

也可以用熟悉的方法列出节点方程,最后可以得到输入导纳:

$$Y_{in} = \frac{1}{Z_{in}} = \frac{\Delta_Y}{\Delta_{ii}} \quad (17.4)$$

其中  $\Delta_{ii}$  现在表示  $\Delta_Y$  的子式。

### 练习

- 17.2 对于图 17.4 所示电路,列出其节点方程组,计算  $\Delta_{ii}$ ,然后求出:(a)从节点 1 和参考节点看过去的输入阻抗;(b)从节点 2 和参考点看过去的输入阻抗。

答案:10.68 S; 13.16 S

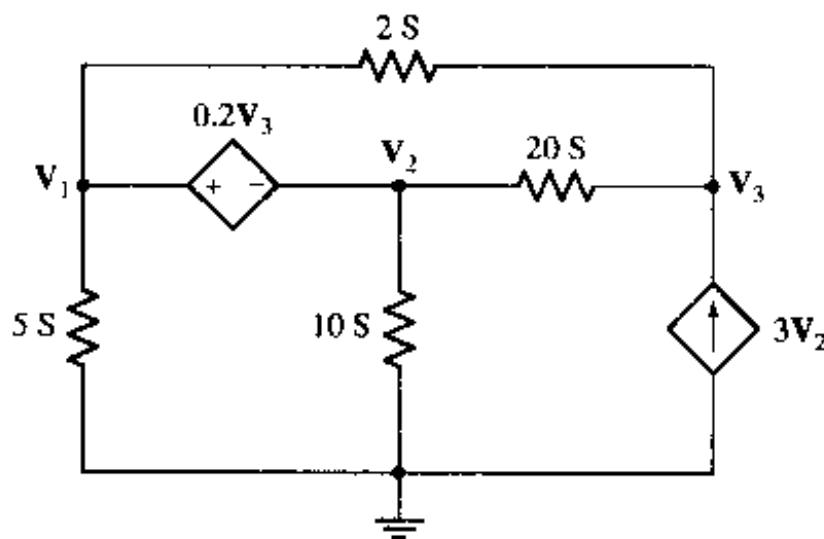


图 17.4

### 例题 17.3 再次使用式(17.4)求图 17.2(b)所示网络的输入阻抗

对于图 17.2(b)所示电路,从左到右依次设节点电压为  $V_1$ ,  $V_2$  和  $V_3$ ,取底部的节点为参考点,可以列出系统的导纳矩阵为:

$$\Delta_Y = \begin{vmatrix} 0.35 & -0.2 & -0.05 \\ -0.2 & 1.7 & -1 \\ -0.05 & -1 & 1.3 \end{vmatrix} = 0.3473 S^3$$

$$\Delta_{ii} = \begin{vmatrix} 1.7 & -1 \\ -1 & 1.3 \end{vmatrix} = 1.21 S^2$$

因此:

$$Y_{in} = \frac{0.3473}{1.21} = 0.2870 S$$

它对应于:

$$Z_{in} = \frac{1}{0.287} = 3.484 \Omega$$

考虑到舍入误差,这与前面求得的结果一致(计算过程中只取 4 位小数)。

本章后面的例题 7 和例题 8 给出了用运放来构造的单端口网络。这两个例题说明了可以从只含有电阻的无源网络中得到负电阻,同时说明了可以用电阻和电容来模拟电感。

### 17.3 导纳参数

现在将注意力转到双端口网络上。假定以后的所有网络均由线性元件组成，并且不含有独立源，但可以含有受控源。对于一些特殊情况，还对网络给出了进一步的限制条件。

考虑图 17.5 所示的双端口网络，输入端口的电压和电流为  $V_1$  和  $I_1$ ，输出端口的电压和电流为  $V_2$  和  $I_2$ 。上端导线的电流  $I_1$  和  $I_2$  的方向通常取为流入网络的方向（下端导线的电流方向则流出网络）。因为网络是线性的并且不包含任何独立源，因此可以将  $I_1$  看做是两个分量的叠加，其中一个由  $V_1$  引起，另一个由  $V_2$  引起，对于  $I_2$  也可以做类似的看待，于是可以列出下面的方程组：

$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2 \quad (17.5)$$

$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2 \quad (17.6)$$

其中的  $y$  只是比例常数，或者可以说到目前为止是未知系数。但是，必须清楚它们的量纲必为 A/V，或 S。因此，可以将它们称为  $y$  参数，由式(17.5)和式(17.6)所定义。



图 17.5 双端口电路模型，图中已经标出了端口电压和电流。该双端口电路由线性元件组成，还可能含有受控源，但不含任何独立源

$y$  参数以及本章将要定义的其他参数可以用矩阵简洁地表示。定义  $(2 \times 1)$  的列矩阵  $\mathbf{I}$  为：

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (17.7)$$

$(2 \times 2)$  的  $y$  参数方阵为：

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \quad (17.8)$$

以及  $(2 \times 1)$  的列矩阵  $\mathbf{V}$  为：

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (17.9)$$

本书中用来表示矩阵的符号是标准的，但也可能很容易和前面表示相量的符号或者其他表示一般复数量的符号相混淆。但根据上下文，应该清楚地知道这些符号所代表的物理意义。

于是，可以写出矩阵方程  $\mathbf{I} = \mathbf{y}\mathbf{V}$ ，或者：

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

对右端的矩阵相乘，可以得到等价形式：

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11}V_1 + y_{12}V_2 \\ y_{21}V_1 + y_{22}V_2 \end{bmatrix}$$

这两个 $(2 \times 1)$ 的矩阵必须相等,因此各对应元素必须相等,因此又得到定义式(17.5)和式(17.6)。

对 $y$ 参数赋予物理意义的最有用但非正式的办法是通过直接观察式(17.5)和式(17.6)。比如,考虑式(17.5),如果令 $V_2$ 为0,那么可以看到 $y_{11}$ 等于 $I_1$ 与 $V_1$ 的比值,因此可以将 $y_{11}$ 看做是输出端短路( $V_2 = 0$ )时输入端所测得的导纳。将 $y_{11}$ 称为短路输入导纳,其中已经隐含了是对哪个端子进行的短接,不会引起混淆。另外,也可以将 $y_{11}$ 称为输出端短路时,输入端所测得的阻抗的倒数,但是用导纳来描述显得更加直接一些。该参数的名称并不重要,相反地,对于式(17.5)和式(17.6)的条件,即加到该网络的条件更加有意义,当加到网络的条件确定以后,可以通过分析(或者对实际电路进行实验)直接得到这些参数。令 $V_1 = 0$ (输入端短路)或者 $V_2 = 0$ (输出端短路),可以将每个 $y$ 参数表示为电流和电压的比值形式:

$$y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} \quad (17.10)$$

$$y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} \quad (17.11)$$

$$y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} \quad (17.12)$$

$$y_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0} \quad (17.13)$$

因为每个参数均为导纳,而且都是通过将输出端和输入端短路来得到,因此将 $y$ 参数称为短路导纳参数。 $y_{11}$ 的专门名称为短路输入导纳, $y_{22}$ 的专门名称为短路输出导纳, $y_{12}$ 和 $y_{21}$ 的专门名称为短路转移导纳。

**例题 17.4** 求出图 17.6(a)所示的阻性双端口网络的四个短路导纳参数

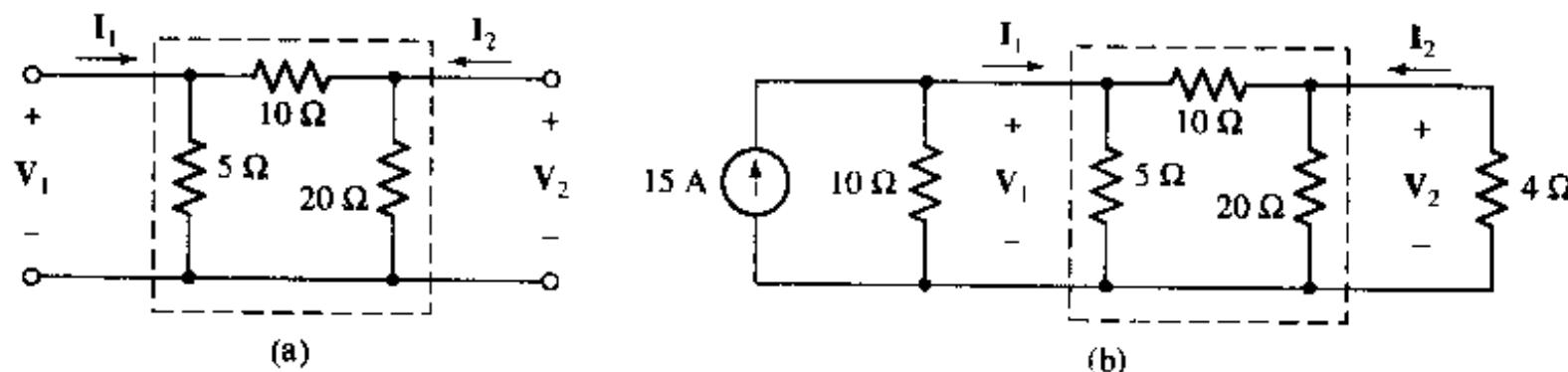


图 17.6 (a)阻性双端口网络;(b)在该阻性双端口网络两端分别接上单端口网络

使用式(17.10)到式(17.13)[这些公式可以直接从定义式(17.5)和式(17.6)得到],可以很容易得到这些参数。为了求出 $y_{11}$ ,将输出端短路并求 $I_1$ 和 $V_1$ 的比值,可以令 $V_1 = 1\text{ V}$ ,那么 $y_{11} = I_1$ 。观察图 17.6(a),很明显,输入端电压为 1 V 并且输出端短路时,输入电流为 $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10}\right)\text{ A}$ ,即 0.3 A。因此:

