

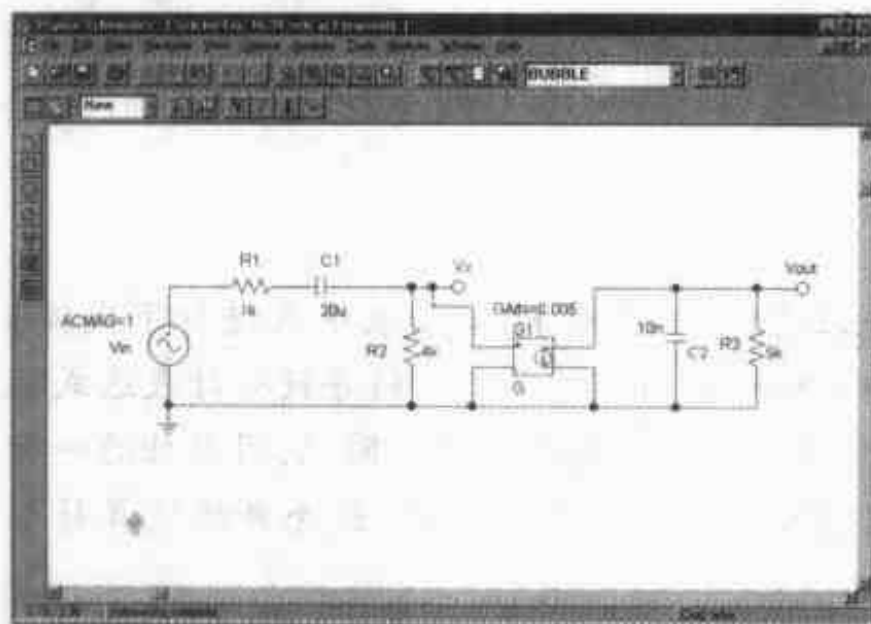


图 16.31 用 PSpice 原理图绘制工具画出的图 16.23 所示的电路

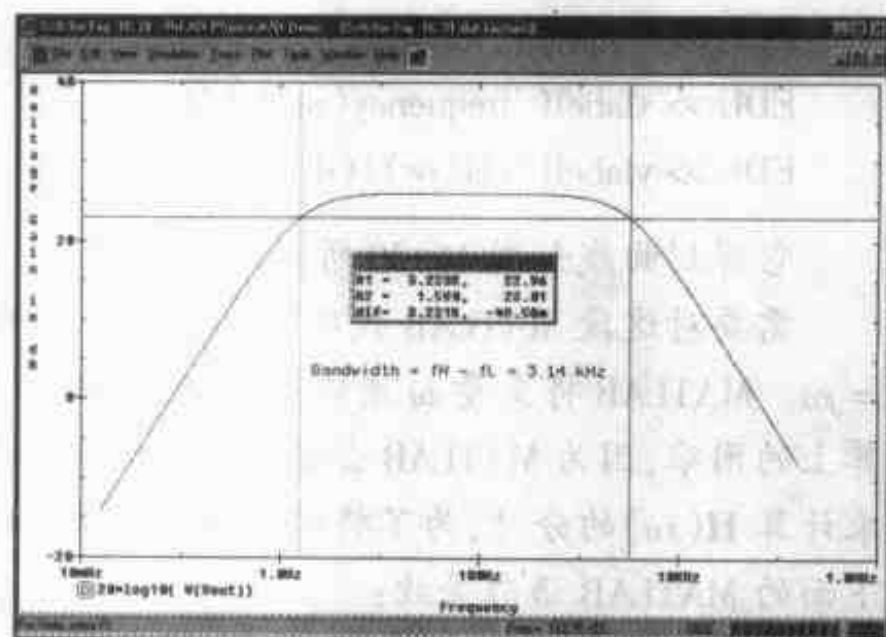


图 16.32 图 16.23 所示电路的频率响应曲线,单位为 dB

16.8 滤波器

滤波器的设计是一个非常实用(和非常有趣)的课题,就这个内容可以单独写一本教科书。本节将介绍滤波的一些基本概念,并且研究一些无源滤波器和有源滤波器电路。这些电路可以非常简单,比如只包含一个电容和一个电感,但将其加到一个网络中却可以改善网络的性能。它们也可以非常复杂,比如由许多电阻、电容、电感和运放组成,这样可以得到精确的响应曲线以满足特定的应用场合。在现代电子技术中,常常使用滤波器从交流电源获得直流电压,或者用来除去通信电路中的噪声,用来从天线接收到的多路信号中分离出广播信号和电视信号,用来放大汽车立体声系统中的低音信号等等,这里只列出了非常小的一部分应用场合。

顾名思义,滤波器的概念隐含了它对频率具有选择性。根据应用场合的不同,可以将它分成下面几种类型。其中,低通滤波器(low-pass filter)的响应曲线如图 16.33(a)所示,它允许低于截止频率(cutoff frequency)的频率通过,而对于高于截止频率的频率则衰减很大。高通滤波器(high-pass filter)则刚好相反,如图 16.33(b)所示。滤波器响应曲线的重要指标是截止频率附近响应曲线的尖锐程度,即转角频率附近响应曲线的陡峭程度。一般而言,越是陡峭的响应曲线,其电路也越复杂。

将一个低通滤波器和一个高通滤波器组合起来,可以得到一个带通滤波器(bandpass filter),其响应曲线如图 16.33(c)所示。对于这种类型的滤波器,其两个截止频率之间的区间称为通带(passband);通带以外的区域称为阻带(stopband)。这些概念也可以用于低通和高通滤波器中,如图 16.33(a)和图 16.33(b)所示。将这两个滤波器的截止频率互换,可以得到带阻滤波器(bandstop filter),它允许高频和低频通过,减弱任何频率处于两个截止频率之间的信号[图 16.33(d)]。

陷波器(notch filter)是一种特殊的带阻滤波器,其响应特性非常窄,它只阻止信号的某个频率成分通过。还有一种滤波器叫做多带滤波器(multiband filter),它有多个通带和阻带,设计这种滤波器有现成的方法,但不是本书所讨论的内容。

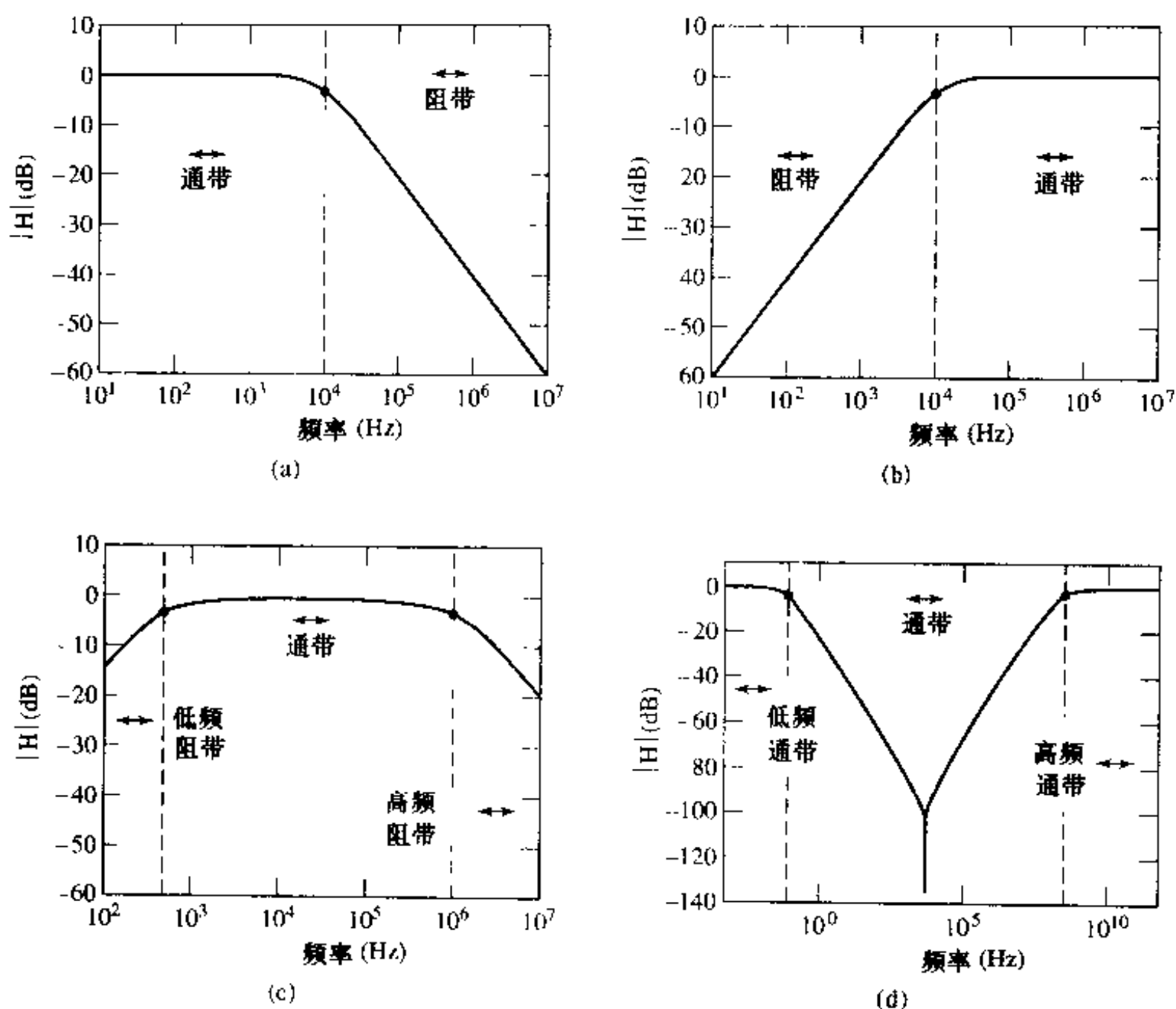


图 16.33 (a)低通滤波器;(b)高通滤波器;(c)带通滤波器和(d)带阻滤波器的频率响应曲线

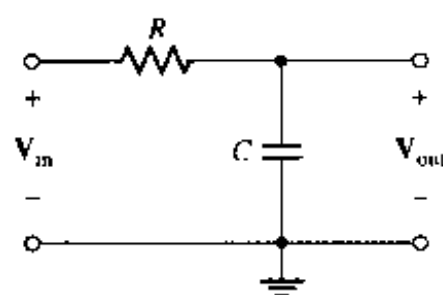
16.8.1 无源滤波器

只用一个电容和一个电阻就可以构造一个简单的滤波器,如图 16.34(a)所示。这是一个低通滤波器电路,其传递函数为:

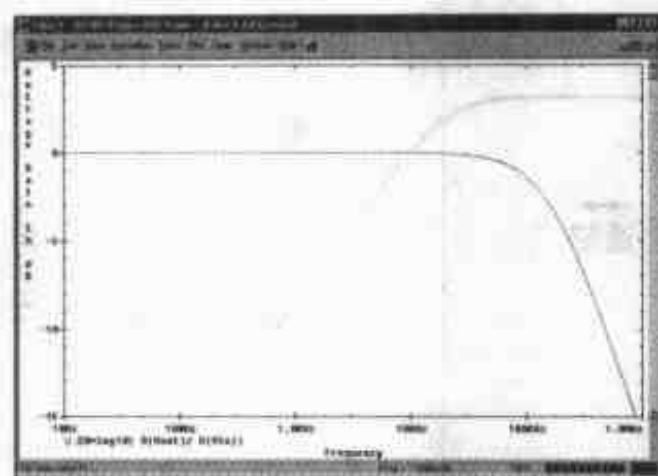
$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1 + RCs} \quad (16.32)$$

