

为了明白这些参数的意义,首先令 $V_2 = 0$; 这时:

$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0} = \text{短路输入阻抗}$$

$$h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0} = \text{短路同向电流增益}$$

然后令 $I_1 = 0$, 可以得到:

$$h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0} = \text{开路反向电压增益}$$

$$h_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0} = \text{开路输出导纳}$$

因为这些参数分别表示阻抗、导纳、电压增益和电流增益,因此将它们称为“混合”参数。

用混合参数描述晶体三极管模型时,它们的下标可以用简单的符号表示。这时, h_{11} , h_{12} , h_{21} 和 h_{22} 分别表示成 h_i , h_r , h_f 和 h_o , 这些下标分别表示输入(input)、反向(reverse)、正向(forward)和输出(output)。

实际应用

晶体三极管的特性

通常用 h 参数来描述双极型晶体三极管的参数。晶体管是由贝尔实验室的研究人员在 20 世纪 40 年代发明的,它是一种非线性半导体器件,晶体管几乎是所有放大器和数字逻辑电路的基础。晶体三极管的三个端子分别称为基极(b)、集电极(c)和发射极(e),如图 17.20(a)所示,这是根据它们对器件中的载流子所起的作用来命名的。通常采用发射极接地(也称为共发射极接法)来测量双极型晶体管的 h 参数,将基极作为输入,集电极作为输出。正如前面所提到的,由于晶体三极管是非线性器件,不可能定义适合于所有电压和电流的 h 参数,因此,通常 h 参数是在特定的集电极电流 I_C 和集电极电压 V_{CE} 的条件下给出的。该器件的非线性产生的另一个结果是其交流 h 参数和直流 h 参数通常在数值上相差甚远。

有许多测量晶体三极管 h 参数的仪表。半导体参数分析仪就是这样的一种仪表,如图 17.20(b)所示,这种仪器可以画出特定电压(用横坐标表示)下的电流值(用纵坐标表示),通过步进地改变基极电流可以画出一簇曲线。

下面来看一个例子,对于硅晶体三极管 2N3904,制造商给出的输入阻抗 $h_i(h_{11})$ 为 1.0 到 10 k Ω ,电压反馈系数 $h_r(h_{12})$ 为 0.5 到 8.0×10^{-4} ,小信号电流增益 $h_f(h_{21})$ 为 100 到 400,输出导纳 $h_o(h_{22})$ 为 1.0 到 40 μmhos ^①。注意到制造商采用了不同符号来表示这些参数,而且只给出了交流参数。上述参数是在 $I_C = 1.0 \text{ mA}$, $V_{CE} = 10 \text{ V}$ (直流)和 $f = 1.0 \text{ kHz}$ 时测得的。出于

① 姆欧,欧姆的倒数——译者注。

兴趣,本书的作者之一和他的一个朋友决定亲自测量一下这些参数。他们使用图 17.20(b)所示的仪器对这种器件进行测量,测得的结果为:

$$\begin{aligned} h_{oe} &= 3.3 \mu\text{mhos} & h_{fe} &= 109 \\ h_{ie} &= 3.02 \text{ k}\Omega & h_{re} &= 4 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

前三个参数在制造商给出的范围之内,并且与给出的最小值很接近与最大值都相差较远。但是 h_{re} 的值比制造商给出的值大一个数量级! 这很让人奇怪,因为我们认为在测量时已经做得非常好了。

经过仔细考虑,意识到实验的过程使得器件温度升高了,因为为了得到图 17.20(b)所示的轨迹,在 $I_C = 1 \text{ mA}$ 上下进行扫描。遗憾的是,晶体三极管的特性随温度变化非常显著,而制造商给出是温度为 25°C 时的值。通过改变扫描方式,使器件的发热量减到最小后,得到 h_{re} 的值为 2.0×10^{-4} 。显然,线性电路比较容易对付,但是非线性电路却要有趣得多!

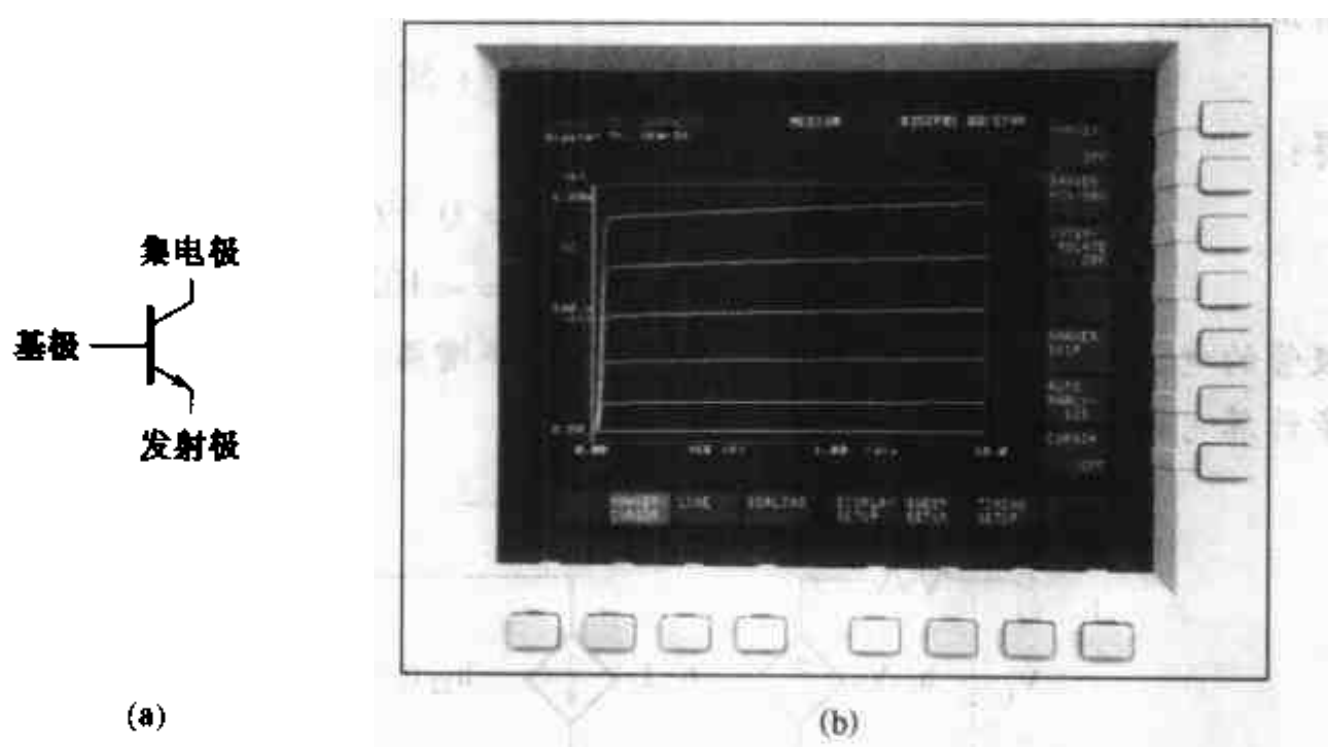


图 17.20 (a)双极型晶体三极管的符号;(b)用半导体参数分析仪 HP 4155A 绘制出的双极型结型晶体管 2N3904 的特性曲线,可以根据这些曲线来测量晶体管的 h 参数

例题 17.9 求图 17.21 所示的双向阻性电路的 h 参数

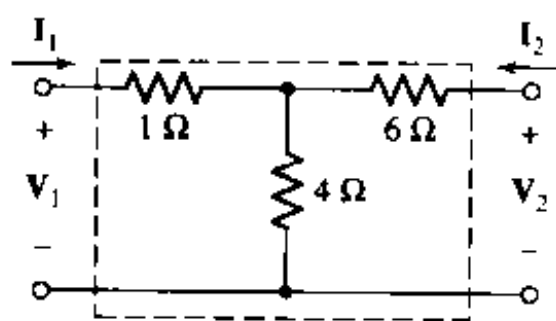


图 17.21 求该双向网络的 h 参数

令输出端短路($V_2 = 0$),在输入端放置 1 A 电流源($I_1 = 1 \text{ A}$)时,输入电压为 3.4 V ($V_1 = 3.4 \text{ V}$),因此, $h_{11} = 3.4 \Omega$ 。在同样的条件下,根据分流原理,可以很容易求得输出电流 $I_2 = -0.4 \text{ A}$,因此, $h_{21} = -0.4$ 。

剩下的两个参数可以通过令输入开路($I_1 = 0$),然后在输出端放置一个 1 V 电压源($V_2 =$

1 V) 来得到。这时, 输入端的电压为 0.4 V ($V_1 = 0.4$ V), 因此 $h_{12} = 0.4$; 输出端的电流为 0.1 A ($I_2 = 0.1$ A), 因此 $h_{22} = 0.1$ S。

因此可以得到 $\mathbf{h} = \begin{bmatrix} 3.4 \Omega & 0.4 \\ -0.4 & 0.1 \text{ S} \end{bmatrix}$ 。 $h_{12} = -h_{21}$ 是因为双向网络的互易性。

图 17.22 所示电路是根据定义 $\mathbf{h}$ 参数的两个方程式 (17.40) 和式 (17.41) 直接画出的。第一个方程表示输入回路的 KVL 方程, 第二个方程表示输出端上端节点的 KCL 方程。假定这个共发射极连接的合理的 $\mathbf{h}$ 参数为: $h_{11} = 1200 \Omega$, $h_{12} = 2 \times 10^{-4}$, $h_{21} = 50$, $h_{22} = 50 \times 10^{-6}$ S。假定输入端为信号发生器, 可以将其看成 $1 \angle 0^\circ$ mV 的电压源与 800Ω 电阻的串联, 输出端的负载为 $5 \text{ k}\Omega$ 电阻。这时, 对于输入端有:

$$10^{-3} = (1200 + 800)I_1 + 2 \times 10^{-4}V_2$$

对于输出端有:

$$I_2 = -2 \times 10^{-4}V_2 = 50I_1 + 50 \times 10^{-6}V_2$$

解之得:

$$I_1 = 0.510 \mu\text{A} \quad V_1 = 0.592 \text{ mV}$$

$$I_2 = 20.4 \mu\text{A} \quad V_2 = -102 \text{ mV}$$

该三极管的电流增益为 40, 电压增益为 -172, 功率增益为 6880。其输入阻抗为 1160Ω , 进一步计算可以求得输出阻抗为 $22.2 \text{ k}\Omega$ 。