$$y_{11} = 0.3 \text{ S}$$

为了求  $y_{12}$ , 将输入端短路并在输出端接上 1 V 电压, 这时, 输入电流流过短路线并且  $I_1 = -\frac{1}{10} \text{ A}$ 。因此:

$$y_{12} = -0.1 \text{ S}$$

采用类似方法, 可以得到:

$$y_{21} = -0.1 \text{ S} \quad y_{22} = 0.15 \text{ S}$$

因此, 这个双端口网络可以用导纳参数方程描述为:

$$I_1 = 0.3V_1 - 0.1V_2 \quad (17.14)$$

$$I_2 = -0.1V_1 + 0.15V_2 \quad (17.15)$$

且

$$Y = \begin{bmatrix} 0.3 & -0.1 \\ -0.1 & 0.15 \end{bmatrix}$$

其实, 没有必要通过式(17.10)到式(17.13)逐个去求这些参数, 可以一次性地求出它们。

**例题 17.5** 给图 17.6(a)所示的网络指定节点电压  $V_1$  和  $V_2$ , 并用它们表示出  $I_1$  和  $I_2$

已知:

$$I_1 = \frac{V_1}{5} + \frac{V_1 - V_2}{10} = 0.3V_1 - 0.1V_2$$

以及:

$$I_2 = \frac{V_2 - V_1}{10} + \frac{V_2}{20} = -0.1V_1 + 0.15V_2$$

这两个方程与式(17.14)和式(17.15)是相同的, 而且可以从中直接看出 4 个  $y$  参数。

### 练习

17.3 将 1 V 电压源和短路线置于图 17.1 所示电路的合适位置, 求(a) $y_{11}$ ; (b) $y_{21}$ ; (c) $y_{22}$ ; (d) $y_{12}$ 。

**答案:** 0.1192 S; -0.1115 S; 0.1269 S; -0.1115 S

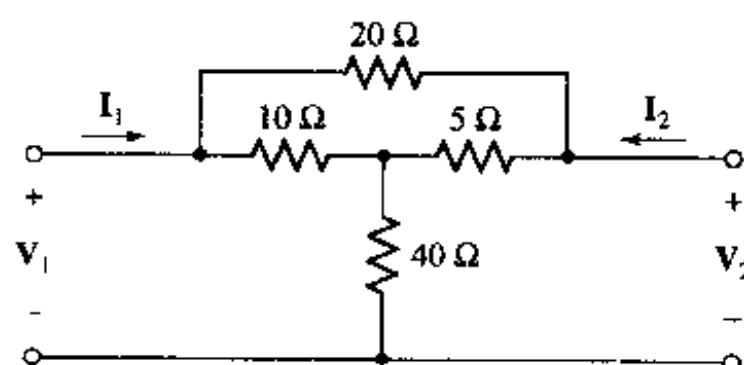


图 17.7

一般地, 当只需要求出一个参数的时候, 使用式(17.10)、式(17.11)、式(17.12)或式(17.13)简单一些。但是, 在需要求出所有参数的时候, 可以设定输入和输出节点电压为  $V_1$  和  $V_2$ , 然后设定其他相对于参考节点的内部节点电压, 然后求出一般解, 这样会更简单一些。

为了说明如何使用这组公式,现在分别在两个端口上接上一个单端口网络。图 17.6(b)所示的简单例子给出了将一个实际电流源接到输入端口,同时将一个阻性负载接到输出端的情形。这时, $V_1$  和  $I_1$  必然存在与双端口网络无关的某种关系,这个关系可以仅根据外部电路求出。如果将 KCL 应用于(或者说列出一个节点方程)输入端,则有:

$$I_1 = 15 - 0.1V_1$$

对于输出端,使用欧姆定律得:

$$I_2 = -0.25V_2$$

将式(17.14)和式(17.15)中的  $I_1$  和  $I_2$  代入上面两个方程,可以得到:

$$15 = 0.4V_1 - 0.1V_2$$

$$0 = -0.1V_1 + 0.4V_2$$

从中可以解得:

$$V_1 = 40 \text{ V} \quad V_2 = 10 \text{ V}$$

可以很容易地得到输出电流和输入电流:

$$I_1 = 11 \text{ A} \quad I_2 = -2.5 \text{ A}$$

于是可以知道这个阻性双端口网络完整的端口特性。

对于这样一个简单的例子,并不能很明显地显示出双端口网络分析的优点,但很显然,对于一个更加复杂的双端口网络,一旦其  $y$  参数已经确定,那么,不管将端口接上什么样的网络,均可以很容易地知道双端口网络的特性。因为这时只需要将输入端口的  $V_1$  和  $I_1$  联系起来,同时将输出端口的  $V_2$  和  $I_2$  联系起来即可。

在刚才那个例子中, $y_{12}$  和  $y_{21}$  相等(均等于  $-0.1 \text{ S}$ )。对于这个  $\Pi$  形网络,如果它的三个阻抗为一般的阻抗  $Z_A$ ,  $Z_B$  和  $Z_C$ ,不难得出同样的等量关系。但是对于一般的电路,推导使  $y_{12} = y_{21}$  的条件比较困难,不过可以使用行列式符号来推导。下面来看是否能将式(17.10)到式(17.13)用阻抗的行列式及其子式来表示。

因为这里只关心双端口网络而不关心它所连接的网络,因此可以用两个理想电压源来代表  $V_1$  和  $V_2$ 。通过令  $V_2 = 0$ (即将输出短路)并求输入阻抗,可以得到式(17.10),这时,原网络变成了一个单端口网络,而在上一章中已经知道怎样求出单端口网络的输入阻抗。选取回路 1,使之包含输入端,并令  $I_1$  为该回路的电流,令  $(-I_2)$  为回路 2 的电流,可以用任何合适的符号表示其他回路电流。这时:

$$Z_{in} \Big|_{V_2=0} = \frac{\Delta_Z}{\Delta_{11}}$$

因此:

$$y_{11} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta_Z}$$

类似地:

$$y_{22} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta_Z}$$

为了求出  $y_{12}$ , 令  $V_1 = 0$ , 然后将  $I_1$  表示成  $V_2$  的函数。可见  $I_1$  可以用下面的比值形式表示:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ -V_2 & Z_{22} & \cdots & Z_{2N} \\ 0 & Z_{32} & \cdots & Z_{3N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & Z_{N2} & \cdots & Z_{NN} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2N} \\ Z_{31} & Z_{32} & \cdots & Z_{3N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \cdots & Z_{NN} \end{vmatrix}}$$

因此:

$$I_1 = -\frac{(-V_2)\Delta_{21}}{\Delta_Z}$$

以及:

$$y_{12} = \frac{\Delta_{21}}{\Delta_Z}$$

类似的, 可以得到:

$$y_{21} = \frac{\Delta_{12}}{\Delta_Z}$$

可以看出,  $y_{12}$  是否和  $y_{21}$  相等取决于  $\Delta_Z$  的两个子式  $\Delta_{12}$  和  $\Delta_{21}$  是否相等。这两个子式为:

$$\Delta_{21} = \begin{vmatrix} Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} & \cdots & Z_{1N} \\ Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} & \cdots & Z_{2N} \\ Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} & \cdots & Z_{3N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Z_{N2} & Z_{N3} & Z_{N4} & \cdots & Z_{NN} \end{vmatrix}$$

和

$$\Delta_{12} = \begin{vmatrix} Z_{21} & Z_{23} & Z_{24} & \cdots & Z_{2N} \\ Z_{31} & Z_{33} & Z_{34} & \cdots & Z_{3N} \\ Z_{41} & Z_{43} & Z_{44} & \cdots & Z_{4N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Z_{N1} & Z_{N3} & Z_{N4} & \cdots & Z_{NN} \end{vmatrix}$$

首先将其中一个子式(比如  $\Delta_{21}$ )的行列互换, 这样不会改变行列式的值(任何一本大学代数课本中都能找到其证明), 然后将每个互阻抗  $Z_{ij}$  替换为  $Z_{ji}$ , 即令:

$$Z_{12} = Z_{21} \quad Z_{23} = Z_{32} \quad \text{等等}$$

对于三种熟悉的无源元件, 即电阻、电容和电感来说,  $Z_{ij}$  和  $Z_{ji}$  显然是相等的, 对于互感而言, 它们也是相等的。但是, 并不是所有的双端口网络都满足这样的关系, 比如受控源就不满足这个

关系,回转器也不满足(回转器是对霍尔效应器件和含有铁氧体的波导进行建模的有用模型)。在比较窄的角频率范围内,从回转器输出端向输入端传输的信号比沿相反方向传输的信号附加 $180^\circ$ 的相位差,因此  $y_{12} = -y_{21}$ 。可是,有一类称为非线性元件的常见无源元件,它们不满足  $Z_y$  等于  $Z_\mu$ 。

满足  $Z_y = Z_\mu$  的元件称为双向元件,只包含双向元件的电路称为双向电路。因此,可以看到双向双端口网络的一个很重要的特性为:

$$y_{12} = y_{21}$$

根据这个特性,可以得到互易定理:

对于任何线性无源双向网络,如果支路  $x$  中的唯一的电压源  $V_x$  在支路  $y$  中产生的电流为  $I_y$ ,那么将电压源从支路  $x$  移到支路  $y$  后,将在支路  $x$  中产生的电流响应为  $I_y$ 。

这个定理可以用一种简单的方法描述为:对于任何线性无源双向电路,将理想电压源和理想安培表的位置互换,安培表的读数不变。

如果所考虑的是电路的导纳行列式,并且已经证明导纳行列式  $\Delta_Y$  的子式  $\Delta_{21}$  和  $\Delta_{12}$  相等,那么可以得到互易定理的对偶形式:

对于任何线性无源双向网络,如果节点  $x$  和  $x'$  之间的唯一的电流源  $I_x$  在节点  $y$  和  $y'$  之间产生的电压为  $V_y$ ,那么将电流源从节点  $x$  和  $x'$  之间移到  $y$  和  $y'$  之间后,将在节点  $x$  和  $x'$  之间产生的电压响应为  $V_y$ 。

换句话说,对于任何线性无源双向电路,将理想电流源和理想伏特表的位置互换,伏特表的读数不变。

下一节将重点讨论双端口网络包含受控源时的情形。

### 练习

- 17.4 对于图 17.7 所示电路,设  $I_1$  和  $I_2$  为理想电流源,设输入端的电压为  $V_1$ ,输出端的电压为  $V_2$ , $V_z$  为中央的节点到参考点的电压。列出三个节点方程,然后消去  $V_z$  得到两个方程,再将它们整理成式(17.5)和式(17.6)的形式使得可以从中直接读取所有的  $y$  参数。

- 17.5 求图 17.8 所示的双端口网络的  $y$  参数。

**答案:** 17.4:  $\begin{bmatrix} 0.1192 & -0.1115 \\ -0.1115 & 0.1269 \end{bmatrix}$  (单位均为 S); 17.5:  $\begin{bmatrix} 0.6 & 0 \\ -0.2 & 0.2 \end{bmatrix}$  (单位均为 S)。

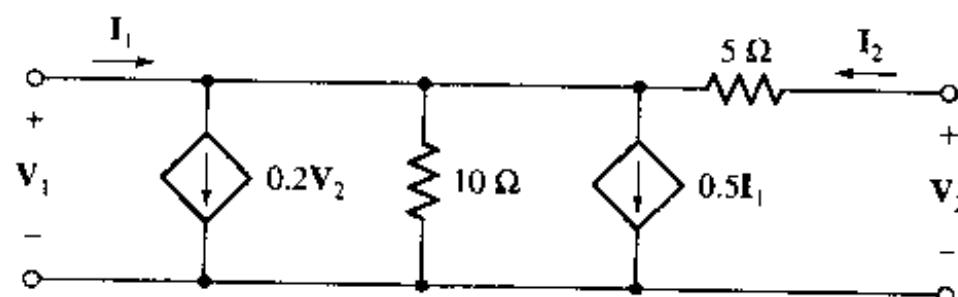


图 17.8

## 17.4 几个等效网络

分析电子电路时,通常有必要将一些有源设备(或者同时包含无源电路)用一个等效的双端口网络来替换,这个双端口网络一般只包含三到四个阻抗。这里说的等效可以只局限于小信号而且单频的情况,或者是在一个非常窄的频率范围内,也可以是非线性电路的线性近似。然而,如果要分析的是包含许多电阻、电容和电感,同时还含有晶体管(比如 2N3823)的电路,那么不管使用以前学过的什么方法,都没法分析这个电路。如果要分析这样的电路,首先必须将晶体管用其线性模型来替换,就像在第 6 章中用线性模型来替换运放那样。对于通常工作在高频的那些双端口网络来说,y 参数模型就是这样的一种线性模型。另一种常用的晶体管线性模型将在 17.6 节中介绍。

下面是两个定义短路导纳参数的方程:

$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2 \quad (17.16)$$

$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2 \quad (17.17)$$

式(17.16)与式(17.17)的形式与含有两个非参考节点电路的节点方程的形式类似。一般来说,当  $y_{12}$  和  $y_{21}$  不相等时,求与式(17.16)和式(17.17)等效的电路比较困难,这时需要一些技巧来得到一对相等的互系数。通过加上并减去  $y_{12}V_1$ [因为我们希望在式(17.17)的右边看到这一项],得:

$$I_2 = y_{12}V_1 + y_{22}V_2 + (y_{21} - y_{12})V_1 \quad (17.18)$$

即

$$I_2 - (y_{21} - y_{12})V_1 = y_{12}V_1 + y_{22}V_2 \quad (17.19)$$

这时,式(17.16)和式(17.19)的右边满足了双向电路的对称性。式(17.19)的左边可以看做是两个电流源的代数和,其中一个是流入节点 2 的独立源电流  $I_2$ ,另一个是流出节点 2 的受控源电流  $(y_{21} - y_{12})V_1$ 。

下面来看式(17.16)和式(17.19)所表示的等效网络。首先指定一个参考节点,然后指定  $V_1$  和  $V_2$ 。根据式(17.16),令电流  $I_1$  流入节点 1,然后在节点 1 和节点 2 之间放置一个互导纳  $(-y_{12})$ ,在节点 1 和参考节点之间放置导纳  $(y_{11} + y_{12})$ 。当  $V_2 = 0$  时, $I_1$  与  $V_1$  的比值确实等于  $y_{11}$ 。现在来看式(17.19),令电流  $I_2$  流入第二个节点,并使电流  $(y_{21} - y_{12})V_1$  流出该节点,注意到,两个节点之间已经放置了合适的导纳  $(-y_{12})$ ,然后,在节点 2 和参考点之间放置导纳  $(y_{22} + y_{12})$ 。完成后的电路如图 17.9(a)所示。

通过在式(17.16)右边减去然后加上  $y_{21}V_2$ ,可以得到另一个等效网络,如图 17.9(b)所示。

如果双端口网络是双向的,那么  $y_{12} = y_{21}$ ,则这两个等效网络均可以简化为一个简单的无源  $\Pi$  形网络,它不含受控源。等效的双向双端口网络如图 17.9(c)所示。

这些等效电路可以用于不同的场合。前面已经证明了对于任何复杂的双端口网络,不管它含有多少节点和回路,都存在一个与之等效的双端口网络,而且这个等效的双端口网络不会比图 17.9 所示的电路复杂。如果只对给定网络的端口特性感兴趣的话,那么使用这些等效电路中的某一个可能会比直接使用原网络要简单得多。

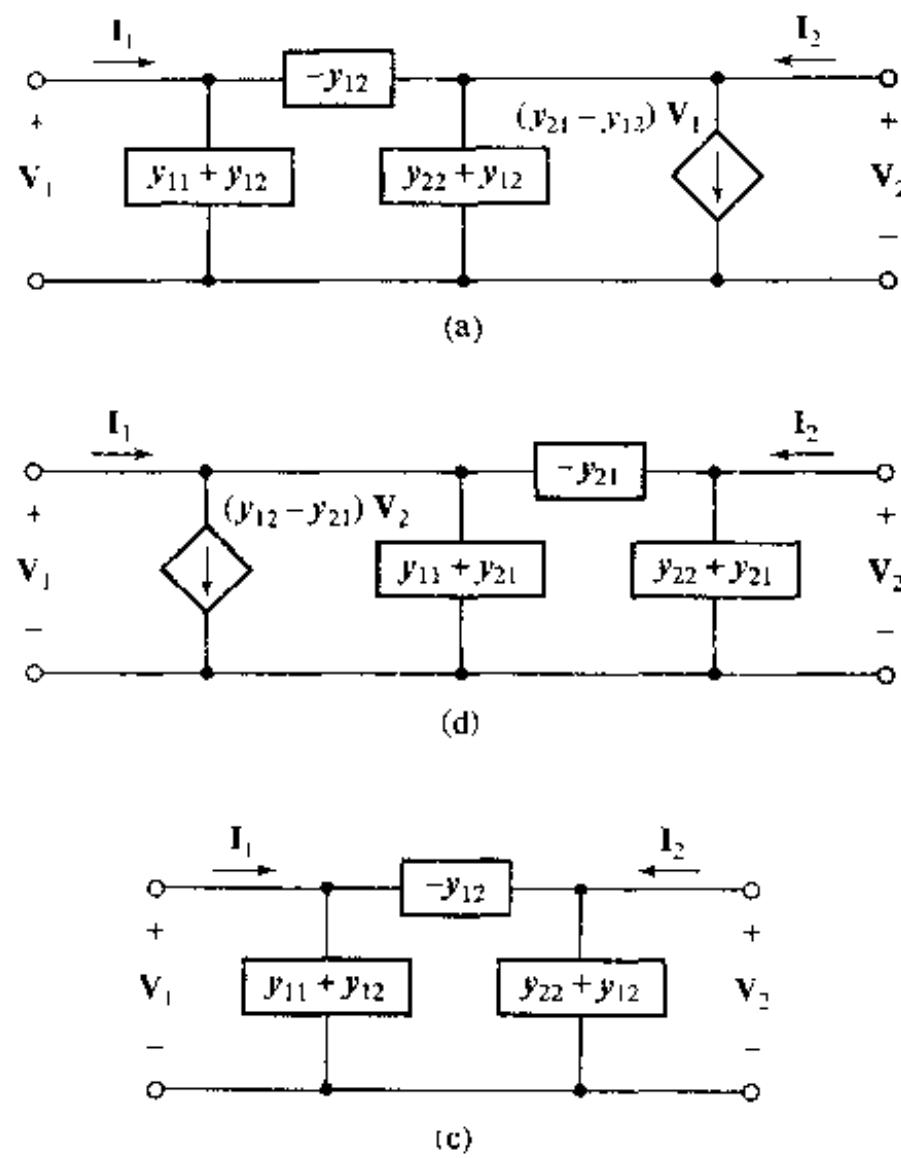


图 17.9 (a), (b) 与线性双端口网络等效的双端口。其中(a)中的受控源受控于  $V_1$ ; (b) 中的受控源受控于  $V_2$ ; (c) 互易网络的等效网络