$H(s)$ 只有一个截止频率 $\omega = 1/RC$, 有一个零点 $s = \infty$, 这使得它具有“低通”的特性。低频时 ($s \rightarrow 0$), $|H(s)|$ 接近其最大值 (1 或者说 0 dB), 高频时 ($s \rightarrow \infty$), $|H(s)| \rightarrow 0$ 。定性分析一下电容的阻抗就很容易理解这一特性: 当频率增大时, 对于交流信号, 电容相当于短路, 这使得输出电压下降。这个滤波器响应曲线的一个例子如图 16.34(b) 所示, 其中 $R = 500 \Omega$, $C = 2 \text{ nF}$; 将鼠标移到 -3 dB 处可以得到截止频率为 159 kHz (1 Mrad/s)。给电路增加电抗元件 (比如电容或电感) 可以提高截止频率附近响应曲线的陡峭程度。

在下一个例子中将看到, 只要将图 16.34(a) 中的电阻和电容换一下位置, 即可以得到一个高通滤波器。



(a)



(b)

图 16.34 (a)由一个电阻和一个电容组成的简单低通滤波器;(b)用 PSpice 画出的该电路的频率响应曲线

例 16.11 设计一个截止频率为 3 kHz 的高通滤波器

首先要选择电路的拓扑结构。因为没有要求响应曲线的陡峭程度,因此可以使用图 16.35 所示的简单电路来实现。

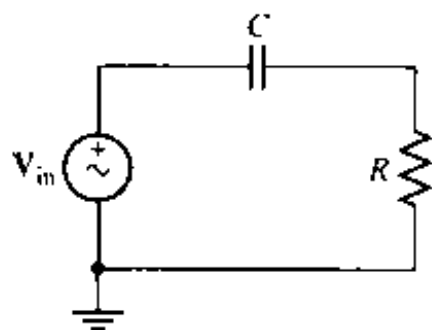


图 16.35 简单高通滤波器电路,选取 R 和 C 的值,使得其截止频率为 3 kHz

很容易求出该电路的传输函数为:

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{RCs}{1 + RCs}$$

它有一个零点 $s=0$,使得该电路具有“高通”的特性。

该滤波器电路的截止频率为 $\omega_L = 1/RC$,要求的 ω_L 的值为 $\omega_L = 2\pi f_L = 2\pi \times 3\,000 = 18.85 \text{ krad/s}$ 。这时,必须取定 R 和 C 中的一个值。在构造实际电路时,最好根据手头已有的电阻和电容值来确定取什么值,但这里并没有提供这样的信息,因此可以取任意的值。于是取 R 为标准电阻值 $4.7 \text{ k}\Omega$,这时电容值必须为 $C = 11.29 \text{ nF}$ 。

最后剩下的步骤是用 PSpice 仿真来验证设计,PSpice 给出的频率响应曲线如图 16.36 所示。

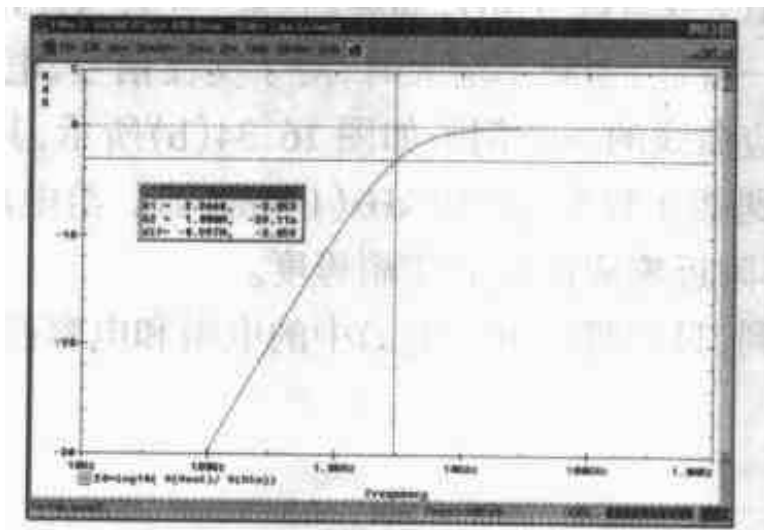


图 16.36 最后的设计的频率响应仿真结果,和预想的一样,截止(3 dB)频率为 3 kHz

练习

16.16 设计一个截止频率为 13.56 MHz 的高通滤波器,这是射频电源常用的频率。用 PSpice 检验你的设计。

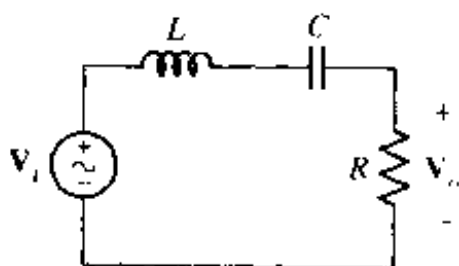


图 16.37 简单的串联 RLC 带通滤波器

在本章开始部分,已经看过了几个电路,可以将它们归到“带通”滤波器(例如图 16.1 和图 16.7)中。考虑图 16.37 所示的简单电路,取电阻两端的电压作为输出端。容易得到该电路的传输函数为:

$$A_v = \frac{sRC}{LCs^2 + RCs + 1} \quad (16.33)$$

进行一些代数运算后,可以得到该函数的幅度为:

$$|A_v| = \frac{\omega RC}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2}} \quad (16.34)$$

当 $\omega \rightarrow 0$ 时,上式变为:

$$|A_v| \approx \omega RC \rightarrow 0$$

当 $\omega \rightarrow \infty$ 时,为:

$$|A_v| \approx \frac{R}{\omega L} \rightarrow 0$$

对式(16.34)进行分析,可知它有两个截止频率,可以通过求出 A_v 幅度下降到其最大值的 $1/\sqrt{2}$ ^① 处的点来求得这两个截止频率。这个滤波器的中心频率为 $\omega = 1/\sqrt{LC}$ 。

例题 16.12 设计一个带宽为 1 MHz,高截止频率为 1.1 MHz 的带通滤波器

选用图 16.37 的电路结构,首先来求其截止频率。带宽可以表示为 $f_H - f_L$,于是:

$$f_L = 1.1 \times 10^6 - 1 \times 10^6 = 100 \text{ kHz}$$

则

$$\omega_L = 2\pi f_L = 628.3 \text{ krad/s}$$

容易求得高截止频率(ω_H)为 6.912 Mrad/s。

为了设计出符合这些参数的电路,需要求出以 R, L 和 C 表示的这两个频率的表达式。

为方便分析,在这里重新写出式(16.34),它给出这个电路的幅度增益 A_v 为:

$$|A_v| = \frac{\omega RC}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2}} \quad (16.34)$$

上式的最大值为 1(发生在 $\omega = 1/\sqrt{LC}$ 处),因此需要求出 $|A_v| = 1/\sqrt{2}$ 时相应的频率值,这

^① 原文少了“/”,有误——译者注。

时可以得到:

$$(1 - LC\omega_c^2)^2 = \omega_c^2 R^2 C^2 \quad (16.35)$$

下标 c 用来区分截止频率和普通频率。

两边求平方根,得:

$$LC\omega_c^2 + RC\omega_c - 1 = 0$$

解此二次方程得:

$$\omega_c = -\frac{R}{2L} \pm \frac{\sqrt{R^2 C^2 + 4LC}}{2LC} \quad (16.36)$$

对于本例,负的频率值没有物理意义,因此只好保留正根。这样看起来该电路似乎只有一个临界频率,也许是因为前面做得太快了点,一下子就对式(16.35)两边取了正根。其实,式(16.35)的负根同样有效,这样,可以得到:

$$LC\omega_c^2 - RC\omega_c - 1 = 0$$

因此:

$$\omega_c = \frac{R}{2L} \pm \frac{\sqrt{R^2 C^2 + 4LC}}{2LC} \quad (16.37)$$

对于第二个临界频率,只有取正根才有物理意义,因为进一步观察可以发现,负根将导致求得的临界频率为负值。因此,式(16.36)为 ω_L 的表达式,而式(16.37)则为 ω_H 的表达式(当然都取它们的正根)。因为 $\omega_H - \omega_L = B$,因此 $B = R/L$ 。

令式(16.37)等于 $2\pi(1.1 \times 10^6)$ 可以求出 $1/LC$, 因为已经知道 $B = 2\pi(f_H - f_L) = 6.283 \times 10^6$ 。

$$\frac{1}{2} B + \left[\frac{1}{4} B^2 + \frac{1}{LC} \right]^{1/2} = 2\pi(1.1 \times 10^6)$$

解之,可以得到 $1/LC = 4.343 \times 10^{12}$ 。选取 $L = 1 \text{ H}$ (这个值取得比较大,实际的电感值没这么大),可以求得 $R = 6.283 \text{ M}\Omega$, $C = 230.3 \text{ fF}$ 。可以看到,这种“设计”问题并没有惟一的答案,可以先选定 R , L 或者 C 中的任何一个,然后再求出其他参数。

练习

16.17 设计一个低截止频率为 100 rad/s , 高截止频率为 10 krad/s 的带通滤波器。

答案: 一个可能的答案为: $R = 990 \Omega$, $L = 100 \text{ mH}$, $C = 10 \mu\text{F}$

前面所讨论的滤波器称为无源滤波器,这是因为它们只由无源元件组成(也就是说不含晶体管、运放或者其他“有源”元件)。虽然相对而言无源滤波器比较常见,但是它们并不总是能满足所有的应用场合。通常要求滤波电路有一定的放大作用,而无源滤波器的增益(定义为输出电压与输入电压的比值)却很难调节。

16.8.2 有源滤波器

使用有源元件(比如运放)进行滤波器设计,可以克服无源滤波器的许多不足之处。在第

6章中看到,设计出具有增益的运放电路是很容易的;而且,通过合理的设计,运放电路还能用电容来得到类似电感的特性。

由于运放的内部电路存在很小的电容(通常情况下其数量级为 100 pF),因此限制了运放正常工作的频率范围。所以,任何运放电路均具有低通滤波器的特性,其截止频率约为 10 kHz ~ 100 kHz,如果要获得更低的截止频率,则需要运放的输入端或者输出端接上滤波器。

例题 16.13 设计一个截止频率为 10 kHz,电压增益为 40 dB 的有源低通滤波器

需要得到运放电路在频率远小于 10 kHz 时的增益为 40 dB,即 100 V/V,这可以用同相放大器来实现,图 16.38(a)即为其中的一种,此时:

$$\frac{R_f}{R_1} + 1 = 100$$

另外,还希望电路的截止频率为 10 kHz。因此,需要在运放的输入端添加一个低通滤波器[如图 16.38(b)所示]。这时,就可以根据电路来求出其传递函数了。

从同相输入端入手:

$$V_+ = V_i \frac{1/sC}{R_2 + 1/sC} = V_i \frac{1}{1 + sR_2C}$$

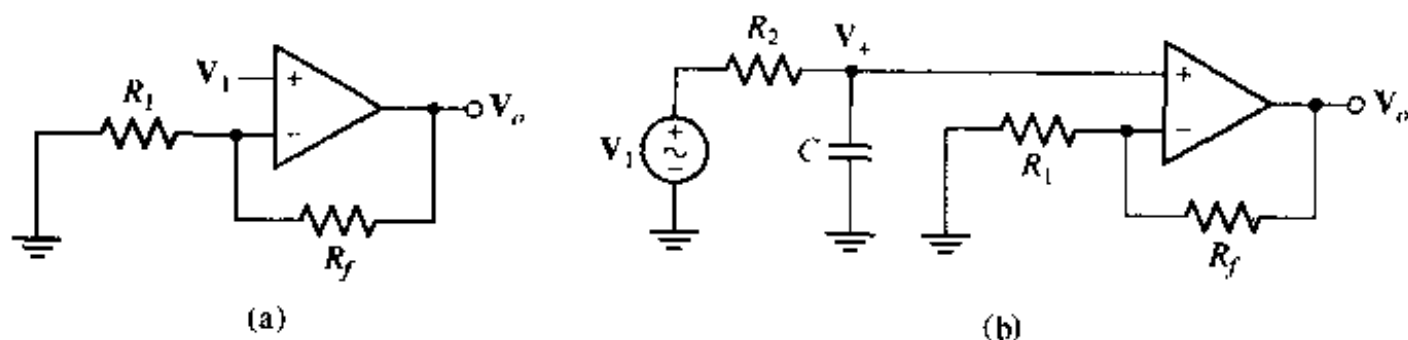


图 16.38 (a)简单同相运放电路;(b)在运放的输入端添加了一个低通滤波器,该低通滤波器由电阻 R_2 和电容 C 组成

对于反相输入端,有:

$$\frac{V_o - V_+}{R_f} = \frac{V_-}{R_1}$$

联立这两个方程,可以从中解出 V_o :

$$V_o = V_i \left(\frac{1}{1 + sR_2C} \left(1 + \frac{R_f}{R_1} \right) \right)$$