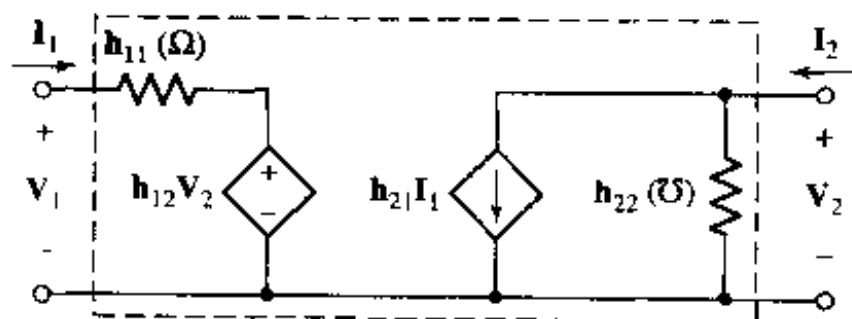


图 17.22 用 4 个 $\mathbf{h}$ 参数表示双端口网络, 相应的方程组为 $V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2$ 和 $I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2$

当双端口网络的输入端串联而输出端并联时, 它们的混合参数可以直接相加, 这种连接方式称为串-并连接, 但比较少用。

练习

17.10 (a) 求图 17.23(a) 所示双端口网络的 $\mathbf{h}$ 参数; (b) 求图 17.23(b) 所示双端口网络的 $\mathbf{h}$ 参数。

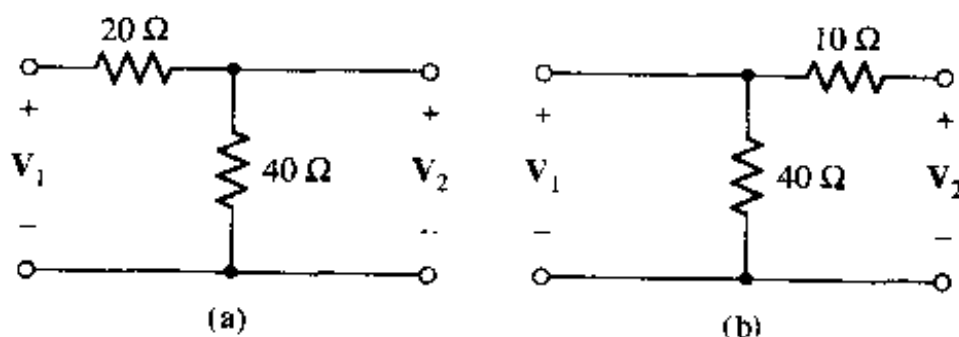


图 17.23

17.11 如果 $\mathbf{h} = \begin{bmatrix} 5 \Omega & 2 \\ -0.5 & 0.1 \text{ S} \end{bmatrix}$, 求 (a) $\mathbf{y}$; (b) $\mathbf{z}_c$.

答案: 17.10: $\begin{bmatrix} 20 \Omega & 1 \\ -1 & 25 \text{ mS} \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 8 \Omega & 0.8 \\ -0.8 & 20 \text{ mS} \end{bmatrix}$; 17.11: $\begin{bmatrix} 0.2 & -0.4 \\ -0.1 & 0.3 \end{bmatrix} (\text{S})$, $\begin{bmatrix} 15 & 20 \\ 5 & 10 \end{bmatrix} (\Omega)$

17.7 传输参数

最后要介绍的一种双端口网络参数称为 $\mathbf{t}$ 参数、**ABCD** 参数, 或者称为传输参数。它们通过下面的方程来定义:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{t}_{11} \mathbf{V}_2 - \mathbf{t}_{12} \mathbf{I}_2 \quad (17.43)$$

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{t}_{21} \mathbf{V}_2 - \mathbf{t}_{22} \mathbf{I}_2 \quad (17.44)$$

即

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} = \mathbf{t} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_2 \\ -\mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \quad (17.45)$$

其中 $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \mathbf{I}_1$ 和 $\mathbf{I}_2$ 的定义和以前一样(图 17.5)。需要将方程(17.43)和方程(17.44)中的负号和输出电流看做一个整体, 即看成 $(-\mathbf{I}_2)$, 因此, $\mathbf{I}_1$ 和 $-\mathbf{I}_2$ 均指向右边, 与能量或者信号的传输方向一致。

传输参数的另一种广泛采用的记法为:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{t}_{11} & \mathbf{t}_{12} \\ \mathbf{t}_{21} & \mathbf{t}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \quad [46]$$

注意, 上面的 $\mathbf{t}$ 矩阵和 **ABCD** 矩阵中没有负号。

重新来看方程(17.43)到方程(17.45), 可以看到方程左边的变量为输入电压 $\mathbf{V}_1$ 和输入电流 $\mathbf{I}_1$, 通常认为是已知量或者是自变量, 而因变量为输出量 $\mathbf{V}_2$ 和 $\mathbf{I}_2$ 。传输参数给出了输入和输出之间的直接关系, 因此, 传输参数常用于传输线分析和级联网络中。

下面我们来求图 17.24(a)所示的双向阻性双端口网络的 $\mathbf{t}$ 参数。为了说明如何求得 $\mathbf{t}$ 参数中的某一个参数, 考虑:

$$\mathbf{t}_{12} = \left. \frac{\mathbf{V}_1}{-\mathbf{I}_2} \right|_{\mathbf{V}_2=0}$$

因此, 将输出短路($\mathbf{V}_2 = 0$)并使 $\mathbf{V}_1 = 1 \text{ V}$, 如图 17.24(b)所示。需要注意的是, 不能通过在输出端放置一个 1 A 电流源而使上式分母为 1, 因为已经将其短路了。从 1 V 电压源看过去的等效阻抗为 $R_{eq} = 2 + (4 \parallel 10) \Omega$, 根据分流原理, 可得:

$$-\mathbf{I}_2 = \frac{1}{2 + (4 \parallel 10)} \times \frac{10}{10 + 4} = \frac{5}{34} \text{ A}$$

因此:

$$\mathbf{t}_{12} = \frac{1}{-\mathbf{I}_2} = \frac{34}{5} = 6.8 \Omega$$

如果要求出所有 $\mathbf{t}$ 参数, 可以通过列出含有四个端点变量 $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \mathbf{I}_1$ 和 $\mathbf{I}_2$ 的方程组来得到。如图 17.24(a), 可以列出两个网孔方程:

$$V_1 = 12I_1 + 10I_2 \quad (17.47)$$

$$V_2 = 10I_1 + 14I_2 \quad (17.48)$$

从式(17.48)求出 I_1 的表达式,得:

$$I_1 = 0.1V_2 - 1.4I_2$$

因此 $t_{21} = 0.1 \text{ S}$, $t_{22} = 1.4$ 。用上式替换式(17.47)中的 I_1 ,可以得到:

$$V_2 = 12(0.1V_2 - 1.4I_2) + 10I_2 = 1.2V_2 - 6.8I_2$$

于是 $t_{11} = 1.2$, $t_{12} = 6.8 \Omega$ (和前面求得的结果一致)。

对于互易网络, t 矩阵的行列式为:

$$\Delta_t = t_{11}t_{22} - t_{12}t_{21} = 1$$

对于图 17.24 所示的阻性双端口网络, $\Delta_t = 1.2 \times 1.4 - 6.8 \times 0.1 = 1$, 满足上面的等式!

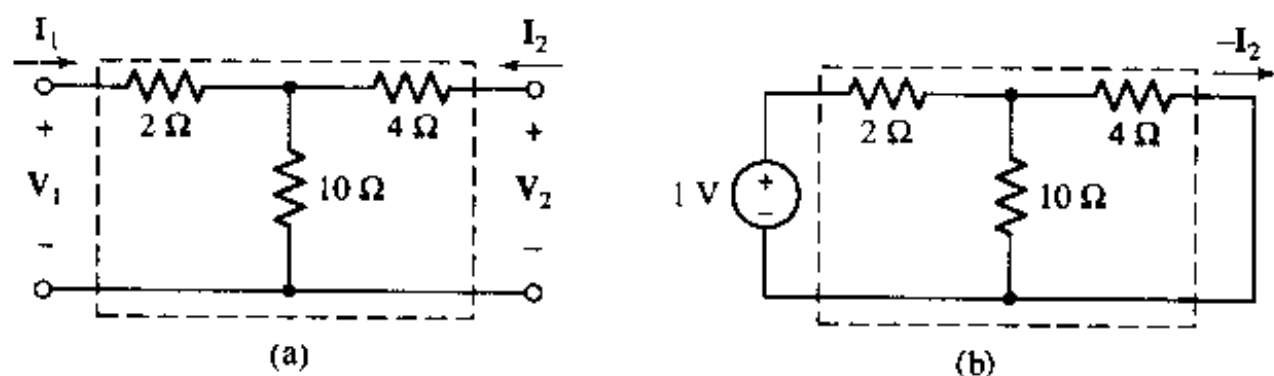


图 17.24 (a)一个阻性双端口网络,求其 t 参数;(b)为了求 t_{12} , 令 $V_1 = 1 \text{ V}$, $V_2 = 0$, 则 $t_{12} = 1/(-I_2) = 6.8 \Omega$

在结束关于双端口网络的讨论之前,考虑两个双端口网络的级联情况,如图 17.25 所示,图中已经标出了每个双端口网络的端口电压和电流。网络 A 的 t 参数为:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = t_A \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = t_A \begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

网络 B 的 t 参数为:

$$\begin{bmatrix} V_3 \\ I_3 \end{bmatrix} = t_B \begin{bmatrix} V_4 \\ -I_4 \end{bmatrix}$$

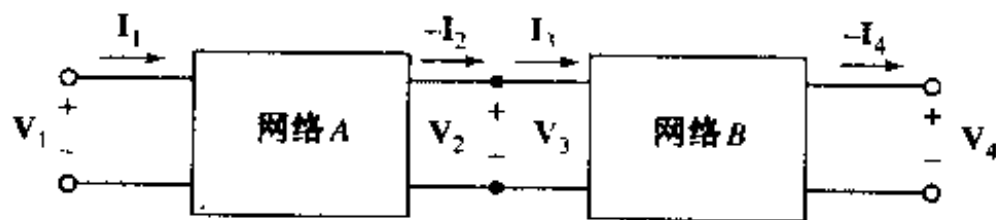


图 17.25 双端口网络 A 和网络 B 级联时,级联网络的 t 参数可以用矩阵的乘积来表示,即 $t = t_A t_B$

将上面的结果合并,可得:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = t_A t_B \begin{bmatrix} V_4 \\ -I_4 \end{bmatrix}$$