图 17.10(a)所示的三端网络通常称为阻抗的  $\Delta$  形连接, 而图 17.10(b)则称为  $Y$  形连接。当这些阻抗之间满足某些条件的时候, 这两种连接形式可以相互转换, 使用  $y$  参数可以得到相互转换需要满足的条件。可以得到:

$$y_{11} = \frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} = \frac{1}{Z_1 + Z_2 Z_3 / (Z_2 + Z_3)}$$

$$y_{12} = y_{21} = -\frac{1}{Z_B} = -\frac{Z_3}{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}$$

$$y_{22} = \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_B} = \frac{1}{Z_2 + Z_1 Z_3 / (Z_1 + Z_3)}$$

求解这些方程, 可以将  $Z_A$ ,  $Z_B$  和  $Z_C$  用  $Z_1$ ,  $Z_2$  和  $Z_3$  来表示:

$$Z_A = \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_2} \quad (17.20)$$

$$Z_B = \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_3} \quad (17.21)$$

$$Z_C = \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_1} \quad (17.22)$$

也可以得到相反的关系：

$$\mathbf{Z}_1 = \frac{\mathbf{Z}_A \mathbf{Z}_B}{\mathbf{Z}_A + \mathbf{Z}_B + \mathbf{Z}_C} \quad (17.23)$$

$$\mathbf{Z}_2 = \frac{\mathbf{Z}_B \mathbf{Z}_C}{\mathbf{Z}_A + \mathbf{Z}_B + \mathbf{Z}_C} \quad (17.24)$$

$$\mathbf{Z}_3 = \frac{\mathbf{Z}_C \mathbf{Z}_A}{\mathbf{Z}_A + \mathbf{Z}_B + \mathbf{Z}_C} \quad (17.25)$$

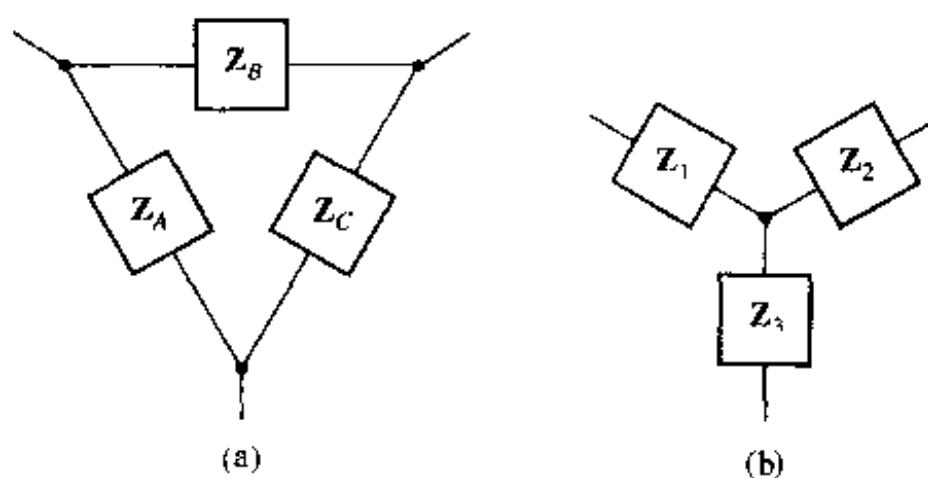


图 17.10 如果图中的 6 个电阻满足 Y-Δ(或 Π-T)变换的条件, 即满足式(17.20)到式(17.25), 则三端△形网络(a)与三端Y形网络(b)相互等效

读者可以回想起第 5 章中曾经使用过这些关系, 但那时并没有给出详细推导。

使用这些公式, 可以方便地对 Y 形和 Δ 形网络进行相互转换, 这个过程称为 Y-Δ 转换(或者可以称为 Π-T 转换, 如果网络是按照这样的字母形式画出的话)。从 Y 形转换为 Δ 形时, 采用式(17.20)到式(17.22), 首先求出它们公共的分子, 它等于 Y 形网络中的阻抗两两相乘然后相加的结果。然后将此分子分别除以与要求的 Δ 形网络阻抗没有公共节点的 Y 形网络阻抗, 就可以得到 Δ 形网络的各个阻抗。相反地, 给定 Δ 形网络, 首先将其三个阻抗相加, 然后用它去除两个 Δ 阻抗的乘积, 就可以求得与这两个相乘的 Δ 形网络阻抗均有公共节点的 Y 形网络的阻抗。

在化简无源网络时, 特别是在化简阻性网络时, 这些变换通常很有用, 因为使用它们通常可以避免进行网孔分析或者节点分析。

#### 例题 17.6 求图 17.11(a)所示电路的输入电阻

首先对图 17.11(a)上端的 Δ 形连接进行 Δ-Y 转换。Δ 形连接的三个电阻的和为  $1 + 4 + 3 = 8 \Omega$ 。与顶端节点相连的两个电阻的乘积为  $1 \times 4 = 4 \Omega^2$ 。因此, Y 形连接的上端的电阻为  $\frac{4}{8} \Omega$  或  $\frac{1}{2} \Omega$ 。用同样的方法可以求出另外两个电阻, 于是可以得到图 17.11(b)所示的网络。

然后将得到的串并联电路合并, 可以得到图 17.11(c)和图 17.11(d)所示的网络。因此, 图 17.11(a)所示的网络的输入电阻为  $\frac{159}{71} \Omega$  或  $2.24 \Omega$ 。

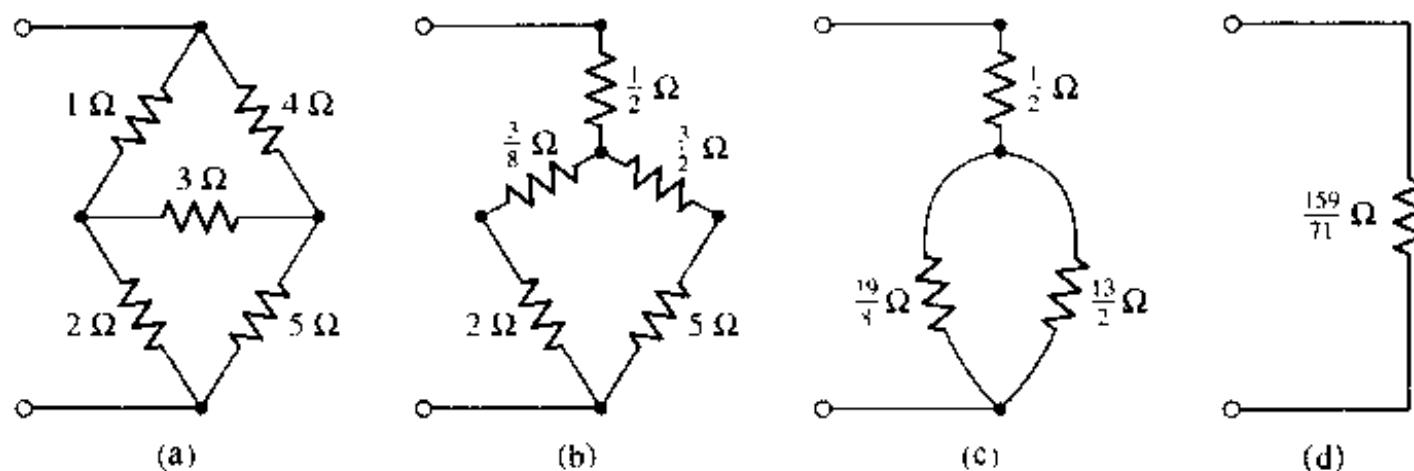


图 17.11 (a) 一个阻性网络,求其输入电阻,第5章中曾经讨论过这个网络;(b)用等效Y形连接替换上面的 $\Delta$ 形连接;(c),(d)转化为串并联连接后,最后可以得到等效输入电阻为 $\frac{159}{71}\Omega$

下面来看一个比较复杂的例子,如图 17.12 所示。该电路含有一个受控源,因此,Y- $\Delta$ 转换将不再适用。

**例题 17.7** 图 17.12 所示的电路可以看做是晶体管放大器的近似线性等效电路,其中发射极对应于图中下端的节点,基极对应于输入端上端的节点,集电极对应于输出端上端的节点。在某些特殊的应用场合下,集电极和基极之间连接了一个 $2000\Omega$ 的电阻,这使得分析电路时变得更加困难。求出这个电路的 y 参数

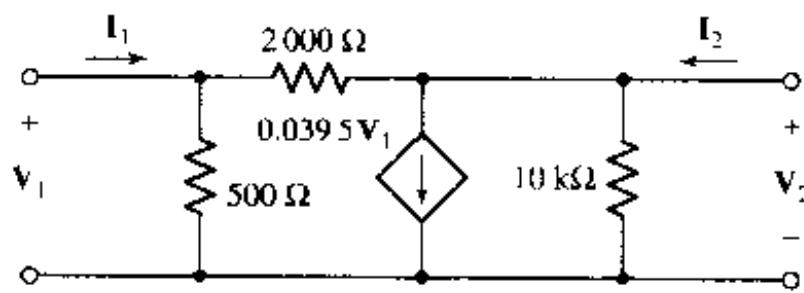


图 17.12 带反馈的晶体管共发射极电路的等效电路,其中反馈电阻接在集电极和基极之间

● 弄清问题的目标:

避开具体的电路术语,可以将该网络看做是一个双端口网络,需要求出其 y 参数。

● 收集已知信息:

图 17.12 标出了双端口网络的  $V_1, I_1, V_2$  和  $I_2$ ,而且给出了每个元件的参数。

● 选择最适合问题的已有方法:

可以用几种办法来分析这个电路。如果能够看出它的形式与图 17.9(a)所示的等效电路的形式一样的话,那么立刻就可以得出其 y 参数。如果不能立刻看出这一点,那么可以通过使用关系式(17.10)到式(17.13)来求该双端口网络的 y 参数。也可以不使用双端口网络的分析方法,直接列出方程组。

● 建立适当的方程组:

将该电路与图 17.9(a)所示电路进行比较,可以发现  $-y_{21}$  对应于  $2\text{k}\Omega$  电阻的导纳,  $y_{11} + y_{12}$  对应于  $500\Omega$  电阻的导纳,  $y_{21} - y_{12}$  对应于受控电流源的增益,  $y_{22} + y_{12}$  对应于  $10\text{k}\Omega$  电阻的导纳。因此可以得到:

$$y_{12} = -\frac{1}{2000}$$

$$y_{11} = \frac{1}{500} - y_{12}$$

$$y_{21} = 0.0395 + y_{12}$$

$$y_{22} = \frac{1}{10000} - y_{12}$$

● 确定是否还需要其他信息：

从上面列出的方程可以看出，如果求出了  $y_{12}$  的值，就可以求出剩下的  $y$  参数的值。

● 试解：

将这些数字输入计算器中，可以得到：

$$y_{12} = -\frac{1}{2000} = -0.5 \text{ mS}$$

$$y_{11} = \frac{1}{500} - \left(-\frac{1}{2000}\right) = 2.5 \text{ mS}$$

$$y_{22} = \frac{1}{10000} - \left(-\frac{1}{2000}\right) = 0.6 \text{ mS}$$

以及：

$$y_{21} = 0.0395 + \left(-\frac{1}{2000}\right) = 39 \text{ mS}$$

最后可以得到下面的方程组：

$$I_1 = 2.5V_1 - 0.5V_2 \quad (17.26)$$

$$I_2 = 39V_1 + 0.6V_2 \quad (17.27)$$

上述方程使用的单位是 mA, V 和 mS 或 kΩ。

● 证实所得解是否合理和满足要求：

直接写出节点方程为：

$$I_1 = \frac{V_1 - V_2}{2} + \frac{V_1}{0.5} \quad \text{或} \quad I_1 = 2.5V_1 - 0.5V_2$$

和

$$-39.5V_1 + I_2 = \frac{V_2 - V_1}{2} + \frac{V_2}{10} \quad \text{或} \quad I_2 = 39V_1 + 0.6V_2$$

这与根据  $y$  参数列出的式(17.26)和式(17.27)一致。

下面用式(17.26)和式(17.27)来分析在几种不同的工作情况下，这个双端口网络的特性如何。首先在输入端接上  $1/0^\circ$  mA 电流源，在输出端接上  $0.5 \text{ k}\Omega$  ( $2 \text{ mS}$ ) 的负载。两个端口所连接的网络均为单端口网络，且  $I_1$  和  $V_1$  以及  $I_2$  和  $V_2$  之间满足下面的关系：

$$I_1 = 1 \quad (\text{对任何 } V_1) \quad I_2 = -2V_2$$

现在一共有 4 个方程以及 4 个未知数  $V_1, V_2, I_1$  和  $I_2$ 。将这两个单端口网络的方程代入式(17.26)和式(17.27)中，可以得到关于  $V_1$  和  $V_2$  的方程组：

$$1 = 2.5V_1 - 0.5V_2 \quad 0 = 39V_1 + 2.6V_2$$

解之, 可得:

$$\begin{aligned} V_1 &= 0.1 \text{ V} & V_2 &= -1.5 \text{ V} \\ I_1 &= 1 \text{ mA} & I_2 &= 3 \text{ mA} \end{aligned}$$

这 4 个值是在指定双端口网络的电流( $I_1 = 1 \text{ mA}$ )和负载( $R_L = 0.5 \Omega$ )的情况下得到的。

放大器的性能通常用一些参数来描述。下面来计算这个双端口网络及其连接电路的 4 个反映放大器性能的参数——定义并计算电压增益、电流增益、功率增益和输入阻抗。

电压增益  $G_v$  定义为:

$$G_v = \frac{V_2}{V_1}$$

对于上面的数值例子, 不难计算出其  $G_v = -15$ 。

电流增益  $G_I$  定义为:

$$G_I = \frac{I_2}{I_1}$$

对于上面的数值例子:

$$G_I = 3$$

然后来定义并计算在正弦激励下的功率增益  $G_P$ :

$$G_P = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = \frac{\text{Re}\left[-\frac{1}{2}V_2 I_2^*\right]}{\text{Re}\left[\frac{1}{2}V_1 I_1^*\right]} = 45$$

因为上面这几种增益均大于 1, 因此既可以将这个设备称为电压放大器, 也可以将其称为电流放大器或者功率放大器。如果将  $2 \text{ k}\Omega$  的电阻去掉, 则功率增益将增大至 354。

当放大器与其他设备级联时, 为了从前级获得最大的输入功率或者给后级输出最大的功率, 通常需要计算其输入阻抗和输出阻抗。输入阻抗  $Z_{\text{in}}$  定义为输入电压和输入电流的比值:

$$Z_{\text{in}} = \frac{V_1}{I_1} = 0.1 \text{ k}\Omega$$

这是输出端接上  $500 \Omega$  的负载后电流源看到的阻抗(当输出端短路时, 输入阻抗为  $1/y_{\text{in}}$ , 即  $400 \Omega$ )

需要注意的是, 不能通过将每个电源用其内阻抗替换, 然后采用合并电阻或者电导的办法来求输入阻抗。对于上面这个电路, 如果用这样的办法去求, 将得到输入阻抗为  $416 \Omega$ , 出现这个错误是因为将受控源当做独立源看待。如果我们认为输入阻抗在数值上等于当输入电流为 1 A 时输入端的电压值, 那么这个 1 A 电流源将使得输入电压  $V_1$  不为 0, 于是受控源( $0.0395V_1$ )的作用不可能为零。应该还记得, 在计算含有受控源以及独立源的电路的戴维南等效阻抗时, 必须将独立源用短路线或者开路替换, 但是不能采用同样的方法替换受控源。当然, 如果受控源的控制电压或者控制电流为零时, 那么受控源本身就不起作用了, 发现并利用这种情况有时可以简化电路。

除了  $G_v$ ,  $G_I$ ,  $G_P$  和  $Z_{\text{in}}$ , 还有其他一些非常有用的性能参数, 其中包括输出阻抗  $Z_{\text{out}}$ , 需要采用不同的电路结构来求出。

输出阻抗指的是从负载看进去的电路的戴维南等效阻抗。对于前面所讨论的电路,原先假定它受到一个  $1/0^\circ$  mA 电流源的驱动,现在将这个电流源开路并保留受控源,然后求从输出端往左看进去的输入阻抗(移去负载)。因此,定义:

$$Z_{out} = V_2 |_{I_2=0}$$

于是,移去负载电阻,并在输出端接上  $1/0^\circ$  mA 的电流源,然后求  $V_2$ (这里使用的单位是 V, mA 和  $k\Omega$ )。将这些条件代入式(17.26)和式(17.27),可得:

$$0 = 2.5V_1 - 0.5V_2 \quad 1 = 39V_1 + 0.6V_2$$

解之得:

$$V_2 = 0.1190 \text{ V}$$

于是:

$$Z_{out} = 0.1190 \text{ k}\Omega$$

另外一种求输出阻抗的办法是先求出开路输出电压及短路输出电流,这时戴维南阻抗即为输出阻抗:

$$Z_{out} = Z_{th} = -\frac{V_{2oc}}{I_{2sc}}$$

采用这种方法,再次使用 1 mA 的独立源并将负载断开,即  $I_1 = 1 \text{ mA}, I_2 = 0$ 。这时,有:

$$1 = 2.5V_1 - 0.5V_2 \quad 0 = 39V_1 + 0.6V_2$$

因此:

$$V_{2oc} = -1.857 \text{ V}$$

然后,使用同样的电流源并将输出端短路,即  $I_1 = 1 \text{ mA}, V_2 = 0$ 。这时可以得到:

$$I_1 = 1 = 2.5V_1 - 0 \quad I_2 = 39V_1 + 0$$

因此:

$$I_{2sc} = 15.6 \text{ mA}$$

遵循  $V_2$  和  $I_2$  设定的方向,可以得到戴维南阻抗或者说是输出阻抗为:

$$Z_{out} = -\frac{V_{2oc}}{I_{2sc}} = -\frac{-1.857}{15.6} = 0.1190 \text{ k}\Omega$$