从上式可以得到增益 $A_v = V_o/V_i$ 的最大值为 $1 + R_f/R_1$,根据设计要求,令其为 100。因为这两个电阻均不出现在截止频率公式 $(R_2C)^{-1}$ 中,因此可以先选定任何一个,比如取 $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$,可以得到 $R_f = 99 \text{ k}\Omega$ 。

选取 $C = 1 \mu\text{F}$,可以得到:

$$R_2 = \frac{1}{2\pi(10 \times 10^3)C} = 15.9 \Omega$$

这时,设计工作就完成了。但真的完成了吗?来看该电路频率响应仿真结果,如图 16.39(a)所示。

很明显,这个设计并不满足截止频率为 10 kHz 这个条件。错在什么地方了呢?仔细检查前面的数学运算,并不能发现任何错误,因此,必然是在某个地方做了错误的假定。这个仿真

是用运放 $\mu A741$ 得到的,它并不满足理想运放的条件,这就是错误的原因。对于同一个电路,采用运放 LF111 替代 $\mu A741$ 后,得到的仿真结果如图 16.39(b)所示,其截止频率为所希望的 10 kHz。

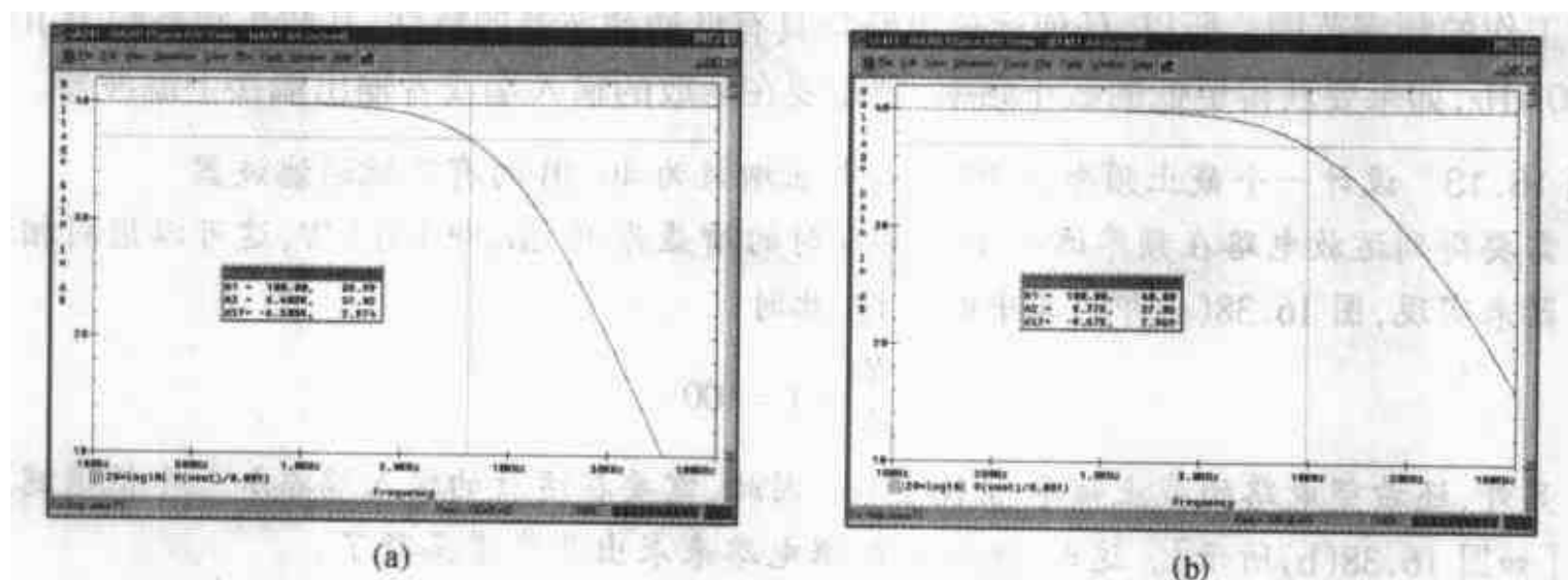


图 16.39 (a)使用 $\mu A741$ 运放设计的滤波器电路的频率响应,图中显示的截止频率为 6.4 kHz;(b)使用 F111 运放设计的同一滤波器电路,其截止频率为 10 kHz

运放 $\mu A741$ 本身的截止频率约为 10 kHz,在本设计中不能忽略;而 LF111 的第一个截止频率出现在 75 kHz 处,这远大于 10 kHz,因此不会影响我们的这个设计。

练习

16.18 设计一个增益为 30 dB,截止频率为 1 kHz 的低通滤波器。

答案:一个可能的答案为: $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$, $R_f = 3.062 \text{ M}\Omega$, $R_2 = 79.58 \Omega$, $C = 2 \mu\text{F}$

实际应用

低音、高音和中音调节

对于音响系统,通常需要独立调节低音、高音和中音,即使对于不昂贵的设备来说也是如此。普遍接受的音频范围(至少对于人的耳朵来说)为 20 Hz ~ 20 kHz,低音指的是低频区(约 < 500 Hz),高音指的是高频区(约 > 5 kHz)。

画出均衡系统的框图相对来说比较简单。由收音机或 CD 唱机等产生的信号频率范围比较宽,带宽约为 20 kHz。必须将此信号送到三个不同的运放电路中进行放大,每个运放的输入端需要接上不同的滤波器。低音调节电路需要一个低通滤波器,高音调节电路需要一个高通滤波器,中音调节电路则需要一个带通滤波器。然后将每个运放电路的输出接到一个加法放大电路中,图 16.40 给出了完整的电路框图。

图 16.41 为模块的基本结构图。该电路由一个同相运放电路和一个低通滤波器组成,其中运放的电压增益为 $1 + R_f/R_1$,低通滤波器由电阻 R_2 和电容 C 组成。反馈电阻 R_f 是可调的(有时称之为电位器),因此通过调节其旋钮可以改变运放的增益,通常将其称为音量控制电阻。低通滤波器限制了运放放大的频率范围,其截止频率为 $(R_2 C)^{-1}$ 。如果允许用户选择滤

波器的截止频率,则可以用电位器来替换电阻 R_2 ,或者也可以用可变电容器来替换电容 C 。其他级也是采用同样的方法来构造的,只是运放输入端所接的滤波器不同。

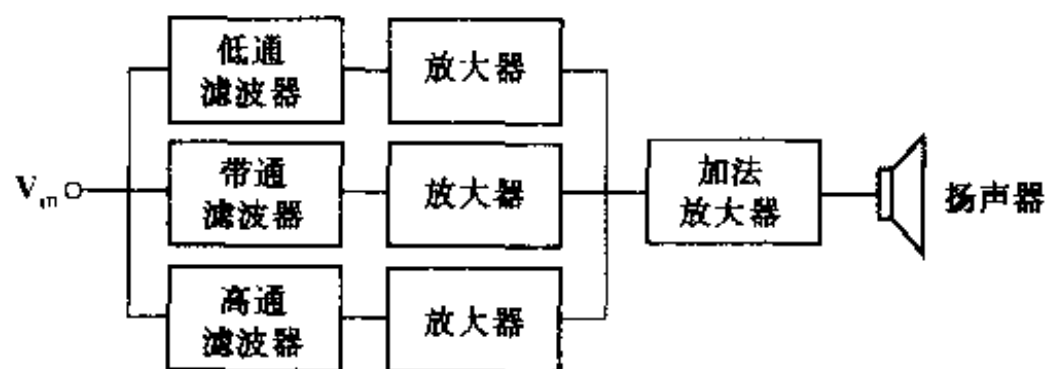


图 16.40 均衡器电路框图

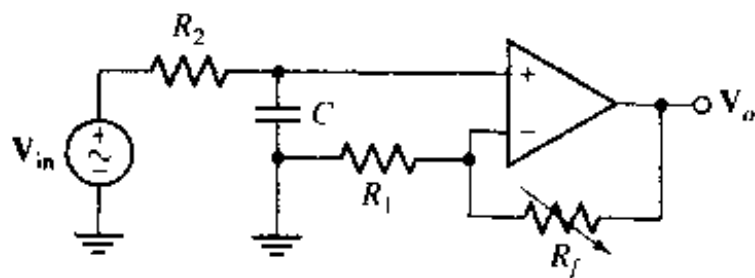


图 16.41 放大器电路的低音调节部分

为了区分不同级中的电阻、电容和运放,分别采用不同的下标(t, m 和 b)。首先从高音级开始,当频率范围为 $10\text{ kHz} \sim 20\text{ kHz}$ 时,对于高增益的情况,前面在使用 $\mu\text{A}741$ 曾经碰到过同样的问题,因此,这里用 LF111 也许会好一些。取高音截止频率为 5 kHz (不同的音频电路设计者取的值可能会不同),则:

$$\frac{1}{R_{2t}C_t} = 2\pi(5 \times 10^3) = 3.142 \times 10^4$$

取 $C_t = 1\text{ }\mu\text{F}$,可得到 R_{2t} 的值为 $31.83\text{ }\Omega$ 。取低音截止频率为 500 Hz ,同样取 $C_b = 1\text{ }\mu\text{F}$,可得 R_{2b} 的值为 $318.3\text{ }\Omega$ 。带通滤波器的设计留给读者。

下一步需要选择 R_{1t}, R_{1b} 以及相应反馈电阻的合适的值。此时没有给出任何具体的要求,因此,为了简单起见,可以将各级的值取为相同。这里取 R_{1t} 与 R_{1b} 均为 $1\text{ k}\Omega$,取 R_{ft} 与 R_{fb} 均为 $10\text{ k}\Omega$ 的电位器(就是说其范围可从 $0\text{ k}\Omega \sim 10\text{ k}\Omega$ 变化),这样可以使其中一个信号的幅度比其他的幅度大 11 倍。为了使设计出的系统便于携带,我们选择 $\pm 9\text{ V}$ 的电源进行供电,根据需要,可以很容易改为使用其他电源。

现在滤波级的设计已经完成了,下面来考虑加法电路的设计。为了简单起见,采用与其他部分相同的电源进行供电,这就限制了输出电压的最大幅度为 9 V 。这里使用反相运算放大器的结构,也就是说,将每个滤波器放大级的输出端直接接到其 $1\text{ k}\Omega$ 电阻上,然后将每个 $1\text{ k}\Omega$ 电阻的另一端接到加法放大级的反相输入端。为了防止饱和,必须给加法放大级的电位器选择合适的值,这样,需要知道输入电压的范围以及扬声器的功率(瓦特数)。图 16.42 给出了整个电路的频率响应曲线的估计,也给出了当所有反馈电阻均取 $9\text{ k}\Omega$ 时低音和高音滤波级的响应。从仿真的结果可以看出,该电路抑制了原始信号的中频成分,有选择性地放大了低音和高音成分(因为 PSpice 学生版对可以仿真的最大节点数有限制,因此不能给出完整的均衡器电路图)。

