因。

练习

16.5 参看图 16.5(a),如果 $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $C = 2.533 \text{ pF}$ 。求电感的值,使得谐振频率为 1 MHz(提示:注意 $\omega = 2\pi f$)。

答案:10 mH

16.5.1 串并联等效

为了将图 16.8(a)所示电路变换为图 16.8(b)所示形式的等效电路,必须讨论电阻和电抗串联或并联构成的电路的 Q 值。首先考虑图 16.10(a)所示的串联电路,同样地,其 Q 值定义为一个周期内电路存储的最大能量与消耗能量的比值乘以 2π ,只是这里的 Q 可以在任何频率上进行计算,也就是说, Q 是 ω 的函数。当然,我们(显然)希望计算出包含这种串联支路的网络在谐振时的 Q 值。然而,在给出完整电路之前,这个 Q 值是未知的。读者可以发现,这个串联支路的 Q 值为 $|X_s|/R_s$,而图 16.10(b)所示并联网络的 Q 值为 $R_p/|X_p|$ 。

下面我们给出求解 R_p 和 X_p 的详细过程,使得在某个指定频率上,图 16.10(b)所示的并联网络与图 16.10(a)所示的串联网路互为等效。令 Y_s 等于 Y_p :

$$\begin{aligned} Y_s &= \frac{1}{R_s + jX_s} = \frac{R_s - jX_s}{R_s^2 + X_s^2} \\ &= Y_p = \frac{1}{R_p} - j \frac{1}{X_p} \end{aligned}$$

可得:

$$R_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{R_s} \quad X_p = \frac{R_s^2 + X_s^2}{X_s}$$

两式相除,得:

$$\frac{R_p}{X_p} = \frac{X_s}{R_s}$$

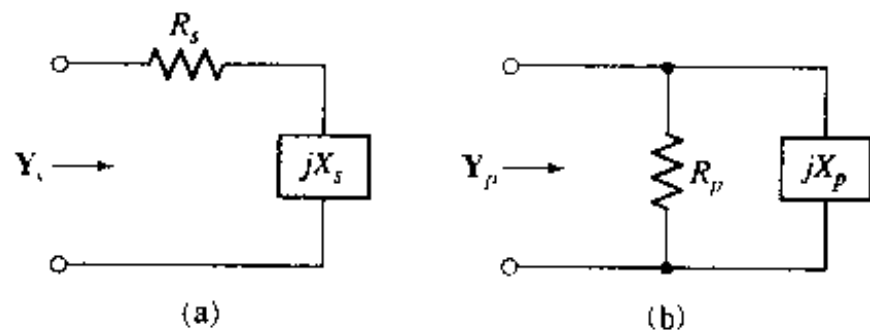


图 16.10 (a)由电阻 R_s 和电感或电容的电抗 X_s 组成的串联网路;(b)在某一指定频率使得 $Y_s = Y_p$ 并联网路

这说明串联网路的 Q 值和并联网路的 Q 值相等:

$$Q_p = Q_s = Q$$

因此,变换方程可以简写为:

$$R_p = R_s(1 + Q^2) \quad (16.22)$$

$$X_p = X_s \left(1 + \frac{1}{Q^2}\right) \quad (16.23)$$

当给定 R_p 和 X_p 的值时,同样可以求出 R_s 和 X_s 的值,即两者可以互相转换。

如果 $Q \geq 5$,可以使用下面的近似关系,其误差非常小:

$$R_p \approx Q^2 R_s \quad (16.24)$$

$$X_p \approx X_s, \quad (C_p \approx C_s \quad \text{或} \quad L_p \approx L_s) \quad (16.25)$$

例 16.5 求一个 100 mH 的电感和一个 5 Ω 电阻的串联电路分支在频率为 1 000 rad/s 时的并联等效电路。其中串联电路分支所连接的网络结构未知

当 $\omega = 1\,000$ rad/s, $X_s = 1\,000 \times (100 \times 10^{-3}) = 100 \Omega$ 时,串联分支的 Q 值为:

$$Q = \frac{X_s}{R_s} = \frac{100}{5} = 20$$

因为 Q 值足够高(20 远比 5 大),根据式(16.4)和式(16.5)可得:

$$R_p \approx Q^2 R_s = 2\,000 \Omega \quad \text{和} \quad L_p \approx L_s = 100 \text{ mH}$$

这时可以断定,当频率为 1 000 rad/s 时,从本质上说,一个 100 mH 电感与一个 5 Ω 电阻的串联电路和一个 100 mH 电感与一个 2 000 Ω 电阻的并联电路等效。

为了检查等效的精确程度,分别计算出 1 000 rad/s 时两个网络的输入阻抗,得到:

$$Z_s(j1\,000) = 5 + j100 = 100.1 \angle 87.1^\circ \Omega$$

$$Z_p(j1\,000) = \frac{2\,000 \times (j100)}{2\,000 + j100} = 99.9 \angle 87.1^\circ \Omega$$

因此可以认为,在这个频率上近似的精度非常高。在频率为 900 rad/s 时,近似的精度也非常高,因为:

$$Z_s(j900) = 90.1 \angle 86.8^\circ \Omega$$

$$Z_p(j900) = 89.9 \angle 87.4^\circ \Omega$$

如果这个电感和电阻的谐振频率为 1 000 rad/s 的串联 RLC 电路的一部分,则半功率带宽为:

$$B = \frac{\omega_0}{Q_0} = \frac{1\,000}{20} = 50 \text{ rad/s}$$

而频率 900 rad/s 与谐振频率的距离为 4 个半功率带宽。因此,根据我们在本例中得到的等效网络足以求出响应曲线的尖峰部分。

练习

16.6 当 $\omega = 1\,000$ rad/s 时,求与图 16.11(a)所示的串联电路的并联等效网络。

16.7 求 $\omega = 1\,000$ rad/s 时图 16.11(b)所示的并联网络的串联等效电路。