这和前面求得的结果一致。

现在已经有足够的信息来画出图 17.12 所示的双端口网络在  $1/0^\circ$  mA 电流源驱动下,负载为  $500 \Omega$  时的戴维南等效电路或者诺顿等效电路了。这时,从负载看进去的诺顿等效电路必然包含一个大小等于短路电流  $I_{2sc}$  的电流源,它与输出阻抗并联,如图 17.13(a)所示。而从  $1/0^\circ$  mA 电流源看过去的戴维南等效电路则只包含输入阻抗,如图 17.13(b)所示。

在结束  $y$  参数的讨论之前,应该知道它们在描述双端口网络并联连接时的作用,双端口网络的并联如图 17.14 所示。17.2 节中给出端口的定义时,曾经强调过流入和流出端口的两个端子的电流必须相等,并且不能使用外部连接将两个端口连接起来,显然图 17.14 所示的并联连接并不满足这个条件,但是,如果每个双口的输出端口和输入端口均有公共参考节点,而且如果它们并联后仍然有公共参考节点的话,那么并联后所有的端口仍然是端口。这时,对于网络 A,有:

$$I_A = y_A V_A$$

其中：

$$\mathbf{I}_A = \begin{bmatrix} I_{A1} \\ I_{A2} \end{bmatrix} \quad \text{和} \quad \mathbf{V}_A = \begin{bmatrix} V_{A1} \\ V_{A2} \end{bmatrix}$$

对于网络  $B$ , 有：

$$\mathbf{I}_B = \mathbf{y}_B \mathbf{V}_B$$

但是：

$$\mathbf{V}_A = \mathbf{V}_B = \mathbf{V} \quad \text{和} \quad \mathbf{I} = \mathbf{I}_A + \mathbf{I}_B$$

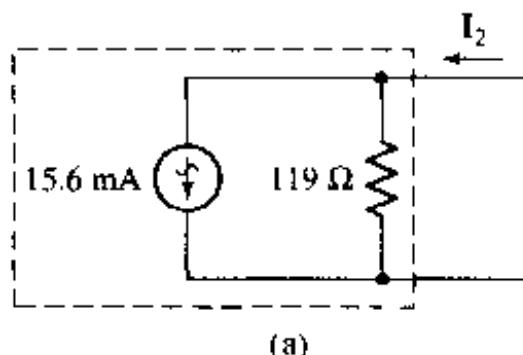
因此：

$$\mathbf{I} = (\mathbf{y}_A + \mathbf{y}_B) \mathbf{V}$$

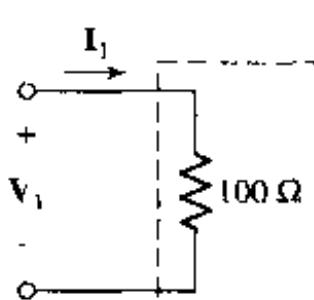
可以看到,这个并联网络的每个  $y$  参数等于各个子网络相应的  $y$  参数之和,即:

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}_A + \mathbf{y}_B \quad (17.28)$$

很显然,可以将这个关系推广到任意多个双端口网络并联的情况。



(a)



(b)

图 17.13 (a)图17.12所示网络从输出端往左看进去的诺顿等效电路,  $I_1 = 1/\underline{0^\circ} \text{mA}$ ;  
(b)  $I_2 = -2V_2$  时, 图17.12所示网络从输入端往右看过去的戴维南等效电路

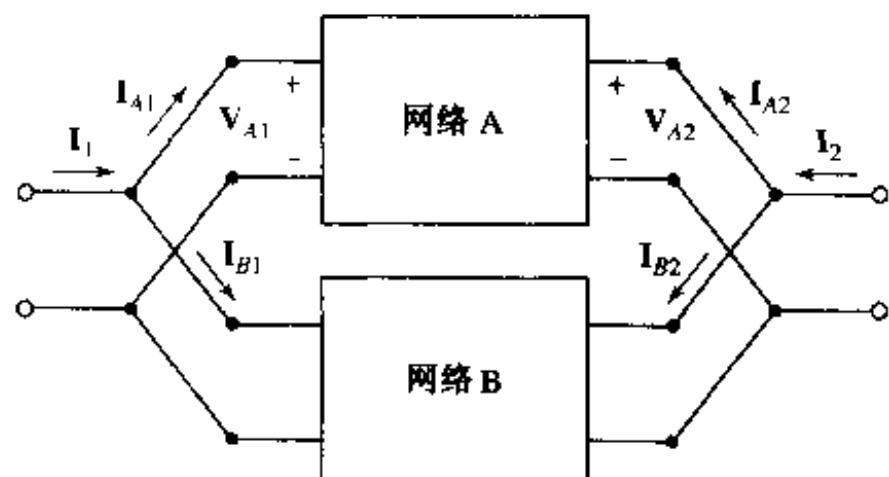


图 17.14 两个双端口网络的并联。如果输出端口和输入端口有公共参考节点, 则其导纳矩阵为  $\mathbf{y} = \mathbf{y}_A + \mathbf{y}_B$

## 练习

17.6 求图 17.15 所示的双端口网络的  $y$  参数及输出阻抗  $Z_{out}$ 。

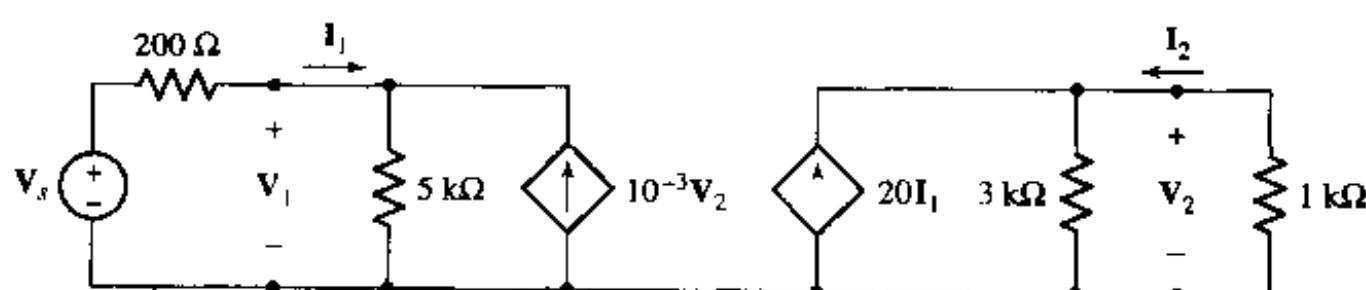


图 17.15

17.7 使用 $\Delta$ -Y变换和Y- $\Delta$ 变换,求(a)图17.16(a)所示的网络的 $R_{in}$ ;(b)图17.16(b)所示网络的 $R_{in}$

答案:17.6:  $\begin{bmatrix} 2 \times 10^{-4} & -10^{-3} \\ -4 \times 10^{-3} & 20.3 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$  (S), 51.1  $\Omega$ ; 17.7: 53.71  $\Omega$ , 1.311  $\Omega$

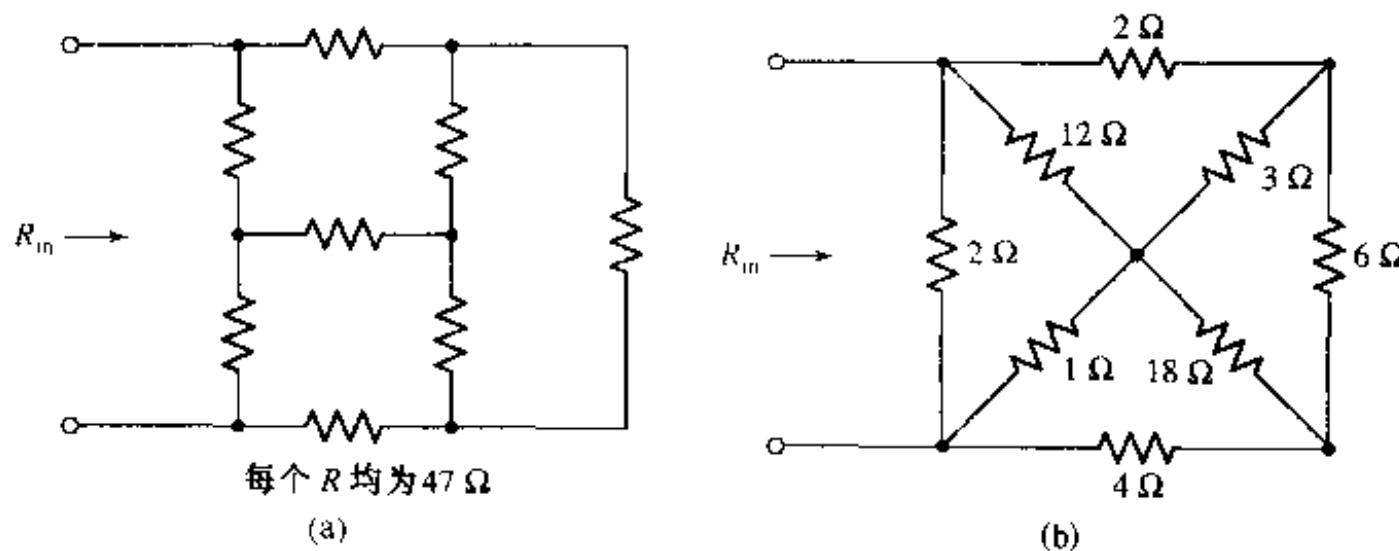


图 17.16

## 17.5 阻抗参数

前面用短路导纳参数介绍了双端口网络参数的概念。此外,还有其他的双端口网络参数,每种参数都和某种特定类型的网络相关,在分析这类网络时,采用合适的参数可以使得分析过程最为简单。下面将考虑另外三种参数,它们分别是开路阻抗参数(这将在本节中讨论)、混合参数和传输参数,它们将在后面讨论。