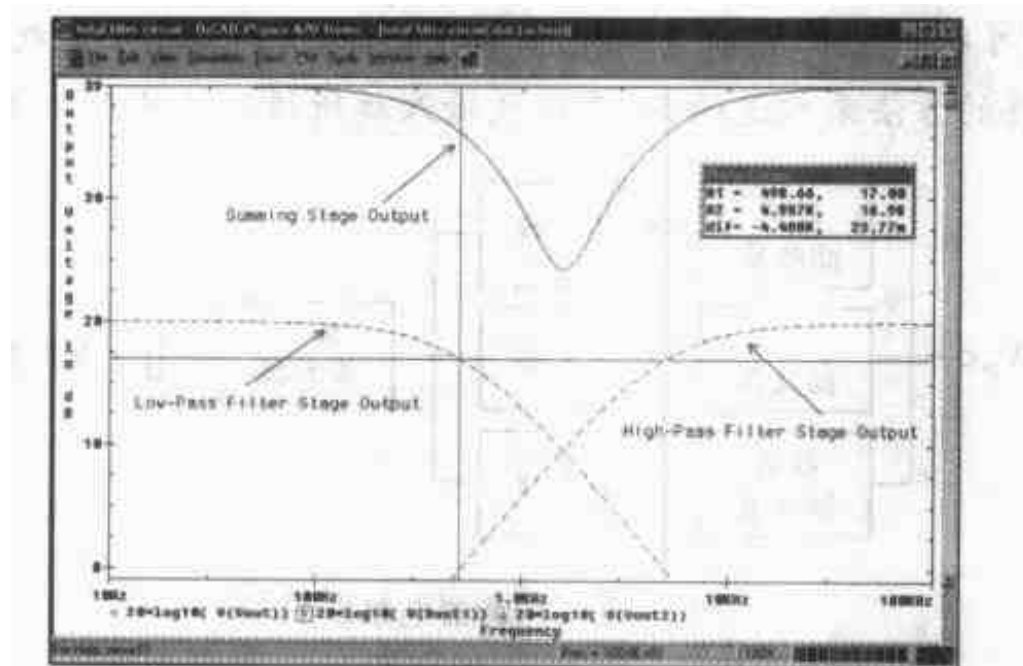


图 16.42 低通和高通滤波器组合后的频率响应仿真结果

16.9 小结与复习

- 谐振指的是这样一种情况:固定幅度的正弦激励函数在谐振时产生最大的幅度响应。
- 当电路发生谐振时,其输入端的电压和电流同相。
- 网络的品质因数正比于一个周期内网络所存储的最大能量除以它消耗的能量。
- 在半功率频率上,电路的响应函数的幅度为最大值的 $1/\sqrt{2}$ 倍。
- 谐振电路的带宽定义为上下半功率频率的差。
- 高 Q 电路指的是品质因数 ≥ 5 的谐振电路。
- 对于高 Q 电路,每个半功率频率与谐振频率的距离大约等于带宽的一半。
- 串联谐振电路的特征是其谐振时的阻抗很低,而并联谐振电路的特征是其谐振时的阻抗很高。
- 如果 $R_p = R_s(1 + Q^2)$ 且 $X_p = X_s(1 + Q^{-2})$,则串联谐振电路与并联谐振电路等效。
- 采用便于计算但不符合实际的元件值通常会使得设计更容易,然后对网络的传递函数进行幅度缩放和频率缩放,以得到符合实际情况的元件值。
- 使用波特图,可以根据传递函数的零极点快速画出其大致的形状。
- 四种基本的滤波器类型为低通、高通、带通和带阻。
- 无源滤波器只由电阻、电容和电感构成,而有源滤波器则使用运放或者其他有源元件。

习题

1. 某并联 RLC 电路的参数值为 $R = 1 \text{ k}\Omega$, $C = 47 \text{ }\mu\text{F}$, $L = 11 \text{ mH}$ 。(a)计算 Q_0 ;(b)求谐振频率(单位为 Hz);(c)如果该电路由 1 mA 的正弦稳态电流源所激励,画出电压响应随着频率变化的曲线。
2. 某并联 RLC 谐振电路的 Q_0 值为 200。已知其中两个元件参数,求另一个参数的值:(a) $R = 1 \text{ }\Omega$, $C = 1 \text{ }\mu\text{F}$;(b) $L = 12 \text{ fH}$, $C = 2.4 \text{ nF}$;(c) $R = 121.7 \text{ k}\Omega$, $L = 100 \text{ pH}$ 。
3. 变容二极管是一种可变电抗的半导体器件,通过给它提供偏置电压来改变其电抗。其

品质因数可以用下式表示^①:

$$Q \approx \frac{\omega C_j R_p}{1 + \omega^2 C_j^2 R_p R_s}$$

其中 C_j 为结电容(与施加给该器件的电压有关), R_s 为该器件的串联电阻, R_p 为其等效的并联电阻。(a) 如果电压为 1.5 V 时, $C_j = 3.77$ pF, $R_p = 1.5$ M Ω , $R_s = 2.8$ Ω , 画出品质因数随 ω 变化的曲线;(b) 对 Q 求导, 求出 ω_0 及 $Q_{\max}$ 。

4. 求出下列物体的 Q 值:(a) 乒乓球;(b) 硬币;(c) 这本教材。请给出测量的条件以及你的测量结果, 包括用求平均, 或者其他统计分析方法所得出的结果。
5. 某并联谐振电路的参数值为 $\alpha = 80$ Np/s, $\omega_d = 1\,200$ rad/s。如果 $s = -2\alpha + j\omega_d$ 时阻抗的幅度为 400 Ω , 求 Q_0 , R , L 和 C 的值。
6. 求图 16.43 所示的两端点网络的谐振频率。

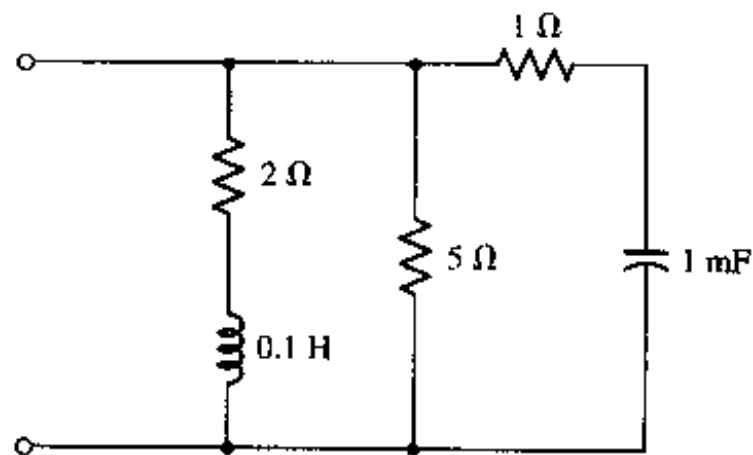


图 16.43

7. 对于图 16.1 所示电路, $R = 1$ M Ω , $L = 1$ H, $C = 1$ μ F, $I = 10 \angle 0^\circ$ μ A。(a) 求 ω_0 和 Q_0 ;(b) 画出 $|V|$ 随着 ω 变化的曲线, $995 < \omega < 1\,005$ rad/s。
8. 对于图 16.44 所示网络, 求(a) 谐振频率 ω_0 ;(b) $Z_{in}(j\omega_0)$ 。
9. 某并联谐振电路的阻抗的极点为 $s = -50 \pm j1\,000$ s⁻¹, 零点为原点。如果 $C = 1$ μ F;(a) 求 L 和 R ;(b) 求 $\omega = 1\,000$ rad/s 时 Z 的值。
10. 设计一个用于接收调幅广播的并联谐振电路, 用可变电感器进行调谐, 调谐范围可以覆盖调幅广播的频带, 即 535 kHz ~ 1 605 kHz, 在频带的一端 Q_0 值为 45, 在整个频带内 $Q_0 \leq 45$ 。设 $R = 20$ k Ω , 求 C , $L_{\min}$ 和 $L_{\max}$ 的值。
11. (a) 求图 16.45 所示网络的 Y_{in} ;(b) 求该网络的 ω_0 和 $Z_{in}(j\omega_0)$ 。

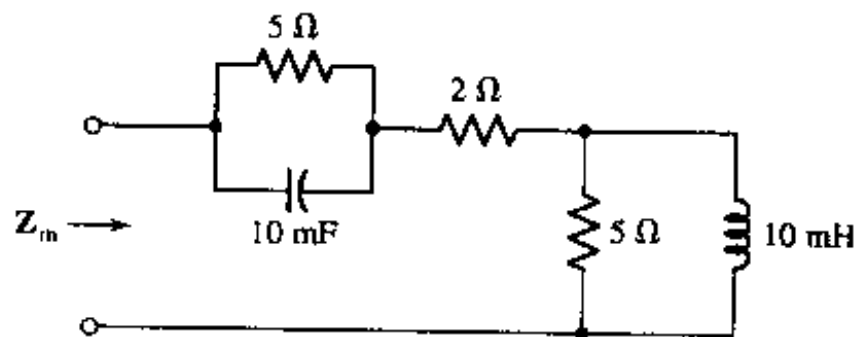


图 16.44

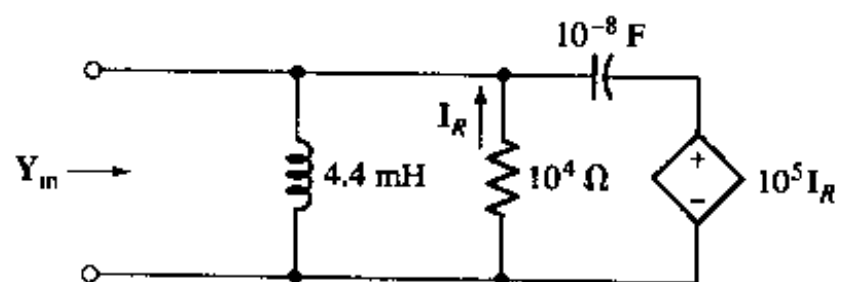


图 16.45

^① S. M. Sze, *Physics of Semiconductor Devices*, 2d ed., p. 116, John Wiley & Sons, New York, 1981.

12. 某并联谐振电路, $\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$, $Q_0 = 80$, $C = 0.2 \mu\text{F}$ 。(a)求 R 和 L 的值;(b)采用近似的方法画出 $|Z|$ 随着 ω 变化的曲线。
13. 某并联谐振电路, $\omega_1 = 103 \text{ rad/s}$, $\omega_2 = 118 \text{ rad/s}$, $|Z(j105)| = 10 \Omega$, 使用精确的表达式求出 R , L 和 C 的值。
14. 某并联谐振电路, $\omega_0 = 30 \text{ krad/s}$, $Q_0 = 10$, $R = 600 \Omega$ 。(a)求出其带宽;(b)求出当 $\omega = 28 \text{ krad/s}$ 时 N 的值;(c)使用近似关系式求 $Z_{in}(j28000)$;(d)求 $Z_{in}(j28000)$ 的精确值;(e)求出在 28 krad/s 处用近似方法计算出的 $|Z_{in}|$ 和 $\arg Z_{in}$ 的误差百分率。
15. 某并联谐振电路的谐振频率为 400 Hz , 相应的 $Q_0 = 8$, $R = 500 \Omega$ 。如果该电路的输入电流为 2 mA , 用近似方法求出下列情况下该电流的频率:(a)该电路两端的电压幅度为 0.5 V ;(b)流过电阻的电流幅度为 0.5 mA 。
16. 某并联谐振电路, $\omega_0 = 1 \text{ Mrad/s}$, $Q_0 = 10$ 。设 $R = 5 \text{ k}\Omega$, 求(a) L ;(b)使 $|Z_{in}| = 2 \text{ k}\Omega$ 的频率且该频率大于 ω_0 ;(c)使 $Z_{in} = -30^\circ$ 的频率。
17. 使用合适的近似方法对图 16.46 所示电路进行近似,(a)求 ω_0 ;(b)计算谐振时 V_1 的值;(c)计算比谐振频率大 15 krad/s 时 V_1 的值。
18. (a)根据谐振的定义, 求出图 16.47 所示网络的 ω_0 ;(b)求 $Z_{in}(j\omega_0)$ 。