因此,级联网络的 t 参数等于矩阵的乘积:

$$t = t_A t_B$$

这里的乘积不是通过将矩阵相应的元素相乘得到。如果需要,可以参看附录 B 中有关矩阵乘法的计算方法。

例题 17.10 求图 17.26 所示的级联网络的 t 参数

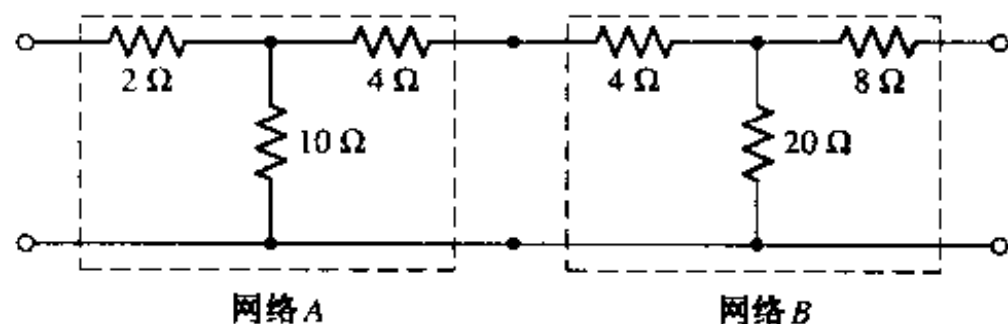


图 17.26 两个双端口网络的级联

网络 A 为图 17.24 所示的双端口网络,因此:

$$\mathbf{t}_A = \begin{bmatrix} 1.2 & 6.8 \Omega \\ 0.1 \text{ S} & 1.4 \end{bmatrix}$$

网络 B 的所有电阻值均为网络 A 中相应电阻值的两倍,因此:

$$\mathbf{t}_B = \begin{bmatrix} 1.2 & 13.6 \Omega \\ 0.05 \text{ S} & 1.4 \end{bmatrix}$$

对于级联网络,有:

$$\begin{aligned} \mathbf{t} &= \mathbf{t}_A \mathbf{t}_B = \begin{bmatrix} 1.2 & 6.8 \\ 0.1 & 1.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.2 & 13.6 \\ 0.05 & 1.4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1.2 \times 1.2 + 6.8 \times 0.05 & 1.2 \times 13.6 + 6.8 \times 1.4 \\ 0.1 \times 1.2 + 1.4 \times 0.05 & 0.1 \times 13.6 + 1.4 \times 1.4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

因此:

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} 1.78 & 25.84 \Omega \\ 0.19 \text{ S} & 3.32 \end{bmatrix}$$

练习

- 17.12 已知 $\mathbf{t} = \begin{bmatrix} 3.2 & 8 \Omega \\ 0.2 \text{ S} & 4 \end{bmatrix}$, 求 (a) z 参数; (b) 将两个这样的网络级联后的 $\mathbf{t}$ 参数; (c) 将两个这样的网络级联后的 z 参数。

答案: $\begin{bmatrix} 16 & 56 \\ 5 & 20 \end{bmatrix} (\Omega)$; $\begin{bmatrix} 11.84 & 57.6 \Omega \\ 1.44 \text{ S} & 17.6 \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} 8.22 & 87.1 \\ 0.694 & 12.22 \end{bmatrix} (\Omega)$ 。

计算机辅助分析

使用 $\mathbf{t}$ 参数来描述双端口网络的特性可以大大简化对双口级联网络的分析。比如本节中所举的例子,其中:

$$\mathbf{t}_A = \begin{bmatrix} 1.2 & 6.8 \Omega \\ 0.1 \text{ S} & 1.4 \end{bmatrix}$$

以及:

$$\mathbf{t}_B = \begin{bmatrix} 1.2 & 13.6 \Omega \\ 0.05 \text{ S} & 1.4 \end{bmatrix}$$

可以看到,只要将 $\mathbf{t}_A$ 和 $\mathbf{t}_B$ 相乘就可以得到级联网络的 $\mathbf{t}$ 参数:

$$\mathbf{t} = \mathbf{t}_A \cdot \mathbf{t}_B$$

这样的矩阵运算可以使用计算器或者类似 MATLAB 的软件包来计算。比如, MATLAB 的语句如下:

```
EDU >> tA = [1.2 6.8; 0.1 1.4];
EDU >> tB = [1.2 13.6; 0.05 1.4];
EDU >> t = tA * tB
```

```
t =
    1.7800    25.8400
    0.1900    3.3200
```

这和例题 17.10 中得到的结果一致。

MATLAB 中的矩阵名称是大小写敏感的(比如本例中的 $\mathbf{t}_A$, $\mathbf{t}_B$ 和 $\mathbf{t}$)。MATLAB 的矩阵元素是按行输入的,第一行为起始行,行与行之间通过分号隔开。再次提醒读者,必须时刻注意矩阵运算的顺序,比如 $\mathbf{t}_B * \mathbf{t}_A$ 将与上面求得的结果大相径庭:

$$\mathbf{t}_B \cdot \mathbf{t}_A = \begin{bmatrix} 2.8 & 27.2 \\ 0.2 & 2.3 \end{bmatrix}$$

对于简单的矩阵相乘(比如本例),使用科学计算器就可以算出。但是,对于更大的级联网络,更适合于使用计算机来计算,因为这时可以非常方便地在屏幕上同时看到所有的矩阵。

17.8 小结与复习

- 使用本章所介绍的分析方法时特别需要记住的是,每个端口必须连接到一个单端口网络或者另一个多端口网络的其中一个端口上。
- 双端口网络的导纳($\mathbf{y}$)参数由下面的方程定义:

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{y}_{11} \mathbf{V}_1 + \mathbf{y}_{12} \mathbf{V}_2 \quad \text{和} \quad \mathbf{I}_2 = \mathbf{y}_{21} \mathbf{V}_1 + \mathbf{y}_{22} \mathbf{V}_2$$

其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{11} &= \left. \frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{V}_1} \right|_{\mathbf{V}_2=0} & \mathbf{y}_{12} &= \left. \frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{V}_2} \right|_{\mathbf{V}_1=0} \\ \mathbf{y}_{21} &= \left. \frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{V}_1} \right|_{\mathbf{V}_2=0} & \mathbf{y}_{22} &= \left. \frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{V}_2} \right|_{\mathbf{V}_1=0} \end{aligned}$$

- 双端口网络的阻抗(z)参数由下面的方程定义:

$$V_1 = z_{11} I_1 + z_{12} I_2 \quad \text{和} \quad V_2 = z_{21} I_1 + z_{22} I_2$$

- 双端口网络的混合(h)参数由下面的方程定义:

$$V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2 \quad \text{和} \quad I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2$$

- 双端口网络的传输(t)参数(也称为 ABCD 参数)由下面的方程定义:

$$V_1 = t_{11} V_2 - t_{12} I_2 \quad \text{和} \quad I_1 = t_{21} V_2 - t_{22} I_2$$

- 根据电路分析的需要,可以将 h, z, t 和 y 参数相互转换,表 17.1 给出了它们之间的转换公式。

习题

1. 求图 17.27 所示网络的 Δ_z , 然后根据所得的结果, 分别求出将 100 V 的直流电压源分别插入图中外围支路的(a)网孔 1; (b)网孔 2; (c)网孔 3 时电源输出的功率。
2. 求图 17.28 所示网络的 Δ_y , 然后根据所得的结果, 分别求出将 10 A 的直流电流源插入图中参考节点与下列节点之间时电源输出的功率: (a)节点 1; (b)节点 2; (c)节点 3。

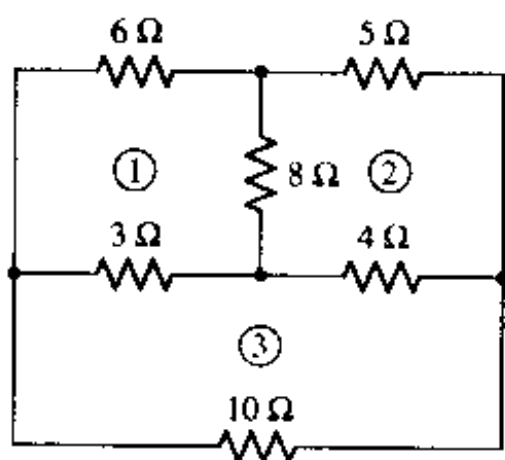


图 17.27

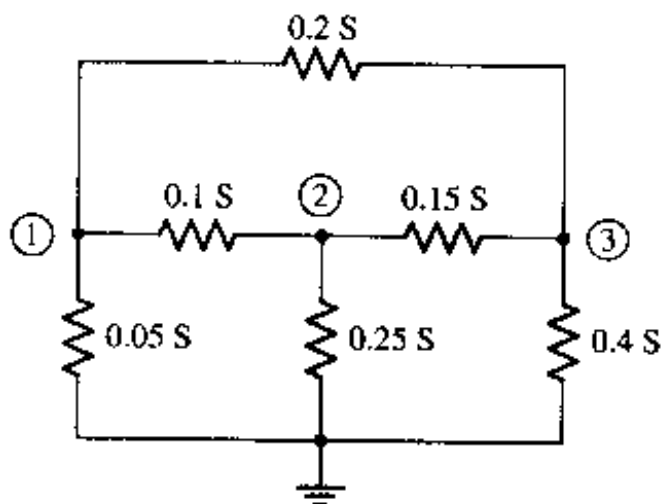


图 17.28

3. 图 17.29 为某单端口网络的阻抗矩阵, 求将电源置于网孔 1 时的 R_{in} 。
4. 求图 17.30 所示单端口网络的戴维南等效阻抗 $Z_{th}(s)$ 。

$$[R] = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 & 0 \\ -1 & 4 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & 5 & 2 \\ 0 & 3 & -2 & 6 \end{bmatrix} (\Omega)$$

图 17.29

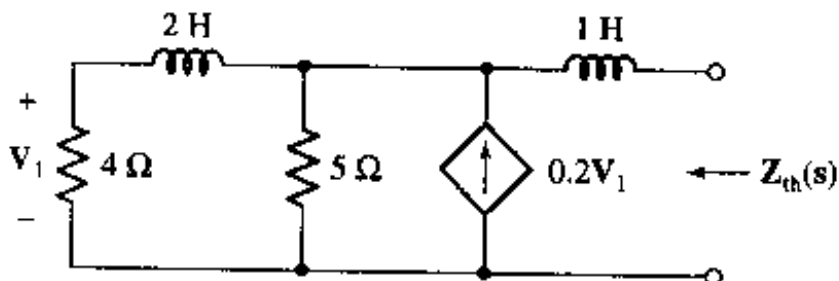


图 17.30

5. 按照下述步骤求图 17.31 所示单端口网络的 Z_{in} : (a)求 Δ_z ; (b)首先求出 Δ_y 和 Y_{in} , 然后求 Z_{in} 。
6. 求图 17.32 所示网络的输出阻抗, 用 s 函数表示。