首先以一个不包含任何独立源的电路开始进行分析,这里和以前(图17.5)一样设定电流和电压。现在将电压 $V_1$ 看做是由两个电流源 $I_1$ 和 $I_2$ 共同产生的,因此,可以将 $V_1$ 表示为:

$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \quad (17.29)$$

类似地,对于 $V_2$ 有:

$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \quad (17.30)$$

或者写成:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \mathbf{z}\mathbf{I} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (17.31)$$

当然,在使用这两个方程时, $I_1$ 和 $I_2$ 不必是电流源, $V_1$ 和 $V_2$ 也不必是电压源。通常,双端口网络的两端可以连接任何网络。根据上面的方程形式,读者很可能会以为 $V_1$ 和 $V_2$ 为给定的量或者说自变量,而 $I_1$ 和 $I_2$ 为未知量,或者说因变量,其实并不是这样的。

事实上,用两个方程将这4个量关联起来的方法可以有6种,每一种都定义了不同的参数,只研究这6种参数中最常用的4种。

最能描述 $\mathbf{z}$ 参数含义的定义由式(17.29)和式(17.30)给出,分别令各个电流为零,可以得到:

$$\mathbf{z}_{11} = \left. \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{I}_1} \right|_{\mathbf{I}_2=0} \quad (17.32)$$

$$\mathbf{z}_{12} = \left. \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{I}_2} \right|_{\mathbf{I}_1=0} \quad (17.33)$$

$$\mathbf{z}_{21} = \left. \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{I}_1} \right|_{\mathbf{I}_2=0} \quad (17.34)$$

$$\mathbf{z}_{22} = \left. \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{I}_2} \right|_{\mathbf{I}_1=0} \quad (17.35)$$

因为电流等于零相当于端口开路,因此  $\mathbf{z}$  参数被称为开路阻抗参数。通过求解式(17.29)和式(17.30)中的  $\mathbf{I}_1$  和  $\mathbf{I}_2$ ,可以求得开路阻抗参数与短路导纳参数之间的关系:

$$\mathbf{I}_1 = \begin{vmatrix} \mathbf{V}_1 & \mathbf{z}_{12} \\ \mathbf{V}_2 & \mathbf{z}_{22} \\ \mathbf{z}_{11} & \mathbf{z}_{12} \\ \mathbf{z}_{21} & \mathbf{z}_{22} \end{vmatrix}$$

即

$$\mathbf{I}_1 = \left( \frac{\mathbf{z}_{22}}{\mathbf{z}_{11}\mathbf{z}_{22} - \mathbf{z}_{12}\mathbf{z}_{21}} \right) \mathbf{V}_1 - \left( \frac{\mathbf{z}_{12}}{\mathbf{z}_{11}\mathbf{z}_{22} - \mathbf{z}_{12}\mathbf{z}_{21}} \right) \mathbf{V}_2$$

使用行列式记号,并且注意下标为小写字母  $\mathbf{z}$ ,同时假定  $\Delta_z \neq 0$ ,可以得到:

$$\mathbf{y}_{11} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta_z} = \frac{\mathbf{z}_{22}}{\Delta_z} \quad \mathbf{y}_{12} = -\frac{\Delta_{21}}{\Delta_z} = -\frac{\mathbf{z}_{12}}{\Delta_z}$$

通过求出  $\mathbf{I}_2$ ,然后可以得到:

$$\mathbf{y}_{21} = -\frac{\Delta_{12}}{\Delta_z} = -\frac{\mathbf{z}_{21}}{\Delta_z} \quad \mathbf{y}_{22} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta_z} = \frac{\mathbf{z}_{11}}{\Delta_z}$$

类似地,可以用  $\mathbf{y}$  参数表示  $\mathbf{z}$  参数。各种参数之间可以相互转换,有许多这样的转换公式。表 17.1 给出了  $\mathbf{y}$  参数和  $\mathbf{z}$  参数(以及后面将要讨论的  $\mathbf{h}$  参数和  $\mathbf{t}$  参数)之间的变换作为参考。

如果双端口网络为双向网络,那么它具有互易性,这时不难证明  $\mathbf{z}_{12}$  等于  $\mathbf{z}_{21}$ 。

考察式(17.29)和式(17.30),同样可以得到其等效电路,只要对式(17.30)加上并减去  $\mathbf{z}_{12}\mathbf{I}_1$  或者对式(17.29)加上并减去  $\mathbf{z}_{21}\mathbf{I}_2$  即可。两种等效电路均含有一个受控电压源。

这里不去推导这个等效关系,而是考虑一个更加一般的例子。考虑能否构造一个从双端口网络输出端看过来的通用戴维南等效电路?首先有必要指定一个输入电路,将这个输入电路取为独立电压源  $\mathbf{V}_s$ (上端为正),其内阻为  $\mathbf{Z}_s$  串联,这时:

$$\mathbf{V}_s = \mathbf{V}_1 + \mathbf{I}_1 \mathbf{Z}_s$$

将其与式(17.29)和式(17.30)联立,消去  $\mathbf{V}_1$  和  $\mathbf{I}_1$ ,然后得到:

$$\mathbf{V}_2 = \frac{\mathbf{z}_{21}}{\mathbf{z}_{11} + \mathbf{Z}_s} \mathbf{V}_s + \left( \mathbf{z}_{22} - \frac{\mathbf{z}_{12}\mathbf{z}_{21}}{\mathbf{z}_{11} + \mathbf{Z}_s} \right) \mathbf{I}_2$$

根据这个方程,可以直接画出戴维南等效电路,如图 17.17 所示。将输出阻抗用 z 参数表示为:

$$Z_{out} = Z_{22} - \frac{Z_{12}Z_{21}}{Z_{11} + Z_g}$$

表 17.1 y,z,h 和 t 参数之间的变换

	y		z		h		t	
y	$y_{11}$	$y_{12}$	$\frac{z_{22}}{\Delta_z}$	$\frac{-z_{12}}{\Delta_z}$	$\frac{1}{h_{11}}$	$\frac{-h_{12}}{h_{11}}$	$\frac{t_{22}}{t_{12}}$	$\frac{-\Delta_t}{t_{12}}$
	$y_{21}$	$y_{22}$	$\frac{-z_{21}}{\Delta_z}$	$\frac{z_{11}}{\Delta_z}$	$\frac{h_{21}}{h_{11}}$	$\frac{\Delta_h}{h_{11}}$	$\frac{-1}{t_{12}}$	$\frac{t_{11}}{t_{12}}$
z	$\frac{y_{22}}{\Delta_y}$	$\frac{-y_{12}}{\Delta_y}$	$z_{11}$	$z_{12}$	$\frac{\Delta_z}{h_{22}}$	$\frac{h_{12}}{h_{22}}$	$\frac{t_{11}}{t_{21}}$	$\frac{\Delta_t}{t_{21}}$
	$\frac{-y_{21}}{\Delta_y}$	$\frac{y_{11}}{\Delta_y}$	$z_{21}$	$z_{22}$	$\frac{-h_{21}}{h_{22}}$	$\frac{1}{h_{22}}$	$\frac{1}{t_{21}}$	$\frac{t_{22}}{t_{21}}$
h	$\frac{1}{y_{11}}$	$\frac{-y_{12}}{y_{11}}$	$\frac{\Delta_z}{z_{22}}$	$\frac{z_{12}}{z_{22}}$	$h_{11}$	$h_{12}$	$\frac{t_{12}}{t_{22}}$	$\frac{\Delta_t}{t_{22}}$
	$\frac{y_{21}}{y_{11}}$	$\frac{\Delta_y}{y_{11}}$	$\frac{-z_{21}}{z_{22}}$	$\frac{1}{z_{22}}$	$h_{21}$	$h_{22}$	$\frac{-1}{t_{22}}$	$\frac{t_{21}}{t_{22}}$
t	$\frac{-y_{22}}{y_{21}}$	$\frac{-1}{y_{21}}$	$\frac{z_{11}}{z_{21}}$	$\frac{\Delta_z}{z_{21}}$	$\frac{-\Delta_h}{h_{23}}$	$\frac{-h_{11}}{h_{23}}$	$t_{11}$	$t_{12}$
	$\frac{-\Delta_y}{y_{21}}$	$\frac{-y_{11}}{y_{21}}$	$\frac{1}{z_{21}}$	$\frac{z_{22}}{z_{21}}$	$\frac{-h_{22}}{h_{23}}$	$\frac{-1}{h_{23}}$	$t_{21}$	$t_{22}$

对所有的参数集:  $\Delta_p = p_{11}p_{22} - p_{12}p_{21}$ 。

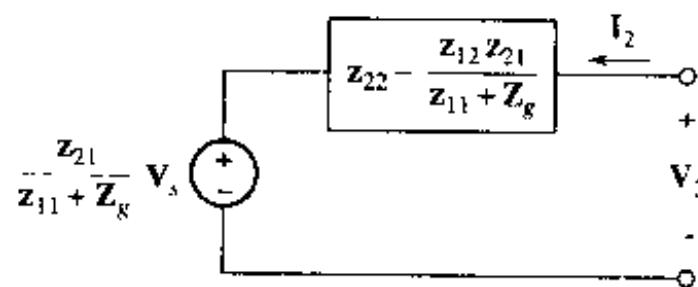


图 17.17 从输出端口看过来的双端口网络的戴维南等效电路,其参数用开路阻抗参数表示

如果信号源的阻抗为零,则上式可以简化为:

$$Z_{out} = \frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{11}} = \frac{\Delta_z}{\Delta_{22}} = \frac{1}{y_{22}}, \quad (Z_g = 0)$$