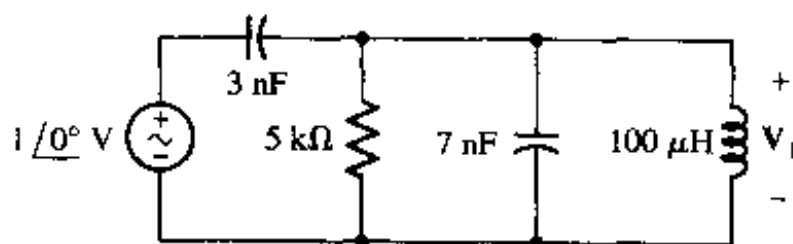


图 16.46

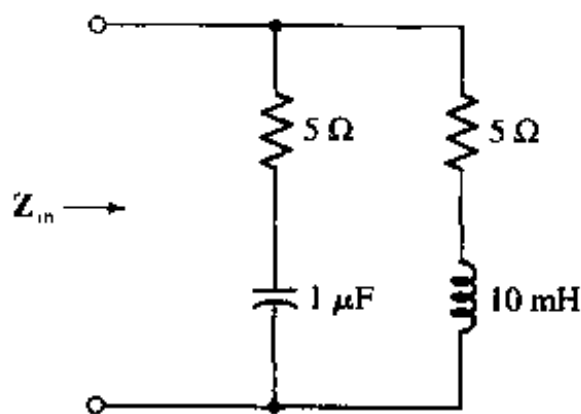


图 16.47

19. 某并联谐振电路, $f_0 = 1000 \text{ Hz}$, $Q_0 = 40$, $|Z_{in}(j\omega_0)| = 2 \text{ k}\Omega$ 。使用近似关系式求(a) 1010 Hz 时 Z_{in} 的值;(b)使用近似公式计算时, 误差足够小的频率范围。
20. 求图 16.48 所示的每个响应曲线的带宽。

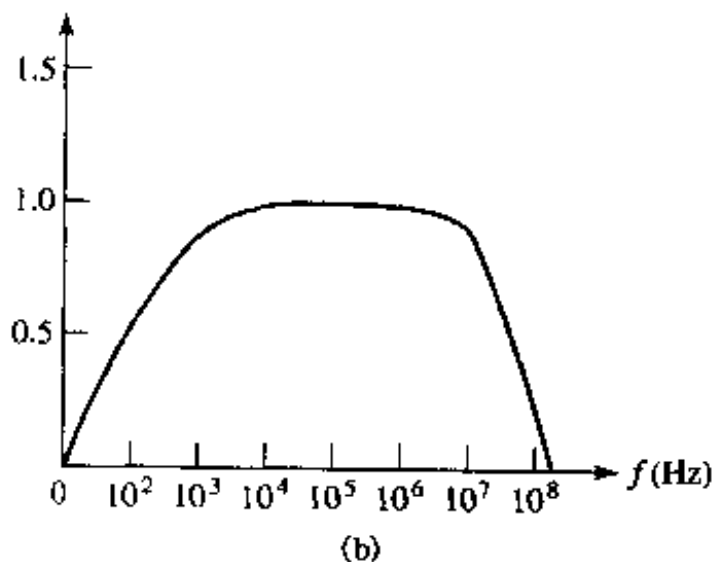
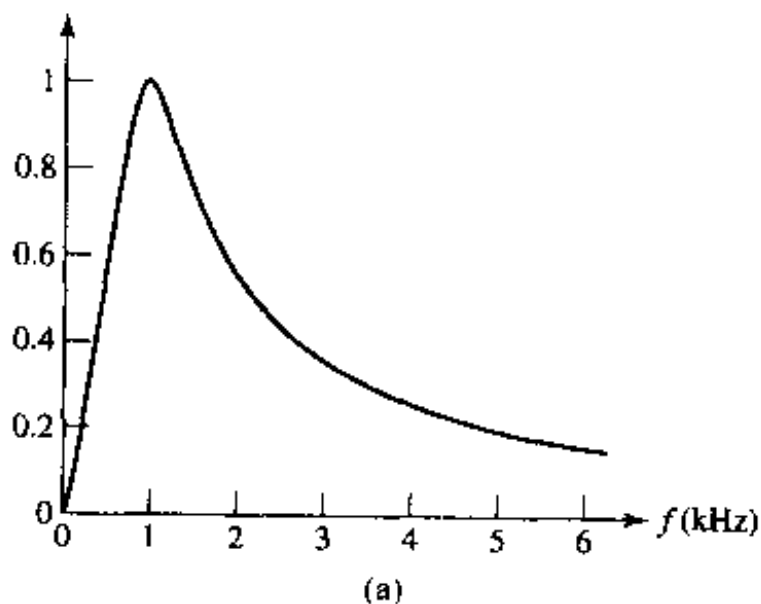


图 16.48

21. (a) 使用近似方法绘制出图 16.49 所示电路中 $|V_{out}|$ 随 ω 变化的曲线; (b) 求出 $\omega = 9 \text{ rad/s}$ 时 V_{out} 的精确值。
22. 某串联谐振网络由一个 50Ω 电阻、一个 4 mH 电感和一个 $0.1 \mu\text{F}$ 的电容组成。计算 (a) ω_0 ; (b) f_0 ; (c) Q_0 ; (d) B ; (e) ω_1 ; (f) ω_2 ; (g) 45 krad/s 时 Z_{in} 的值; (h) 45 krad/s 时电容的阻抗幅度与电阻的阻抗幅度之比。
23. 求出图 16.50 中的 $Z_{in}(s)$, 然后求 (a) ω_0 ; (b) Q_0 。

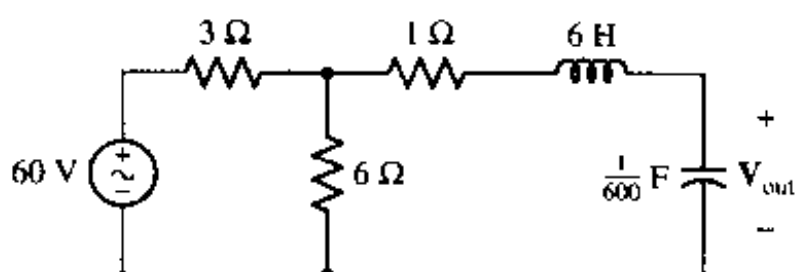


图 16.49

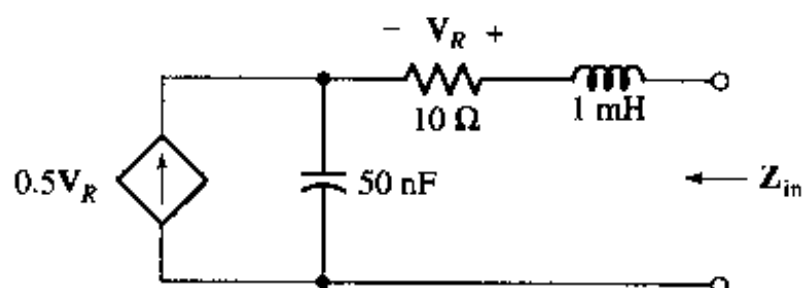


图 16.50

24. 考察图 16.51 所示电路, 注意电压源的幅度。现在假定如果确实在实验室里建立了这个电路, 你能否将手放到电容的两端? 画出 $|V_C|$ 随 ω 变化的曲线来验证你的回答。
25. 某串联谐振电路, $f_0 = 500 \text{ Hz}$, $Q_0 = 10$, 谐振时 $X_L = 500 \Omega$ 。(a) 求 R , L 和 C 的值; (b) 如果用 $V_s = 1 \angle 0^\circ \text{ V}$ 的电源与之串联, 求频率分别为 $f = 450 \text{ Hz}$, 500 Hz 和 550 Hz 时 $|V_C|$ 的精确值。
26. 一个由三个元件组成的网络的输入阻抗有两个极点, 分别为 $s = 0$ 和无穷大, 还有一对零点 $s = -20\,000 \pm j80\,000 \text{ s}^{-1}$ 。如果 $Z_{in}(-10\,000) = -20 + j0 \Omega$, 求这三个元件的值。
27. 对图 16.52 所示的网络进行合理近似, 并求出 ω_0 , Q_0 , B , $Z_{in}(j\omega_0)$ 和 $Z_{in}(j99\,000)$ 的值。

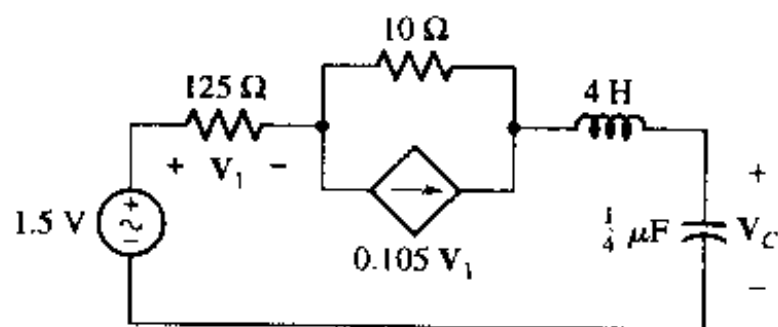


图 16.51

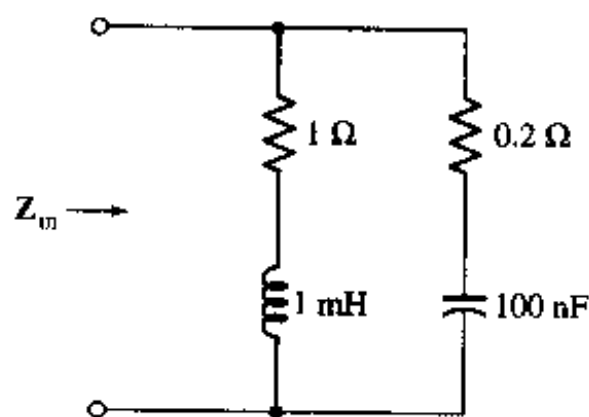


图 16.52

28. 在图 16.52 所示的网络的输入端接上一个多大的电阻后可以使该网络的 Q_0 等于 50?
29. 参见图 16.53 所示的网络, 使用近似方法求出 Z_{in} 的最小幅度值及其对应的频率。
30. 对于图 16.54 所示电路: (a) 画出 $|V|$ 随 ω 变化的近似响应曲线; (b) 计算当 $\omega = 50 \text{ rad/s}$ 时 V 的精确值。
31. 对于图 16.55 所示电路: (a) 使用近似方法计算 $\omega = 2\,000 \text{ rad/s}$ 时 $|V_x|$ 的值; (b) 求 $|V_x(j2\,000)|$ 的精确值。