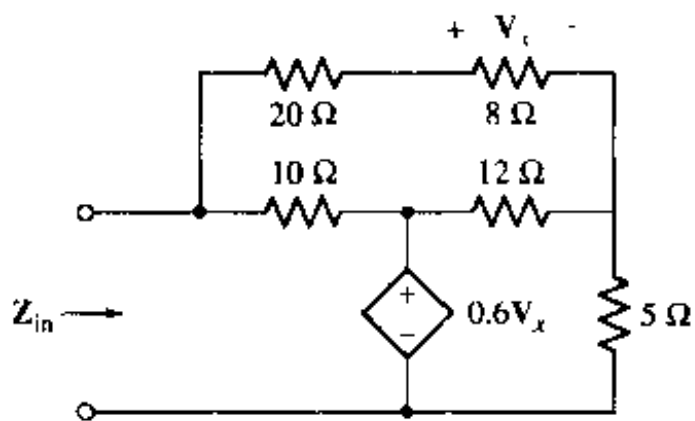


图 17.31

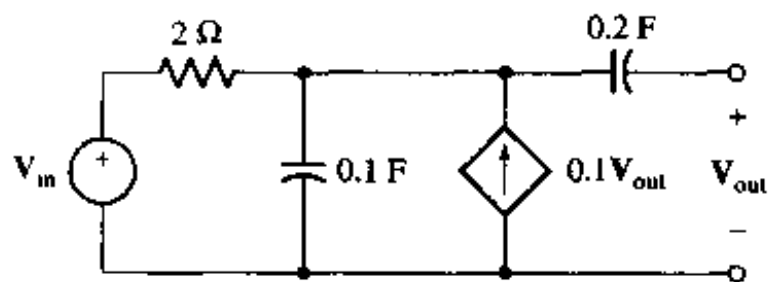


图 17.32

7. 设图 17.33 所示的运放为理想运算 ($R_i = \infty, R_o = 0, A = \infty$), 求 R_{in} 。
8. (a) 如果图 17.34 所示的两个运放均为理想运算 ($R_i = \infty, R_o = 0, A = \infty$), 求 Z_{in} ;
 (b) $R_1 = 4 \text{ k}\Omega, R_2 = 10 \text{ k}\Omega, R_3 = 10 \text{ k}\Omega, R_4 = 1 \text{ k}\Omega, C = 200 \text{ pF}$, 证明 $Z_{in} = j\omega L_{in}$, 其中 $L_{in} = 0.8 \text{ mH}$ 。

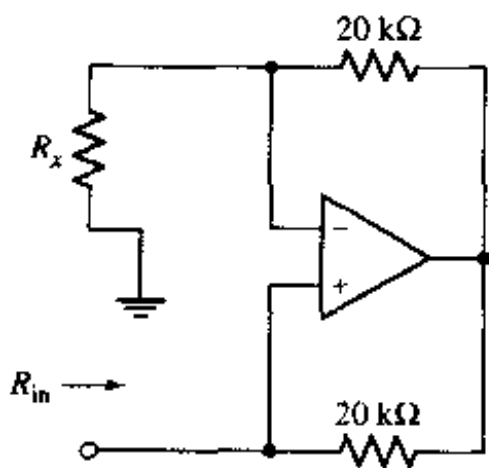


图 17.33

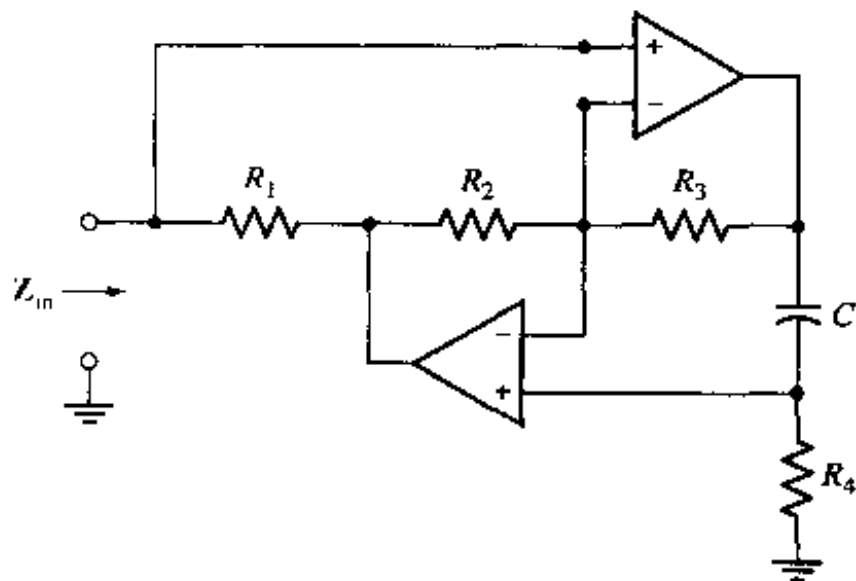


图 17.34

9. 求图 17.35 所示双端口网络的 y_{11} 和 y_{12} 。
10. 设图 17.36 所示双端口网络的 y 参数为 $y_{11} = 10, y_{12} = -5, y_{21} = 50, y_{22} = 20$, 所有单位均为 mS , 求当 $V_s = 100 \text{ V}, R_s = 25 \Omega, R_L = 100 \Omega$ 时 V_1 和 V_2 的值。

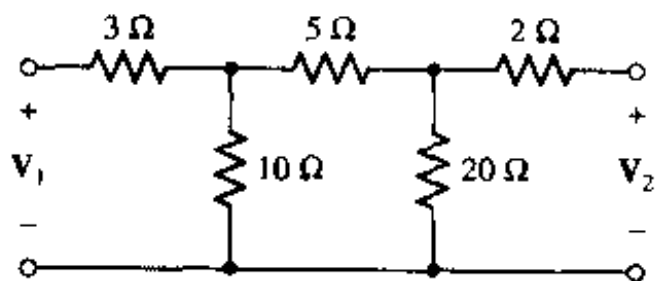


图 17.35

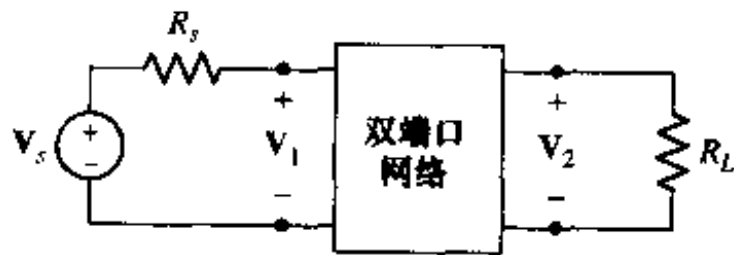


图 17.36

11. 求图 17.37 所示网络的 y 参数。
12. 求图 17.38 所示双端口网络的 y 参数。

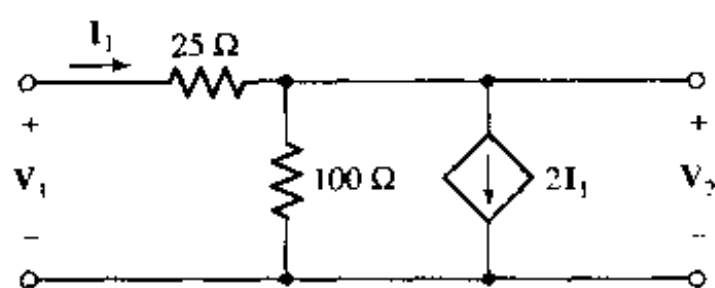


图 17.37

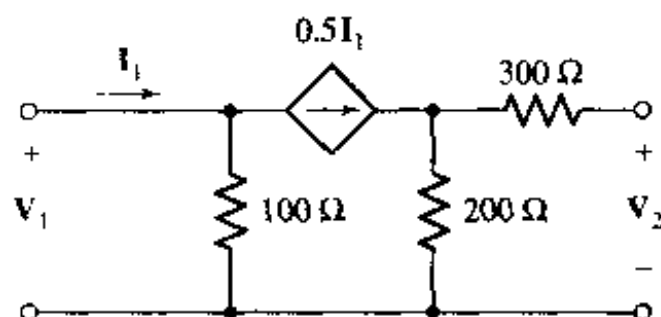


图 17.38

13. 令图 17.39 所示双端口网络的 y 参数为 $[y] = \begin{bmatrix} 0.1 & -0.0025 \\ -8 & 0.005 \end{bmatrix} (\text{S})$ 。(a)求 $V_2/V_1, I_2/I_1$ 和 V_1/I_1 ;(b)移去 5Ω 电阻,并用短路线替换 1 V 电源,求 V_2/I_2 。

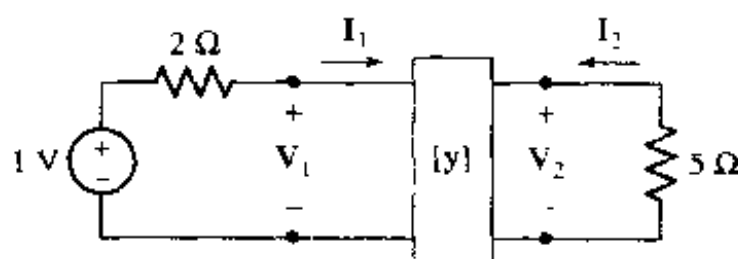
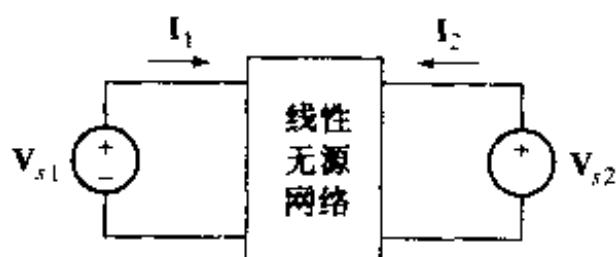


图 17.39

14. 某双端口网络的导纳参数为 $[y] = \begin{bmatrix} 10 & -5 \\ -20 & 2 \end{bmatrix} (\text{mS})$ 。分别采用下面的方式将一个 100Ω 电阻连接到该双端口网络中,求出连接后的 $[y]$:(a)串联连接到输入端的一个端子;(b)串联连接到输出端的一个端子。
15. 根据图 17.40,将下表补充完整,并求出 y 参数。



	V_{s1} (V)	V_{s2} (V)	I_1 (A)	I_2 (A)
Exp't #1	100	50	5	-32.5
Exp't #2	50	100	-20	-5
Exp't #3	20	0		
Exp't #4			5	0
Exp't #5			5	15