对于这个例子,输出导纳等于  $y_{22}$ ,满足式(17.13)。

**例题 17.8** 给定下列阻抗参数:

$$Z = \begin{bmatrix} 10^3 & 10 \\ -10^6 & 10^4 \end{bmatrix}$$

它表示三极管共发射极连接时的参数,求电压增益、电流增益、功率增益和输出阻抗。可以认为这个双端口网络受理想正弦电压源  $V_1$  与  $500 \Omega$  电阻的串联所驱动,且该双端口网络的负载为  $10 \text{ k}\Omega$  电阻。

描述这个双端口网络的两个方程为:

$$V_1 = 10^3 I_1 + 10I_2 \quad (17.36)$$

$$\mathbf{V}_2 = -10^6 \mathbf{I}_1 + 10^4 \mathbf{I}_2 \quad (17.37)$$

输入输出网络的特性方程为：

$$\mathbf{V}_1 = 500 \mathbf{I}_1 + \mathbf{V}_i \quad (17.38)$$

$$\mathbf{V}_2 = -10^4 \mathbf{I}_2 \quad (17.39)$$

根据这 4 个方程，可以很容易求得用  $\mathbf{V}_i$  表示的  $\mathbf{V}_1, \mathbf{I}_1, \mathbf{V}_2$  和  $\mathbf{I}_2$  表达式：

$$\mathbf{V}_1 = 0.75 \mathbf{V}_i, \quad \mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}_i}{2000}$$

$$\mathbf{V}_2 = -250 \mathbf{V}_i, \quad \mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{V}_i}{40}$$

根据这些结果，容易求出电压增益为：

$$\mathbf{G}_v = \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{V}_1} = -333$$

电流增益为：

$$\mathbf{G}_i = \frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{I}_1} = 50$$

功率增益为：

$$G_p = \frac{\operatorname{Re}\left[-\frac{1}{2} \mathbf{V}_2 \mathbf{I}_2^*\right]}{\operatorname{Re}\left[\frac{1}{2} \mathbf{V}_1 \mathbf{I}_1^*\right]} = 16670$$

输入阻抗为：

$$\mathbf{Z}_m = \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{I}_1} = 1500 \Omega$$

参考图 17.17 可以得到输出阻抗：

$$\mathbf{Z}_{out} = \mathbf{Z}_{22} - \frac{\mathbf{Z}_{12} \mathbf{Z}_{21}}{\mathbf{Z}_{11} + \mathbf{Z}_s} = 16.67 \text{ k}\Omega$$

根据最大功率传输理论，当  $\mathbf{Z}_L = \mathbf{Z}_{out} = 16.67 \text{ k}\Omega$  时获得最大的功率增益，相应的最大功率增益为 17045。

双端口网络并联时，使用  $y$  参数进行分析很有效，与之相对偶的是，当网络串联时，如图 17.8 所示，使用  $z$  参数可以简化问题。需要注意的是，串联连接和后面讨论传输参数时谈到的级联连接不同。如果每个网络的输入端和输出端有公共参考节点，而且这些参考点连接在一起，如图 17.18 所示，那么  $\mathbf{I}_1$  流过这两个串联网络的输入端口， $\mathbf{I}_2$  与之类似。因此，连接以后端口还是端口，这样  $\mathbf{I} = \mathbf{I}_A = \mathbf{I}_B$ ，且：

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \mathbf{V}_A + \mathbf{V}_B = \mathbf{z}_A \mathbf{I}_A + \mathbf{z}_B \mathbf{I}_B \\ &= (\mathbf{z}_A + \mathbf{z}_B) \mathbf{I} = \mathbf{z} \mathbf{I} \end{aligned}$$

其中：

$$\mathbf{z} = \mathbf{z}_A + \mathbf{z}_B$$

因此  $\mathbf{z}_{11} = \mathbf{z}_{11A} + \mathbf{z}_{11B}$ ，其余类推。

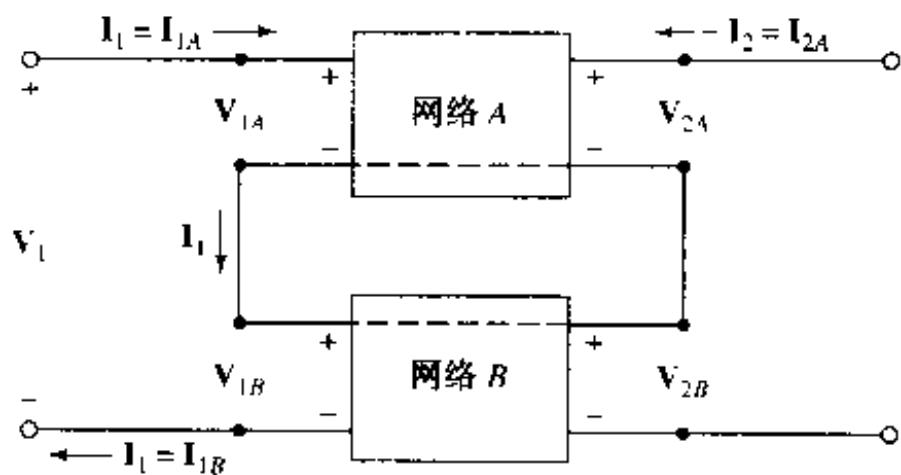


图 17.18 将两个双端口网络 4 个公共参考节点连接起来, 得到双端口网络的串联连接, 其阻抗参数为  $z = z_A + z_B$

### 练习

17.8 (a)求图 17.19(a)所示双端口网络的  $z$  参数; (b)求图 17.19(b)所示双端口网络的  $z$  参数。

17.9 求图 17.19(c)所示双端口网络的  $z$  参数。

答案: 17.8:  $\begin{bmatrix} 45 & 25 \\ 25 & 75 \end{bmatrix} (\Omega)$ ,  $\begin{bmatrix} 21.2 & 11.76 \\ 11.76 & 67.6 \end{bmatrix} (\Omega)$ ; 17.9:  $\begin{bmatrix} 70 & 100 \\ 50 & 150 \end{bmatrix} (\Omega)$

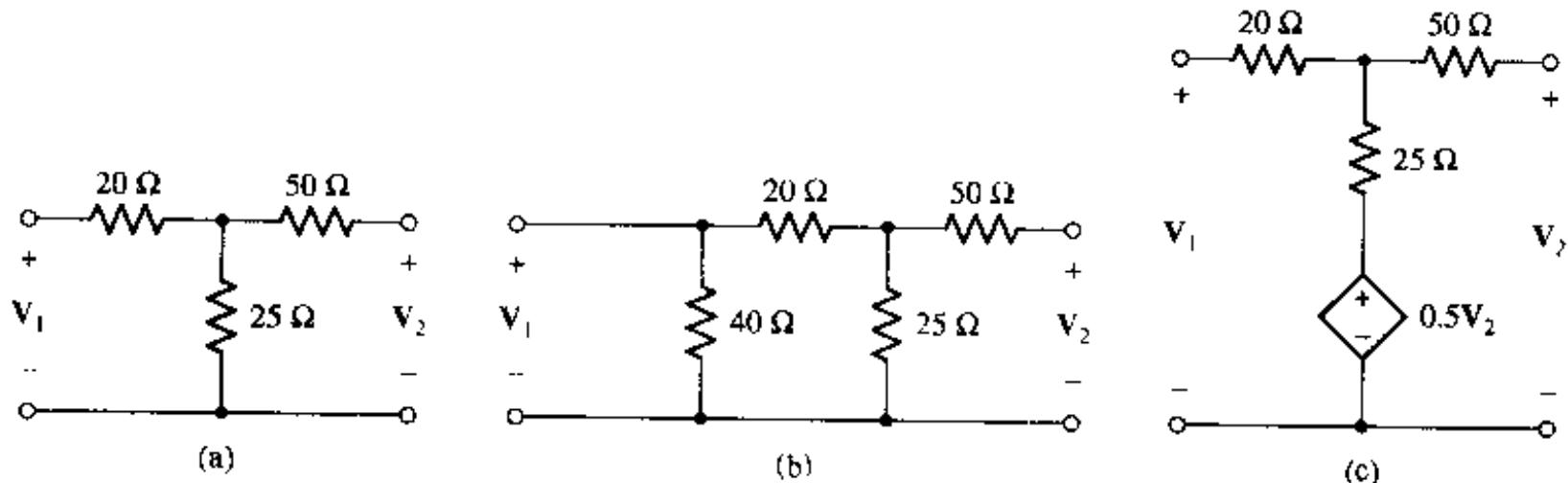


图 17.19

## 17.6 混合参数

测量双端口网络的某些参数时, 有时可能会碰到困难, 比如开路阻抗参数中  $z_{21}$  测量。对于三极管电路, 虽然在其输出端放置正弦电流源是一件容易的事情, 但是因为三极管电路的输出阻抗非常大, 所以在测量输出端的电压时, 很难做到在提供必要的直流偏置电压的情况下, 使输出端开路, 而测量输出端短路电流则要容易得多。

混合参数通过两个包含  $V_1$ ,  $I_1$ ,  $V_2$  和  $I_2$  的方程所定义, 这里将  $V_1$  和  $I_2$  看做自变量:

$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2 \quad (17.40)$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2 \quad (17.41)$$

即

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = h \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (17.42)$$