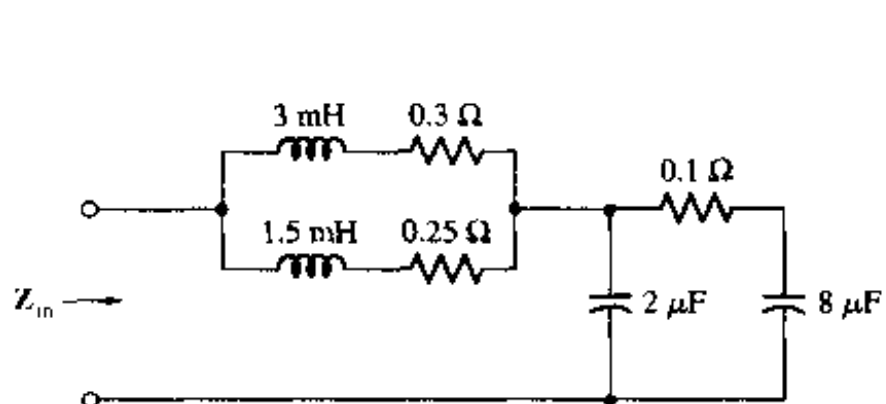


图 16.53

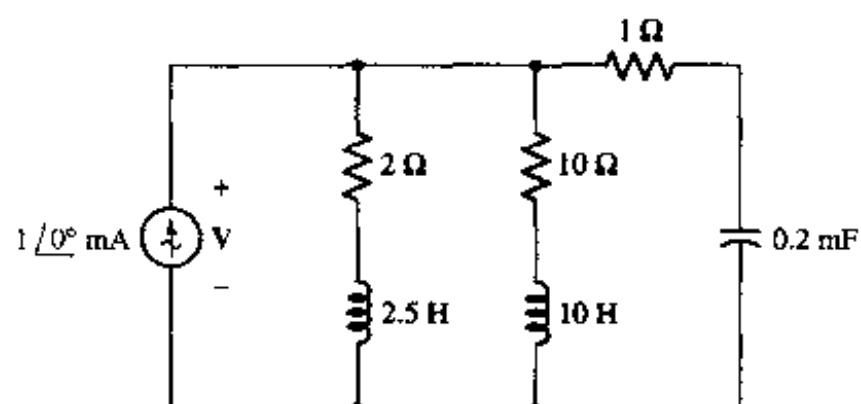


图 16.54

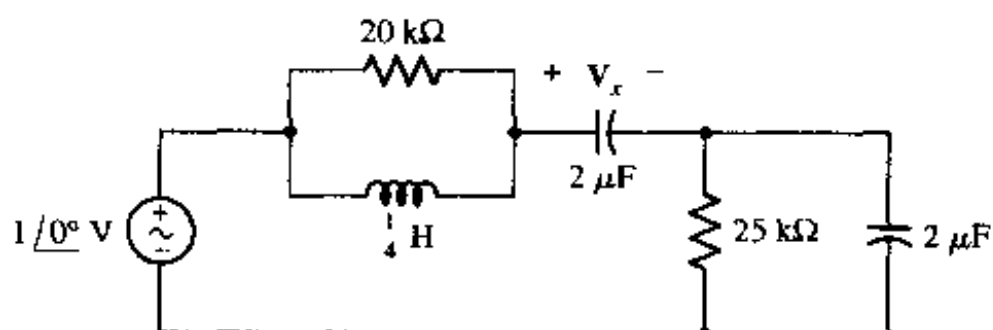
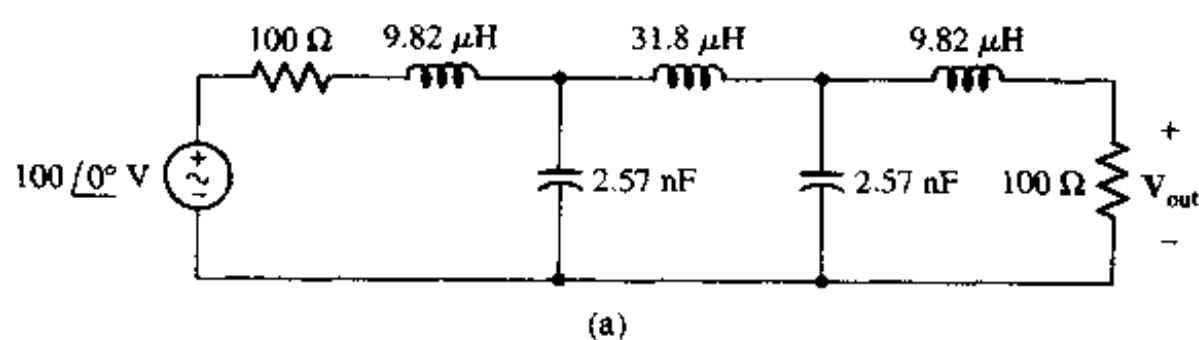
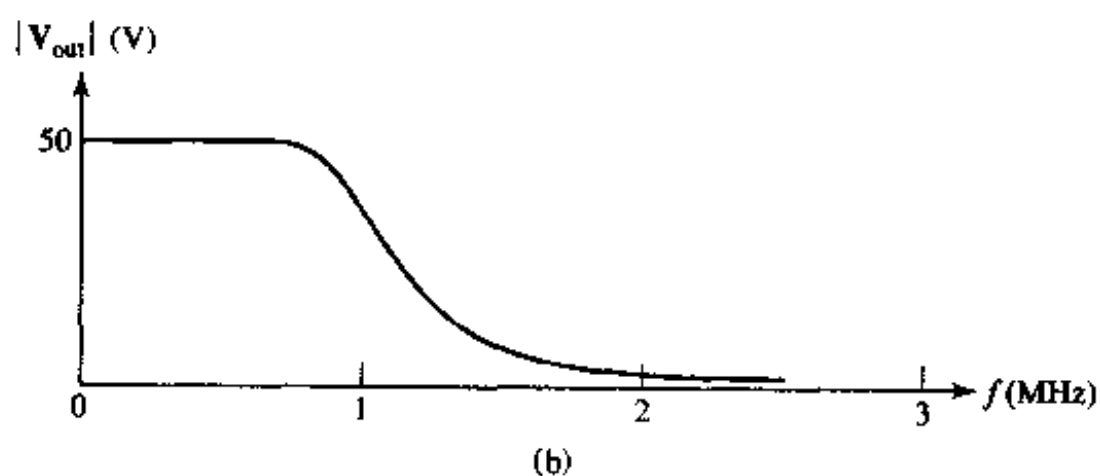


图 16.55

32. 图 16.56(a)所示的滤波器的响应曲线如图 16.56(b)所示。(a)对滤波器进行缩放,使得当电源内阻为 $50\ \Omega$, 负载为 $50\ \Omega$ 时,其截止频率为 $20\ \text{kHz}$; (b)画出缩放后的响应曲线。



(a)



(b)

图 16.56

33. (a)求出图 16.57 所示网络的 $Z_{in}(s)$; (b)对 $Z_{in}(s)$ 进行缩放,缩放因子为 $K_m = 2$, $K_f = 5$,写出缩放后 $Z_{in}(s)$ 的表达式; (c)对网络中的元件进行缩放,缩放因子为 $K_m = 2$, $K_f = 5$,并画出缩放后的网络。

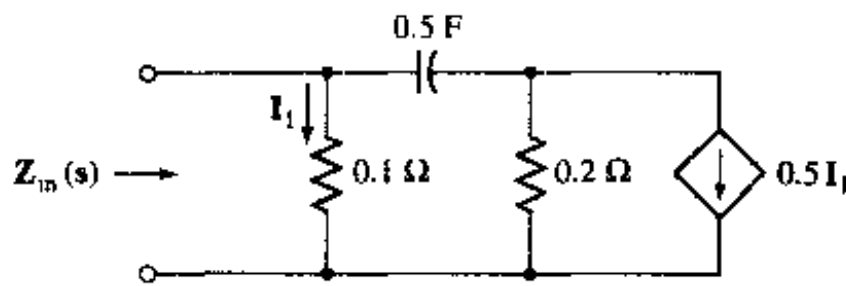


图 16.57

34. (a) 使用合适的近似方法求出图 16.58 所示电路的 ω_0 和 Q_0 ; (b) 对电源右端的网络进行缩放, 使其谐振频率为 1 Mrad/s; (c) 求出缩放后的电路的 ω_0 和 Q 。
35. (a) 对图 16.59 所示网络进行缩放, 缩放因子为 $K_m = 250$, $K_f = 400$, 画出缩放后的网络; (b) 求缩放后的网络在 $\omega = 1$ krads 时的戴维南等效电路。

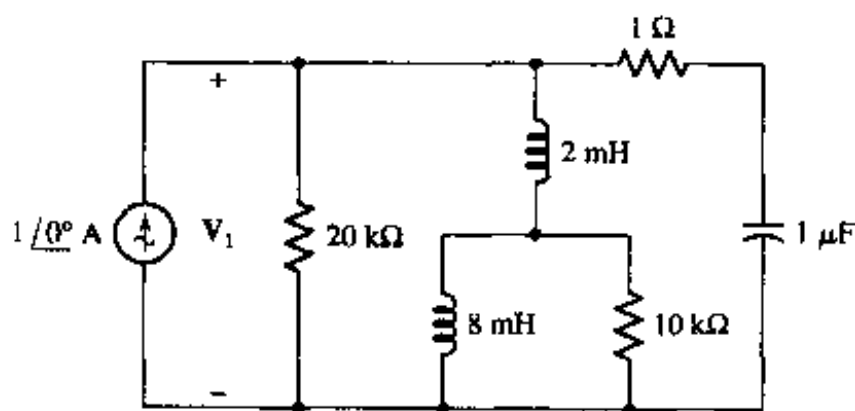


图 16.58

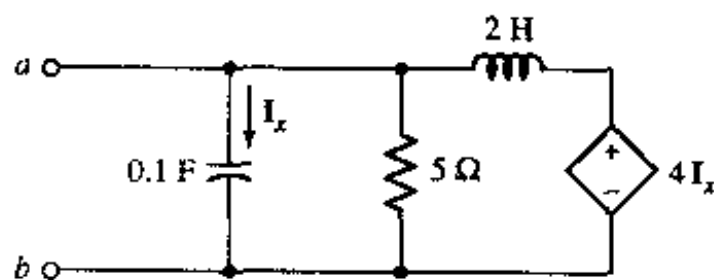


图 16.59

36. 某网络由理想 R , L 和 C 组成, 在其输入端接上正弦电流源 I_s , 其输出端电压为 V_{out} 。如果 $I_s = 1 \angle 0^\circ$ A, $\omega = 50$ rad/s, 则 $V_{out} = 30 \angle 25^\circ$ V。求出在下列条件下 V_{out} 的值, 如果不可能求出 V_{out} 的值, 只需说明不能确定 (OTSK^①) 即可。 (a) $I_s = 2 \angle 0^\circ$ A, $\omega = 50$ rad/s; (b) $I_s = 2 \angle 40^\circ$ A, $\omega = 50$ rad/s; (c) $I_s = 2 \angle 40^\circ$ A, $\omega = 200$ rad/s; (d) 对网络进行缩放, 缩放因子为 $K_m = 30$, $I_s = 2 \angle 40^\circ$ A, $\omega = 50$ rad/s; (e) $K_m = 30$, $K_f = 4$, $I_s = 2 \angle 40^\circ$ A, $\omega = 200$ rad/s。
37. 求 $H(s)$ 为下列情况时 H_{dB} 的值: (a) 0.2; (b) 50; (c) $12/(s+2) + 26/(s+20)$, $s = j10$ 。求当 H_{dB} 等于下列值时 $|H(s)|$ 的值: (d) 37.6 dB; (e) -8 dB; (f) 0.01 dB。
38. 画出幅度波特图 (a) $20(s+1)/(s+100)$; (b) $2000s(s+1)/(s+100)^2$; (c) $s+45+200/s$ 。 (d) 用 MATLAB 验证你的解答。
39. 对于图 16.60 所示电路, 画出传输函数 $H(s) = V_c/I_s$ 的幅度波特图和相位波特图。
40. (a) 画出 $H(s) = 5 \times 10^8 s(s+100)/[(s+20)(s+1000)^3]$ 的幅度波特图, 取原点为 $\omega = 1$, $H_{dB} = 0$; (b) 写出波特图上所有转角点和所有交点的坐标; (c) 求与 (b) 中每个转角频率对应的 $20 \log |H(j\omega)|$ 的精确值。
41. (a) 画出 $H(s) = 5 \times 10^8 s(s+100)/[(s+20)(s+1000)^3]$ 的相位波特图, 取原点为 $\omega = 1$, $\text{ang} = 0^\circ$; (b) 写出相位波特图上所有斜率发生变化的点的坐标; (c) 求与 (b) 中每个

① Only The Shadow Knows.