图 17.40

16. 使用 $Y-\Delta$ 转换或 $\Delta-Y$ 转换求图 17.41 所示单端口网络的 R_m 。

17. 使用 Y- Δ 转换或 Δ -Y 转换求图 17.42 所示单端口网络的输入阻抗。

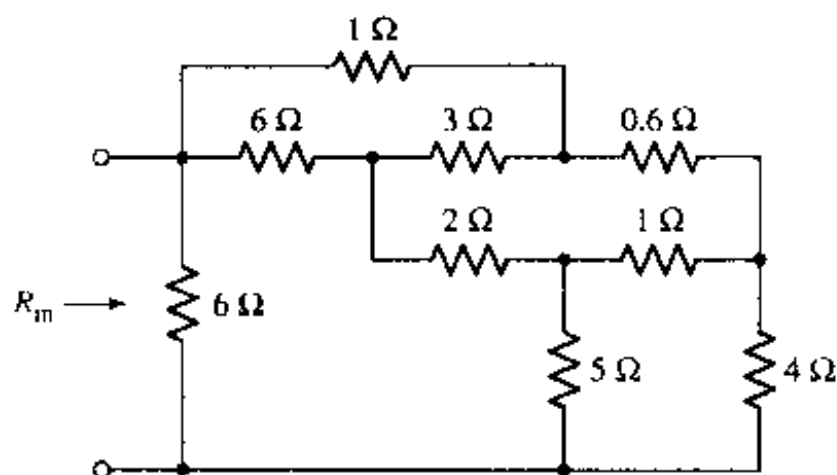


图 17.41

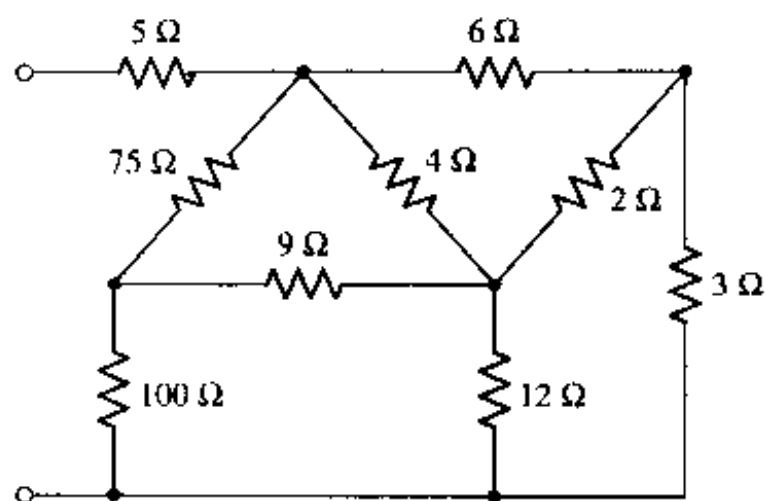


图 17.42

18. 求图 17.43 所示网络的 Z_{in} 。

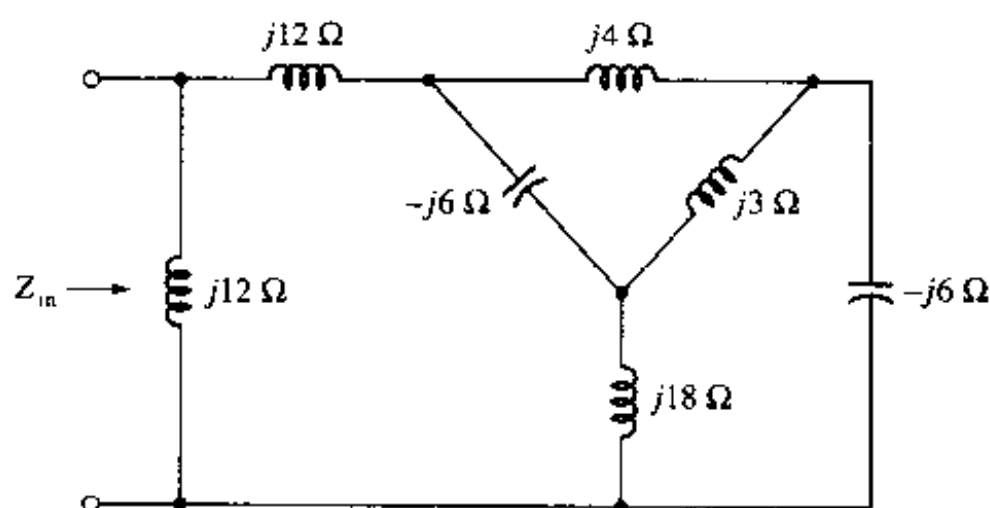


图 17.43

19. 设图 17.44 所示双端口网络的 y 参数为 $[y] = \begin{bmatrix} 0.4 & -0.002 \\ -5 & 0.04 \end{bmatrix} (S)$, 求 (a) G_V ; (b) G_I ; (c) G_P ; (d) Z_{in} ; (e) Z_{out} 。

20. 设图 17.45 所示双端口网络的 y 参数为 $[y] = \begin{bmatrix} 0.1 & -0.05 \\ -0.5 & 0.2 \end{bmatrix} (S)$, 求 (a) G_V ; (b) G_I ; (c) G_P ; (d) Z_{in} ; (e) Z_{out} 。 (f) 使 $V_2 = 0$ 并移去负载 R_L , 这时 V_1 和 V_2 的比值 V_1/V_2 称为反向电压增益 $G_{V,rev}$, 计算 $G_{V,rev}$ 。 (g) 插入功率增益 G_{ins} 定义为接入双端口网络时 5Ω 电阻吸收的功率 $P_{5\Omega}$ 与去掉双端口网络, 并用跳线将输入口的两个端子分别与相应的输出口两个端子短接后 5Ω 电阻吸收的功率 $P_{5\Omega}$ 的比值, 求 G_{ins} 。

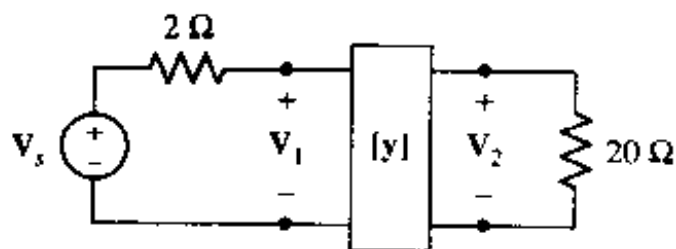


图 17.44

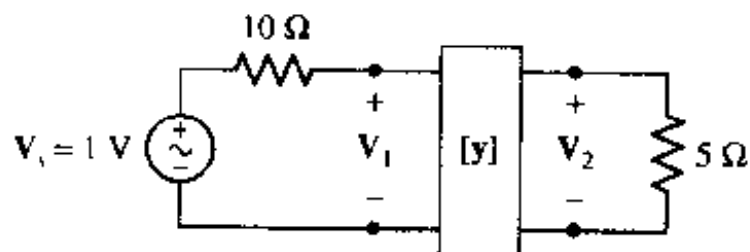


图 17.45

21. (a) 按照图 17.9(b) 的形式画出 $[\mathbf{y}] = \begin{bmatrix} 1.5 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ (mS) 相应的等效电路; (b) 如果将两个这样的双端口网络并联起来, 画出并联后的等效电路并证明新的 $\mathbf{y}$ 参数 $[\mathbf{y}]_{\text{new}} = 2[\mathbf{y}]$ 。
22. (a) 求出图 17.46(a) 所示双端口网络的 $\mathbf{y}$ 参数 $[\mathbf{y}]_a$; (b) 求图 17.46(b) 所示双端口网络的 $\mathbf{y}$ 参数 $[\mathbf{y}]_b$; (c) 画出这两个双端口网络并联后的电路图, 然后证明其 $\mathbf{y}$ 参数 $[\mathbf{y}] = [\mathbf{y}]_a + [\mathbf{y}]_b$ 。

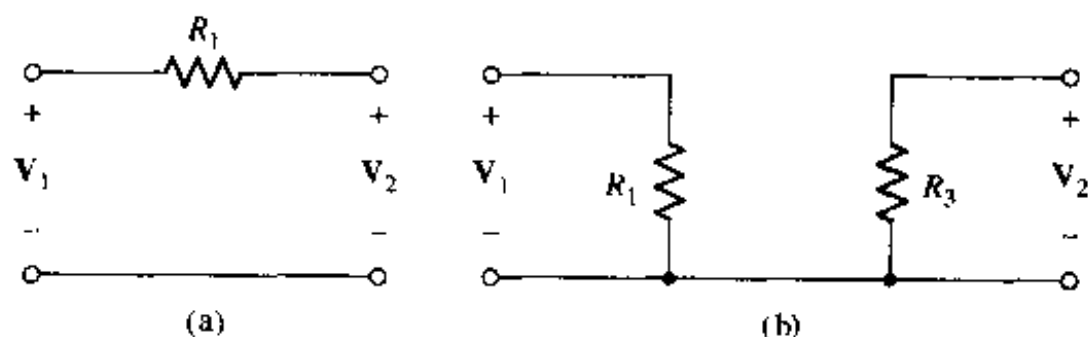


图 17.46

23. 求图 17.47 所示双端口网络的 $\mathbf{z}$ 参数 $[\mathbf{z}]$ 。

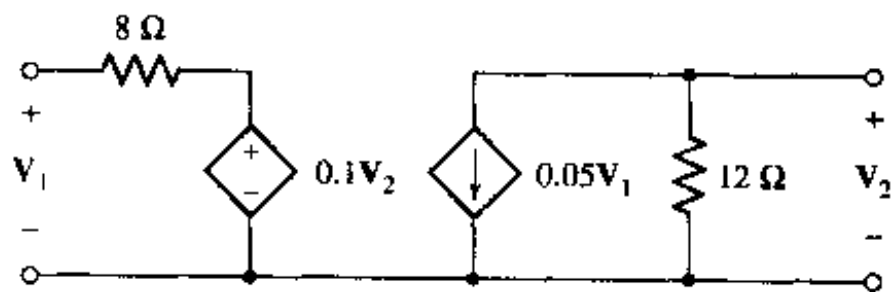


图 17.47

24. (a) 求图 17.48 所示双端口网络的 $\mathbf{z}$ 参数 $[\mathbf{z}]$; (b) 如果 $\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_2 = 1$ A, 求电压增益 G_V 。