转角频率对应的 $\text{ang } \mathbf{H}(j\omega)$ 的精确值。

42. (a) 画出传输函数 $\mathbf{H}(s) = 1 + 20/s + 400/s^2$ 的幅度波特图; (b) 当 ω 分别为 5 rad/s 和 100 rad/s 时, 将波特图与实际值做比较; (c) 用 MATLAB 验证你的波特图。
43. (a) 如图 16.61 所示电路, 求 $\mathbf{H}(s) = \mathbf{V}_R/\mathbf{V}_i$; (b) 画出 $\mathbf{H}(s)$ 的幅度波特图和相位波特图; (c) 求 $\omega = 20$ rad/s 时 H_{dB} 和 $\text{ang } \mathbf{H}(j\omega)$ 的精确值。

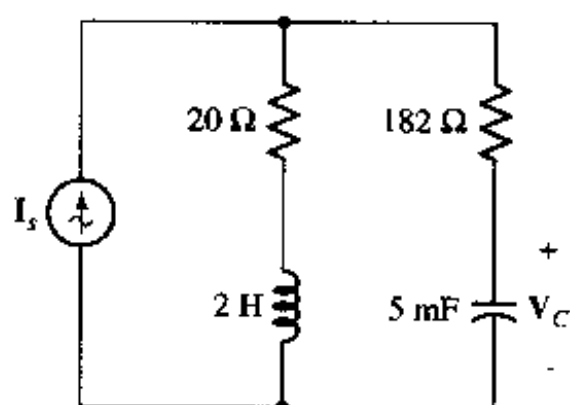


图 16.60

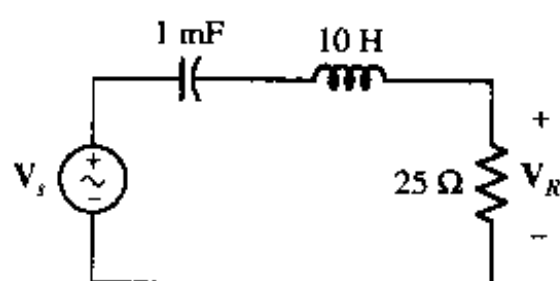


图 16.61

44. 如图 16.62 所示网络, 画出其传输函数 $\mathbf{H}(s) = \mathbf{V}_{out}/\mathbf{V}_{in}$ 的幅度波特图。

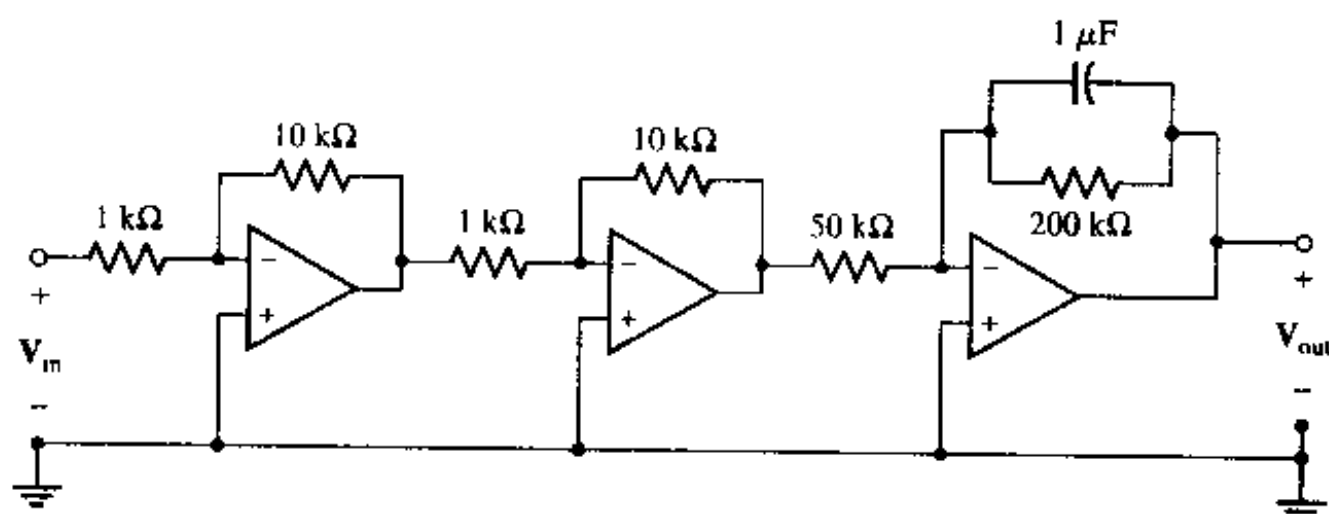


图 16.62

45. 对于图 16.63 所示网络: (a) 求 $\mathbf{H}(s) = \mathbf{V}_{out}/\mathbf{V}_{in}$; (b) 画出 H_{dB} 的幅度波特图; (c) 画出 $\mathbf{H}(j\omega)$ 的相位波特图。

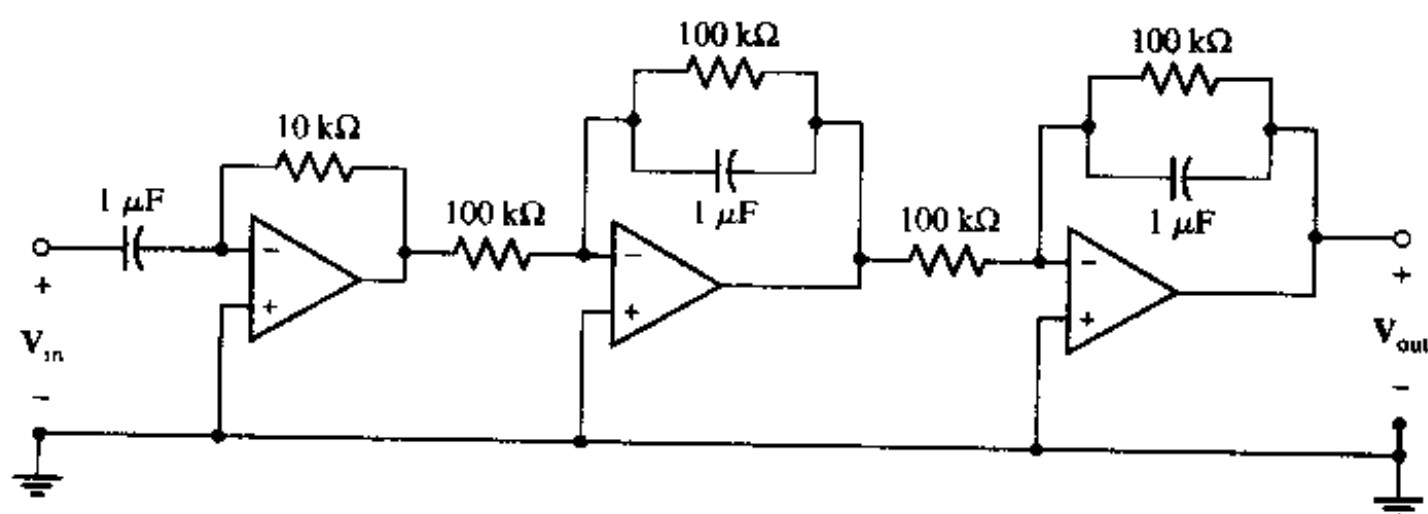


图 16.63

46. 宽吻海豚 (bottlenose dolphin) 发出的声音频率范围大约是 250 Hz ~ 150 kHz。其中, 250 Hz ~ 50 kHz 的频率被认为主要用于“社会交往”, 而高于 40 kHz 的“滴答声”被认为

主要用于回声定位。设计一个放大电路,用来有选择性地放大海豚的“交谈”。用麦克风来接收海豚的声音,可以将麦克风看做是一个幅度峰值小于 15 mV 的正弦电压源与一个 $1\ \Omega$ 电阻串联的模型,传到阻值为 $1\ \text{k}\Omega$ 的耳机上的放大后电压的峰值必须接近 1 V。

47. 设计一个滤波器电路,滤去人耳听得见的整个频率范围(20 Hz ~ 20 kHz),而让其他频率的信号通过。用 PSpice 验证你的设计。
48. 设计一个滤波器电路,滤去频率大于或等于 1 kHz 的信号,并用 PSpice 验证你的设计。
49. 一种对高频信号非常敏感的麦克风可以用来检测某些类型的喷气发动机即将发生的故障,不过它也会对由襟翼和副翼的液压系统产生的低频噪声有响应,从而导致虚警。设计一个滤波器以除去噪声,同时有选择性地放大高频信号,要求放大倍数不小于 100。已知低频噪声信号的能量峰值出现在 20 Hz 附近,频率为 1 kHz 时下降到最大值的 1%;发动机故障信号的起始频率约为 25 kHz。
50. 完成“实际应用”一节中所讨论的设计。(a)首先设计出合适的中音级;(b)调节反馈电阻的值,对你所设计的电路的频率响应进行仿真。
51. 尽管人耳所能听到的频率范围普遍认为是 20 Hz ~ 20 kHz,但许多电话系统的带宽却限制在 3 kHz 内。设计一个滤波器,将 20 kHz 带宽的语音转换为 3 kHz“电话带宽”的语音。用最大电压为 150 mV,串联电阻几乎为零的麦克风作为输入,输出设备为一个 $8\ \Omega$ 的扬声器。要求语音的放大倍数至少为 10。用 PSpice 验证你的设计。
52. 设计一个电路,除去从天线接收的信号中 $50n\ \text{Hz}$ 的频率成分,其中 n 为整数,取值范围为 1 ~ 4。图 16.37 给出了一个好的“陷波”滤波器(也就是说“陷去”某种频率成分)结构,不过,现在将输出取为电感和电容的串联组合上的电压而不是电阻上的电压。可以将天线信号看做是幅度峰值为 1 V 的时变电压源,其串联电阻为零。
53. 监视设备的一个敏感部分受到 60 Hz 工频的负面影响,引入的噪声对输入的信号造成了污染。由于该信号的特征决定了不能使用任何类型的低通、高通或者带通滤波器来除去噪声。设计一个“陷波”滤波器,有选择性地除去从该监视设备输入端引入的任何 60 Hz 的信号。假定该设备的戴维南等效电阻为无穷大。图 16.37 给出了一个好的“陷波”滤波器结构,不过,现在将输出取为电感和电容的串联组合上的电压而不是电阻上的电压。

第 17 章 双端口网络

本章要点:

- 学习单端口网络和双端口网络之间的差别
- 掌握描述网络的 y, z, h 和 t 参数
- y, z, h 和 t 参数之间的变换
- 使用网络参数进行电路分析, 包括级联网络

17.1 引言

一个网络一般包括两对端子, 其中一对称为“输入端”, 另一对称为“输出端”, 这是电子系统、通信系统、自动控制系统、传输和分配系统以及其他许多系统中非常重要的结构单元, 电子信号或者能量从输入端进入, 经过网络的作用后, 在输出端输出。输出端子可能会接到下一个网络的输入端子上。在第 5 章中已经学习了戴维南等效电路和诺顿等效电路, 从中可以知道并不总是需要了解电路的每一部分的工作细节, 本章将把这个概念拓展到甚至不知道整个电路内部的工作细节。只需要知道网络是线性的, 并且可以测出电压和电流, 后面将很快看到, 可以用一套参数来描述这样的网络, 并且可以估计该网络和其他网络是如何相互作用的。

17.2 单端口网络

信号可以通过一对端子进入或者离开网络, 这样的端子对称为端口(port), 只有一个这样的端子对的网络称为单端口网络, 或者简称为单端口。不能与单端口的任何内部节点进行连接, 因此对于图 17.1(a)所示的单端口, i_a 必然等于 i_b 。如果一个网络含有不止一个端口, 则这样的网络称为多端口网络。本章主要介绍双端口网络, 如图 17.1(b)所示, 对于双端口网络, 每个端口的两个端子上的电流必须相等, 即对于图 17.1(b)所示的网络, $i_a = i_b$, $i_c = i_d$ 。如果要使用本章介绍的方法, 那么必须将源和负载直接连接到端口的两个端子上, 换句话说, 每个端口只能连接一个单端口网络或者多端口网络的一个端口。比如, 不能将任何设备接到图 17.1(b)所示网络的 a 端子和 c 端子之间。在分析双端口网络时, 可以使用一般的回路分析和节点分析方法。