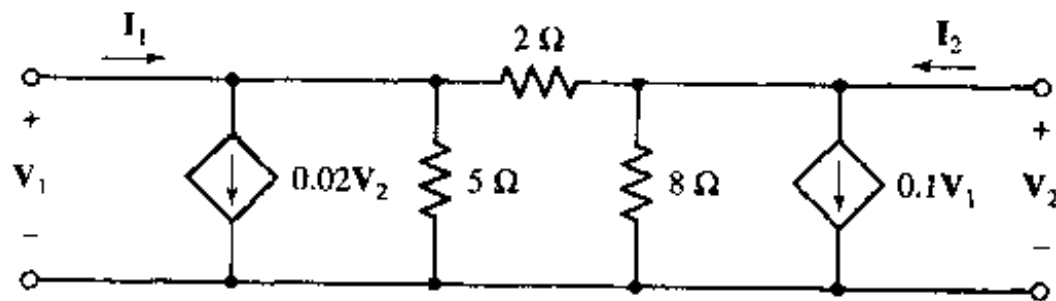


图 17.48

25. 某双端口网络的 $\mathbf{z}$ 参数为 $[\mathbf{z}] = \begin{bmatrix} 4 & 1.5 \\ 10 & 3 \end{bmatrix}$ (Ω)。在输入端接上电源 V_s 与 5Ω 电阻的串联组合, 在输出端接上负载 $R_L = 2 \Omega$ 后, 求 (a) G_T ; (b) G_V ; (c) G_P ; (d) $\mathbf{Z}_{in}$; (e) $\mathbf{Z}_{out}$ 。
26. 设图 17.49 所示双端口网络的 $\mathbf{z}$ 参数为 $[\mathbf{z}] = \begin{bmatrix} 1000 & 100 \\ -2000 & 400 \end{bmatrix}$ (Ω)。求 (a) 传输到 200Ω 电阻上的平均功率; (b) 传输到 500Ω 电阻上的平均功率; (c) 传输到双端口网络上的平均功率。

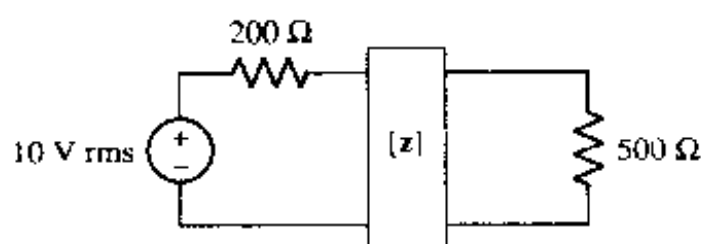


图 17.49

27. 对于图 17.50 所示的三极管高频等效电路, 求 $\omega = 10^8$ rad/s 时的 z 参数。

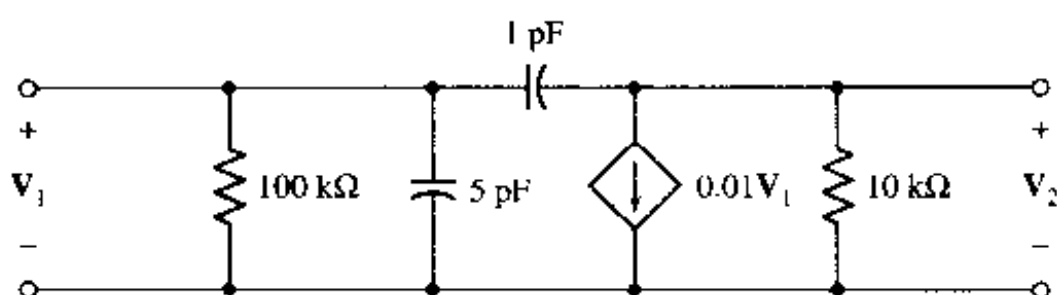


图 17.50

28. 某 z 参数为 $[z] = \begin{bmatrix} 20 & 2 \\ 40 & 10 \end{bmatrix} (\Omega)$ 由电源 $V_s = 100 \angle 0^\circ$ V 和 5Ω 电阻的串联组合驱动, 其输出端接有 25Ω 的电阻。求从 25Ω 电阻看过去的戴维南等效电路。

29. 某双端口网络的 h 参数为 $[h] = \begin{bmatrix} 9 \Omega & -2 \\ 20 & 0.2 \text{ S} \end{bmatrix}$ 。分别求出将一个 1Ω 电阻串接到 (a) 输入端和 (b) 输入端后接双端口网络的 h 参数。

30. 求某双端口网络在内阻为 $R_s = 100 \Omega$ 电源的驱动下, 负载为 $R_L = 500 \Omega$ 时的 Z_{in} 和 Z_{out} , 设该双端口网络的 h 参数为 $[h] = \begin{bmatrix} 100 \Omega & 0.01 \\ 20 & 1 \text{ mS} \end{bmatrix}$ 。

31. 参看图 17.51 所示的双端口网络, 求 (a) h_{12} ; (b) z_{12} ; (c) y_{12} 。

32. 设图 17.52 所示双端口网络的 h 参数为 $h_{11} = 1 \text{ k}\Omega$, $h_{12} = -1$, $h_{21} = 4$, $h_{22} = 500 \mu\text{S}$ 。分别求出传输到下列器件的平均功率: (a) $R_s = 200 \Omega$; (b) $R_L = 1 \text{ k}\Omega$; (c) 整个双端口网络。

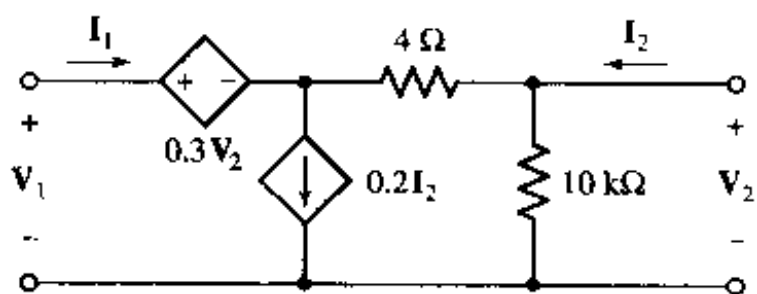


图 17.51

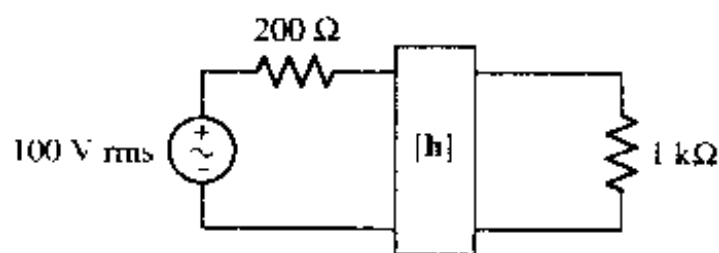


图 17.52

33. (a) 求图 17.53 所示双端口网络的 h 参数 $[h]$; (b) 如果在输入端接上电源 V_s 与 $R_s = 200 \Omega$ 电阻的串联组合, 求 Z_{out} 。

34. 分别求出图 17.54 所示的两个双端口网络的 $[y]$, $[z]$ 和 $[h]$ 参数。如果某个参数值为无穷大, 则跳过该参数矩阵。

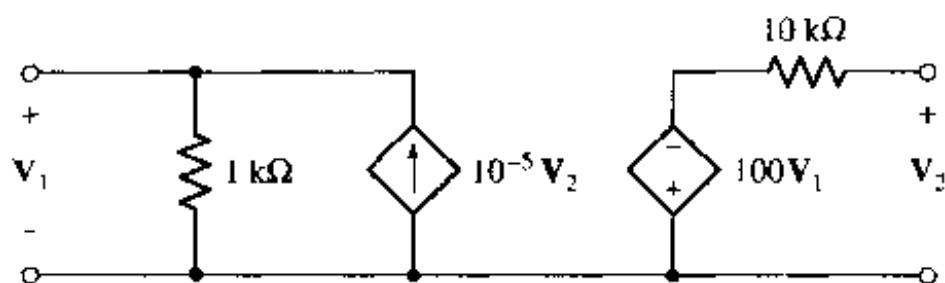


图 17.53

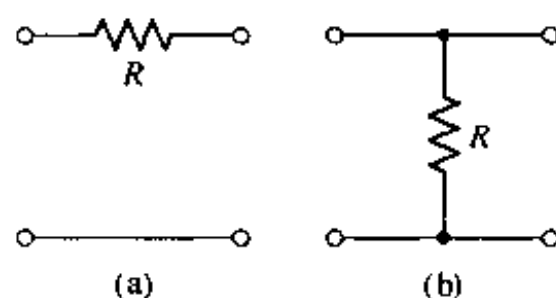


图 17.54

35. 给定矩阵: $[y] = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $[b] = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$, $[c] = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 & -1 \\ -2 & 3 & 5 & 0 \end{bmatrix}$, $[d] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 5 \\ -2 & -3 & 1 \\ 4 & -4 & 2 \end{bmatrix}$, 计算: (a) $[y][b]$; (b) $[b][y]$; (c) $[b][c]$; (d) $[c][d]$; (e) $[y][b][c][d]$ 。

36. (a) 求图 17.55 所示双端口网络的 t 参数 $[t]$; (b) 如果电源的内阻 $R_s = 15 \Omega$, 求该双端口网络的 Z_{out} 。

37. 求图 17.56 所示双端口网络的 $[t]$ 。

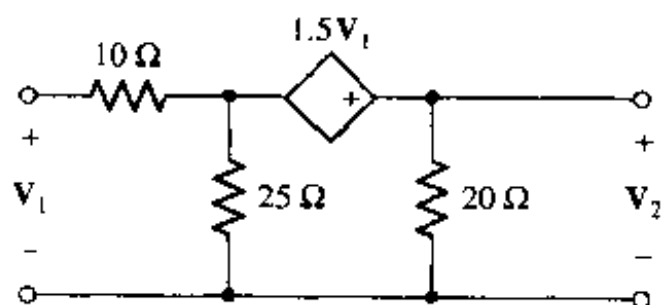


图 17.55

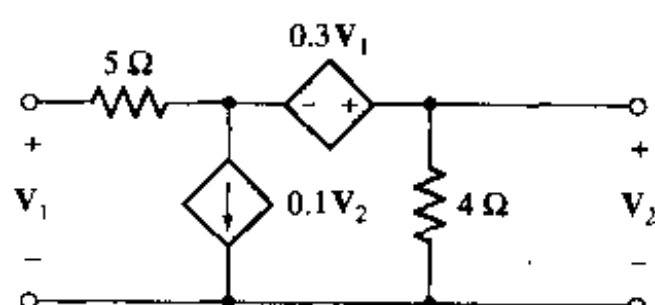


图 17.56

38. (a) 分别求出图 17.57 所示的级联双端口网络的 $[t]_A$, $[t]_B$ 和 $[t]_C$; (b) 求出这 6 个电阻双端口网络的 $[t]$ 。

39. (a) 求图 17.58 所示的 2Ω 电阻构成的双端口网络的 $[t]_A$; (b) 将图中的 2Ω 电阻替换成 10Ω 电阻后得到新的双端口网络, 证明其 t 参数等于 $([t]_A)^5$ 。