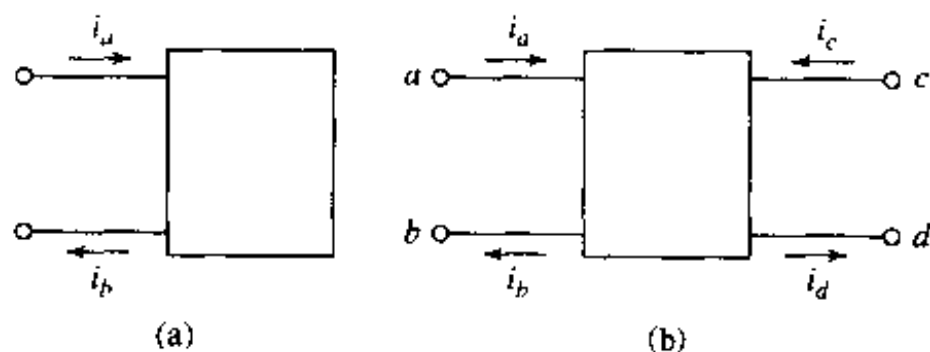


图 17.1 (a)单端口网络;(b)双端口网络

双端口网络(或者简称为双口)的分析方法突出了网络端子上电流和电压的关系,并隐藏了网络内部的电流和电压的细节。首先来熟悉许多重要的参数及其在简化和系统化线性双端口网络分析中的用法。

使用附录 B 介绍的通用网络符号和缩写术语,可以非常方便地分析单端口和双端口网络。对于一个无源网络,可以写出下列回路方程:

$$\begin{aligned} Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + Z_{13}I_3 + \cdots + Z_{1N}I_N &= V_1 \\ Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 + Z_{23}I_3 + \cdots + Z_{2N}I_N &= V_2 \\ Z_{31}I_1 + Z_{32}I_2 + Z_{33}I_3 + \cdots + Z_{3N}I_N &= V_3 \\ &\vdots \\ Z_{N1}I_1 + Z_{N2}I_2 + Z_{N3}I_3 + \cdots + Z_{NN}I_N &= V_N \end{aligned} \quad (17.1)$$

则每个电流的系数为一个阻抗 $Z_{ij}(s)$,而电路的行列式或者说系数的行列式为:

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & \cdots & Z_{2N} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & \cdots & Z_{3N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & Z_{N3} & \cdots & Z_{NN} \end{vmatrix} \quad (17.2)$$

上面的式子蕴含了回路的个数为 N ,每个方程的电流按照下标顺序排列,方程的顺序与电流的顺序一致。同时也假定采用了 KVL,那么每个 Z_{ii} 项($Z_{11}, Z_{22}, \cdots, Z_{NN}$)的符号为正,而 Z_{ij} ($i \neq j$)的符号则可正可负,根据给 I_i 和 I_j 指定的参考方向而定。

如果网络中含有受控源,那么回路方程中的系数可能既不是电阻也不是阻抗,即使这样,也将电路的行列式记为 Δ_z 。

对于单端口网络,使用子式符号(见附录 B)可以使其输入(或者说策动点)阻抗的表达式更为简练。也可以将这个结果应用于双端口网络中,前提条件是双端口网络的其中一个端口通过一个无源阻抗接起来,包括开路和短路的情况。

假定图 17.2(a)所示的单端口网络完全由无源元件和受控源组成,同时假定它为线性。其端口接了一个理想电压源 V_1 ,电源的电流已经在回路 1 中标出。使用克莱姆(Cramer)法则,有:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} V_1 & Z_{12} & Z_{13} & \cdots & Z_{1N} \\ 0 & Z_{22} & Z_{23} & \cdots & Z_{2N} \\ 0 & Z_{32} & Z_{33} & \cdots & Z_{3N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & Z_{N2} & Z_{N3} & \cdots & Z_{NN} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & \cdots & Z_{2N} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & \cdots & Z_{3N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & Z_{N3} & \cdots & Z_{NN} \end{vmatrix}}$$

或者,简单表示为:

$$I_1 = \frac{V_1 \Delta_{11}}{\Delta_z}$$

因此:

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{\Delta_z}{\Delta_{11}} \quad (17.3)$$

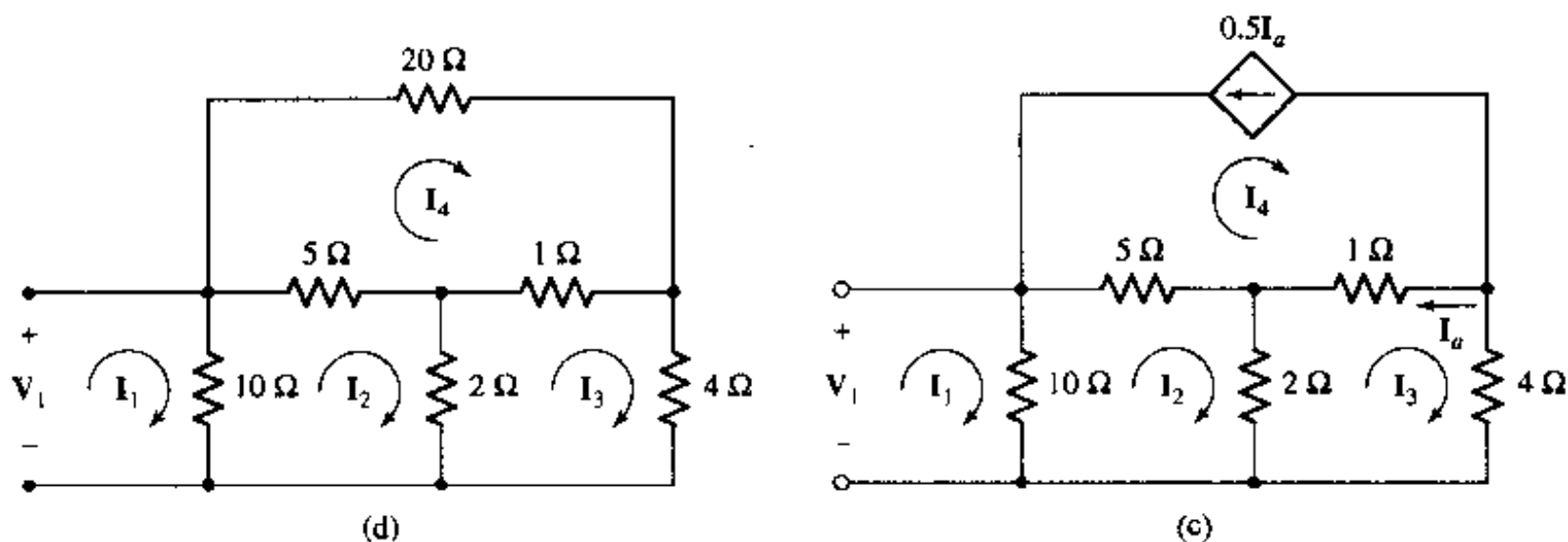
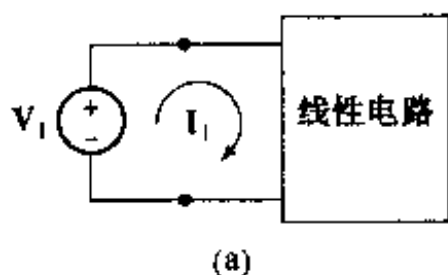


图 17.2 (a)理想电压源 V_1 连接到不含独立源的线性单端口网络中, $Z_{in} = \Delta_z/\Delta_{11}$;
(b)阻性单端口网络的例子; (c)含有受控源的单端口网络的例子

例题 17.1 计算图 17.2(b)所示的单端口阻性网络的输入阻抗

首先指定网孔电流如图所示, 然后写出相应的网孔方程:

$$\begin{aligned} V_1 &= 10I_1 - 10I_2 \\ 0 &= -10I_1 + 17I_2 - 2I_3 - 5I_4 \\ 0 &= -2I_2 + 7I_3 - I_4 \\ 0 &= -5I_2 - I_3 + 26I_4 \end{aligned}$$

则电路的行列式为:

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 10 & -10 & 0 & 0 \\ -10 & 17 & -2 & -5 \\ 0 & -2 & 7 & -1 \\ 0 & -5 & -1 & 26 \end{vmatrix}$$

其值为 $9\,680\,\Omega^4$ 。不考虑第一行和第一列, 有:

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} 17 & -2 & -5 \\ -2 & 7 & -1 \\ -5 & -1 & 26 \end{vmatrix} = 2\,778\,\Omega^3$$

因此, 根据式(17.3)可求得输入阻抗为:

$$Z_{in} = \frac{9\,680}{2\,778} = 3.485\,\Omega$$

附录 B 给出了采用克莱姆法则求解联立方程组的简单教程。

练习

17.1 对于图 17.3 所示的网络,分别用下列三种方式将其某两个端子断开,使之成为一个单端口网络,分别求出这三种情况下的输入阻抗:(a)断开 a 和 a' ; (b)断开 b 和 b' ; (c)断开 c 和 c' 。

答案: $9.47\ \Omega$; $10.63\ \Omega$; $7.58\ \Omega$

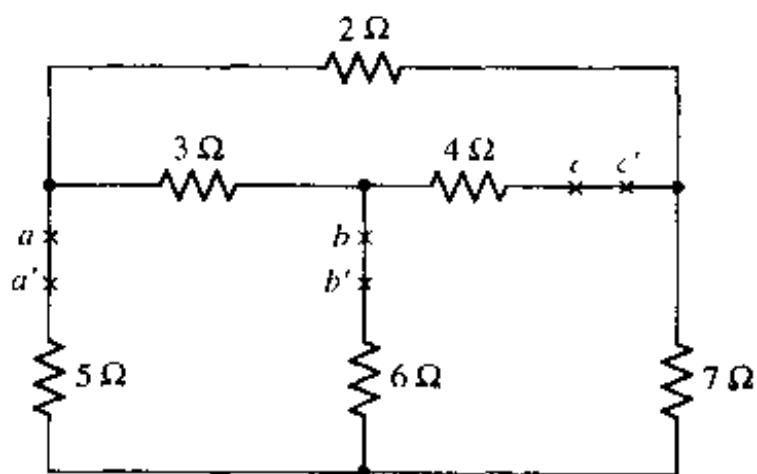


图 17.3

例题 17.2 求图 17.2(c)所示网络的输入阻抗

列出含有 4 个网孔电流的 4 个网孔方程:

$$\begin{aligned} 10\mathbf{I}_1 - 10\mathbf{I}_2 &= \mathbf{V}_1 \\ -10\mathbf{I}_1 + 17\mathbf{I}_2 - 2\mathbf{I}_3 - 5\mathbf{I}_4 &= 0 \\ -2\mathbf{I}_2 + 7\mathbf{I}_3 - \mathbf{I}_4 &= 0 \end{aligned}$$

以及:

$$\mathbf{I}_4 = -0.5\mathbf{I}_a = -0.5(\mathbf{I}_4 - \mathbf{I}_3)$$

或

$$-0.5\mathbf{I}_3 + 1.5\mathbf{I}_4 = 0$$

因此可以得到:

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 10 & -10 & 0 & 0 \\ -10 & 17 & -2 & -5 \\ 0 & -2 & 7 & -1 \\ 0 & 0 & -0.5 & 1.5 \end{vmatrix} = 590\ \Omega^3$$

而

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} 17 & -2 & -5 \\ -2 & 7 & -1 \\ 0 & -0.5 & 1.5 \end{vmatrix} = 159\ \Omega^2$$

于是:

$$\mathbf{Z}_m = \frac{590}{159} = 3.711\ \Omega$$