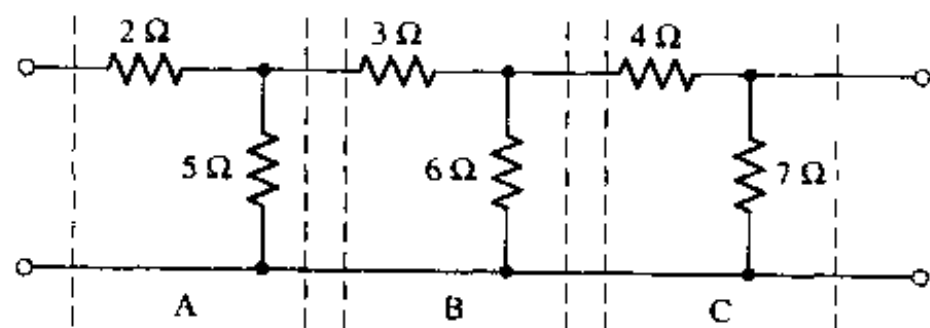


图 17.57

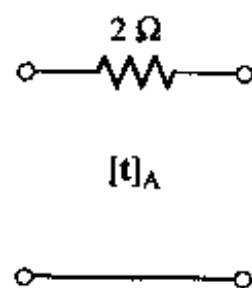


图 17.58

40. (a) 分别求出图 17.59(a)、图 17.59(b) 和图 17.59(c) 所示网络相应的 $[t]_a$, $[t]_b$ 和 $[t]_c$; (b) 利用双端口网络级联公式求图 17.59(d) 所示网络的 $[t]$ 。

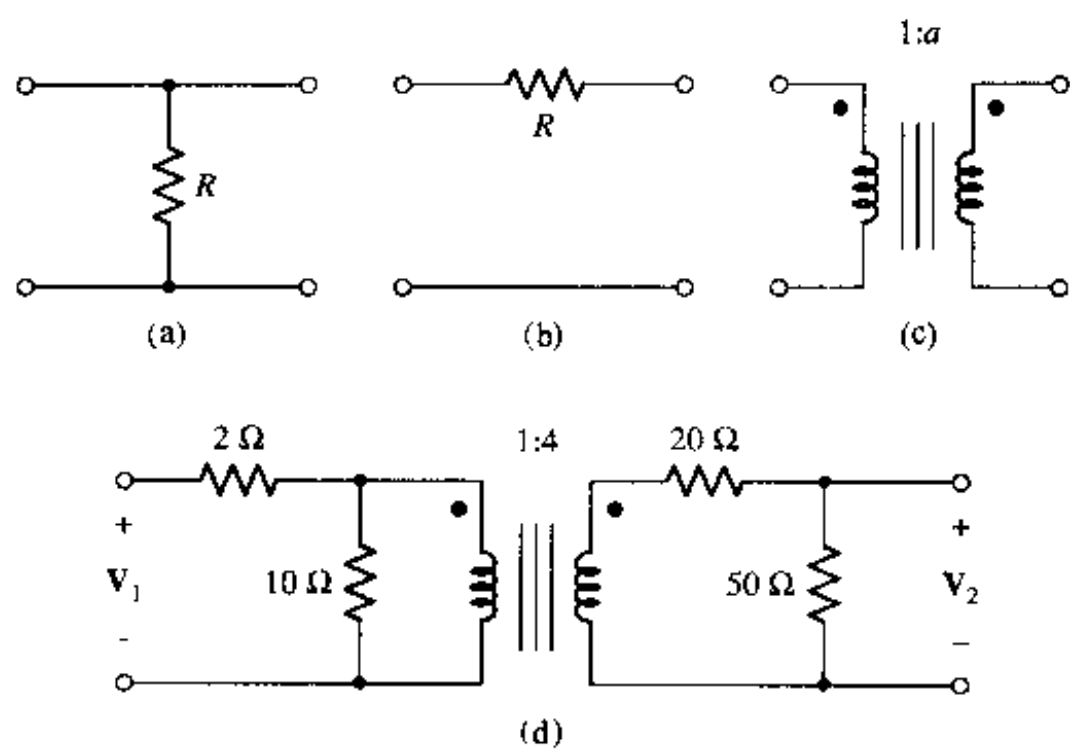


图 17.59

41. (a) 求图 17.60 所示双端口网络的 $[t]$; (b) 在输出端接上 20Ω 的电阻, 使用双端口网络级联的方法求 $[t]_{\text{new}}$ 。

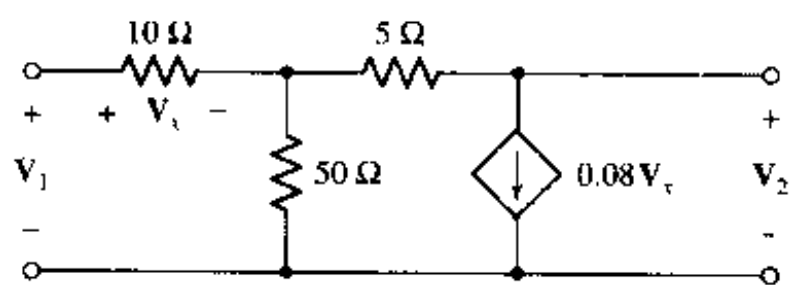


图 17.60

第 18 章 傅里叶电路分析

本章要点:

- 学习如何用傅里叶级数的三角形式表示周期函数
- 掌握偶对称性和奇对称性,偶次谐波和奇次谐波
- 学会分析频谱中包含的信息
- 学会使用傅里叶变换,并用它进行频域电路的分析

18.1 引言

通过研究时域和频域的周期函数,本章继续介绍电路分析方法。特别是,我们将考虑周期激励函数,并且它满足一定的数学限制,而这些限制正是实验室中所能产生函数具有的特性。这样的函数可以表示为无穷多个正弦和余弦及其谐波函数之和,因为每个正弦成分产生的受迫响应可以通过正弦稳态分析得到。因此,对于线性网络,一般形式的周期激励函数产生的响应可以通过将各频率成分的响应叠加起来而得到。

傅里叶级数在许多领域都有非常重要的意义,特别是在通信领域。不过,最近几年来,使用基于傅里叶方法进行电路分析已经慢慢变少了。现在,使用脉冲调制方式进行能量供应的设备(比如计算机)所消耗的能量比例正日益增长,因此有关电力系统和电力设备谐波的课题正迅速成为一个非常重要的问题,即使是对于大规模的发电厂,也面临着同样的问题。只有使用傅里叶分析才有可能了解这些潜在问题并获得相应的解决办法。

18.2 傅里叶级数的三角形式

前面已经知道,线性电路对任何激励函数的完全响应均由受迫响应和自由响应两部分组成。从第 7 章开始一直到第 9 章讨论了自由响应,不过那时只考虑了简单的 RL , RC 和 RLC 串联或者并联电路的情况,几乎没有考虑别的情况。后来,在第 14 章和第 15 章中引入了复频率概念,它提供了求解自由响应的一般方法,在求出网络传递函数的极点之后,就可以写出其自由响应。

18.2.1 谐波

为了研究用无穷多个正弦和余弦函数表示一般周期函数的可能性,下面来考虑一个简单的例子。首先来看一个角频率为 ω_0 的余弦函数:

$$v_1(t) = 2 \cos \omega_0 t$$

其中:

$$\omega_0 = 2\pi f_0$$

其周期 T 为:

$$T = \frac{1}{f_0} = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

T 表示基频周期,通常不带下标 0。这个正弦波的谐波频率为 $n\omega_0$,其中 ω_0 为基频, $n = 1, 2, 3, \dots$ 。第一个谐波频率即为基频。

然后考虑一个三次谐波电压:

$$v_{3a}(t) = \cos 3\omega_0 t$$

图 18.1(a)画出了基波 $v_1(t)$ 、三次谐波以及这两个波形的叠加。注意到它们的叠加也是周期的,周期为 $T = 2\pi/\omega_0$ 。

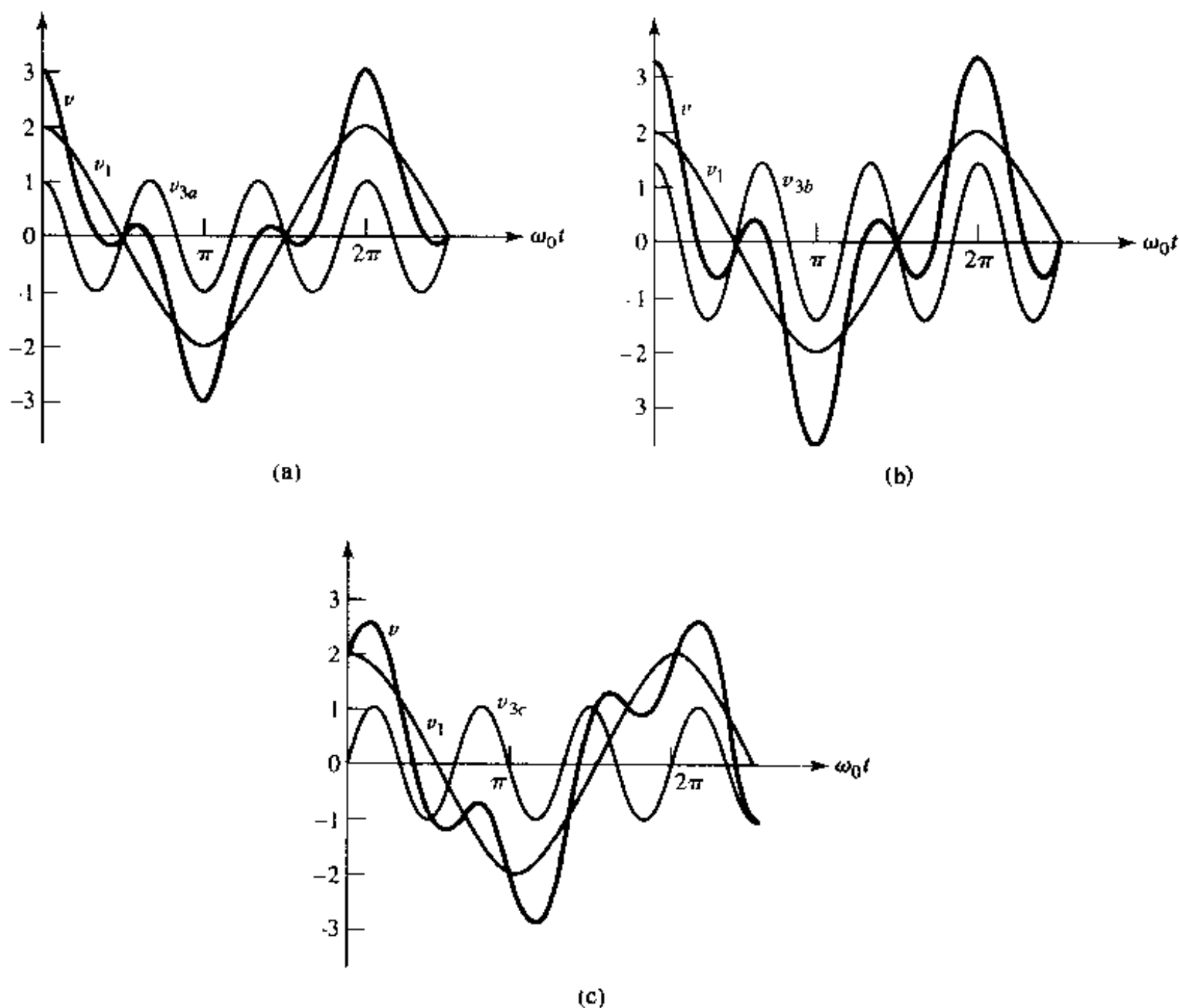


图 18.1 将基波和三次谐波叠加可以得到无限种不同的波形,这是其中的几个例子。基波为 $v_1 = 2 \cos \omega_0 t$,三次谐波分别为:

(a) $v_{3a} = \cos 3\omega_0 t$; (b) $v_{3b} = 1.5 \cos 3\omega_0 t$; (c) $v_{3c} = \sin 3\omega_0 t$

当三次谐波的相位和幅度变化时,它与基波叠加的函数形式也会发生变化。图 18.1(b)画出了将 $v_1(t)$ 与幅度稍大一些的三次谐波:

$$v_{3b}(t) = 1.5 \cos 3\omega_0 t$$

叠加后的结果。改变三次谐波的相位,使之等于:

$$v_{3c}(t) = \sin 3\omega_0 t$$

相应的叠加结果也会发生变化,如图 18.1(c)所示。不过,对于前面所有这些情况,叠加后波形的周期均等于基波周期,但它与每个谐波成分的幅度和相位有关,后面将看到,可以通过正弦函数的适当组合来生产完全不具有正弦特性的波形。

熟悉了用无穷多个正弦和余弦函数的叠加来表示周期波形以后,下面来考虑一般的非周期波形的频域表示,这种方法类似于拉普拉斯变换。

练习

- 18.1 某三次谐波电压与基波的和可以表示为 $v = 2 \cos \omega_0 t + V_{m3} \sin 3\omega_0 t$, 其中 $V_{m3} = 1$, 其波形如图 18.1(c)所示。(a)求 V_{m3} 的值,使得当 $\omega_0 t = 2\pi/3$ 时 $v(t)$ 的值为 0; (b) 计算当 $\omega_0 t = 2\pi/3$ 时 $v(t)$ 的值。

答案: 0.577; -1.000

18.2.2 傅里叶级数

首先来考虑周期函数 $f(t)$, 11.3 节给出了其定义, 可以用下面的函数关系来表示:

$$f(t) = f(t + T)$$

其中 T 为周期。进一步假定函数 $f(t)$ 满足下面的条件:

1. $f(t)$ 在任何时候均是单值的, 即 $f(t)$ 满足数学上关于函数的定义。
2. 对任意 t_0 , 积分 $\int_{t_0}^{t_0+T} |f(t)| dt$ 均存在 (即不是无穷大)。
3. $f(t)$ 在每个周期内只有有限个非连续点。
4. $f(t)$ 在每个周期内只有有限个极大值和极小值。

假定 $f(t)$ 代表电压或者电流波形, 任何实际能够产生的电压或电流波形都必须满足这些条件。虽然有些臆造的数学函数可能不满足这些条件, 但这里不考虑这种情况, 因此总是假定这四个条件成立。

傅里叶定理指出, 对于这样的周期函数 $f(t)$, 可以用无穷级数表示:

$$\begin{aligned} f(t) &= a_0 + a_1 \cos \omega_0 t + a_2 \cos 2\omega_0 t + \cdots \\ &\quad + b_1 \sin \omega_0 t + b_2 \sin 2\omega_0 t + \cdots \\ &= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \end{aligned} \quad (18.1)$$

其中基波频率 ω_0 与周期 T 的关系可以用下式表示:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

a_0, a_n 和 b_n 为与 n 和 $f(t)$ 有关的常数。方程 (18.1) 为 $f(t)$ 的傅里叶级数的三角形式, 求解常数 a_0, a_n 和 b_n 的过程称为傅里叶分析。我们的目的不是去证明这个定理, 而是简单地推导傅里叶分析的过程并验证其正确性。

18.2.3 一些有用的三角积分

在讨论傅里叶级数的系数的计算方法之前,先来看一些有用的三角积分。下面用 n 和 k 表示整数下标集合 $1, 2, 3, \dots$ 。在下面的积分中,取 0 和 T 作为积分限,但必须明白,取任何一个周期区间都是可以的。因为正弦函数在一个周期内的平均值为 0 ,所以:

$$\int_0^T \sin n\omega_0 t \, dt = 0 \quad (18.2)$$

以及:

$$\int_0^T \cos n\omega_0 t \, dt = 0 \quad (18.3)$$

很容易证明下面三个定积分也等于 0 :

$$\int_0^T \sin k\omega_0 t \cos n\omega_0 t \, dt = 0 \quad (18.4)$$

$$\int_0^T \sin k\omega_0 t \sin n\omega_0 t \, dt = 0, (k \neq n) \quad (18.5)$$

$$\int_0^T \cos k\omega_0 t \cos n\omega_0 t \, dt = 0, (k \neq n) \quad (18.6)$$

不包含在式(18.5)和式(18.6)中的例外情况也很容易计算,可以得到:

$$\int_0^T \sin^2 n\omega_0 t \, dt = \frac{T}{2} \quad (18.7)$$

$$\int_0^T \cos^2 n\omega_0 t \, dt = \frac{T}{2} \quad (18.8)$$

18.2.4 傅里叶系数的计算

现在可以计算傅里叶级数中的待定常数了。首先来求 a_0 , 分别将式(18.1)两边在一个周期上进行积分,得:

$$\int_0^T f(t) \, dt = \int_0^T a_0 \, dt + \int_0^T \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \, dt$$

而求和号中的每一项具有式(18.2)或式(18.3)的形式,因此:

$$\int_0^T f(t) \, dt = a_0 T$$

即

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \, dt \quad (18.9)$$

常数 a_0 为 $f(t)$ 一个周期的平均值,因此将其称为 $f(t)$ 的直流成分。

为了计算余弦系数(比如 $\cos k\omega_0 t$ 的系数 a_k), 首先将式(18.1)的两边乘以 $\cos k\omega_0 t$, 然后分别将两边在一个周期上进行积分得:

$$\begin{aligned} \int_0^T f(t) \cos k\omega_0 t \, dt &= \int_0^T a_0 \cos k\omega_0 t \, dt \\ &+ \int_0^T \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos k\omega_0 t \cos n\omega_0 t \, dt \end{aligned}$$

$$+ \int_0^T \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos k\omega_0 t \sin n\omega_0 t dt$$

根据式(18.3)、式(18.4)和式(18.6)可以看出,上式右边的所有项,除了 $k=n$ 时, a_n 项不为 0 以外,其他项均等于 0。利用式(18.8),可以求出 a_k 或 a_n :

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega_0 t dt \quad (18.10)$$

它等于乘积 $f(t) \cos n\omega_0 t$ 在一个周期上的平均值的两倍。

用类似的方法,通过乘以 $\sin k\omega_0 t$, 然后在 - 一个周期上积分,并注意到除了一项以外,其他所有项均等于 0,再将式(18.7)代入,可以求出 b_k 或 b_n :

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega_0 t dt \quad (18.11)$$

它等于 $f(t) \sin n\omega_0 t$ 在一个周期上的平均值的两倍。

利用式(18.9)到式(18.11),可以求出式(18.1)的傅里叶级数中的 a_0 和所有 a_n 和 b_n 的值:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad (18.1)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f_0$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \quad (18.9)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega_0 t dt \quad (18.10)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega_0 t dt \quad (18.11)$$

例题 18.1 半波整流电路是一种非线性电路,用来将正弦电压输入转化为(脉动)直流电压输出,图 18.2(a)所示的“半正弦”的波形表示半波整流电路输出端的电压响应。求这个波形的傅里叶级数表示

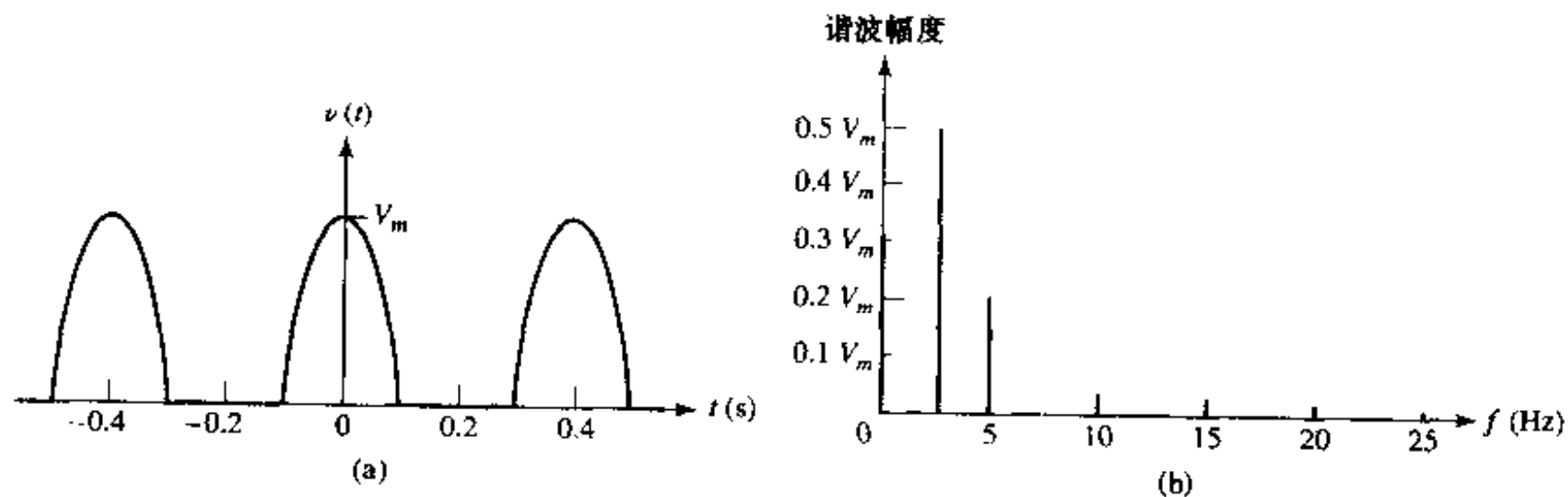


图 18.2 (a)输入为正弦波半波整流电路的输出;(b)图(a)中的波形的离散频谱