

$$(3 + j\omega)/[(3 + j\omega)^2 + 4]。$$

41. 求图 18.36 所示的周期时域函数的傅里叶变换。

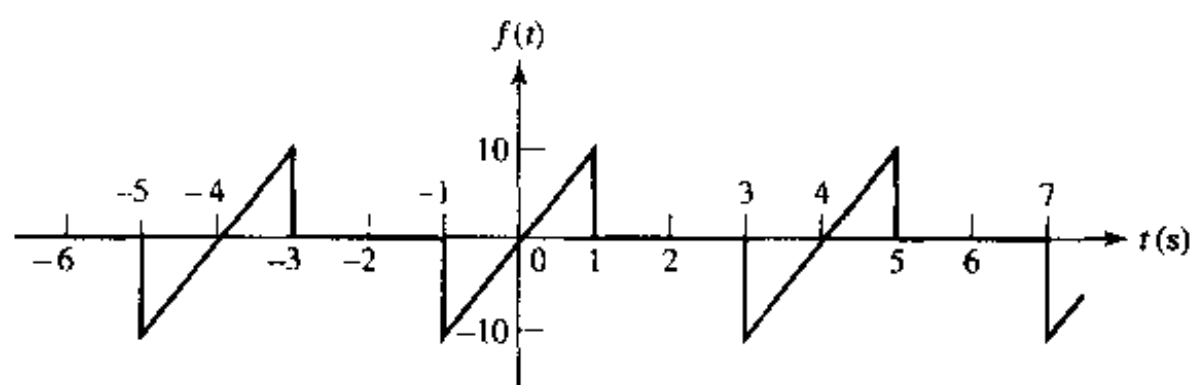


图 18.36

42. 周期函数 $f(t)$ 在一个周期区间 $0 < t < 4$ 上可以用 $f_1(t) = 10u(t) - 6u(t - 0.001) - 4u(t - 0.003)$ 表示。求 $F(j\omega)$ 。
43. 设 $F(j\omega) = 20 \sum_{n=1}^{\infty} [1/(|n|! + 1)] \delta(\omega - 20n)$, 求 $f(0.05)$ 的值。
44. 给定输入 $x(t) = 5[u(t) - u(t - 1)]$, 利用卷积求输出 $y(t)$, 其中 $h(t)$ 等于 (a) $2u(t)$; (b) $2u(t - 1)$; (c) $2u(t - 2)$ 。
45. 设 $x(t) = 5[u(t) - u(t - 2)]$, $h(t) = 2[u(t - 1) - u(t - 2)]$ 。利用卷积求当 $t = -0.4, 0.4, 1.4, 2.4, 3.4$ 和 4.4 时 $y(t)$ 的值。
46. 某线性系统的冲激响应为 $h(t) = 3(e^{-t} - e^{-2t})$ 。设输入为 $x(t) = u(t)$, 求 $t > 0$ 时的输出。
47. 图 18.37 画出了某线性系统的单位冲激响应和系统的输入曲线。(a) 求在区间 $4 < t < 6$ 内输出的积分表达式, 不能包含任何奇异函数; (b) 求 $t = 5$ 时的输出。

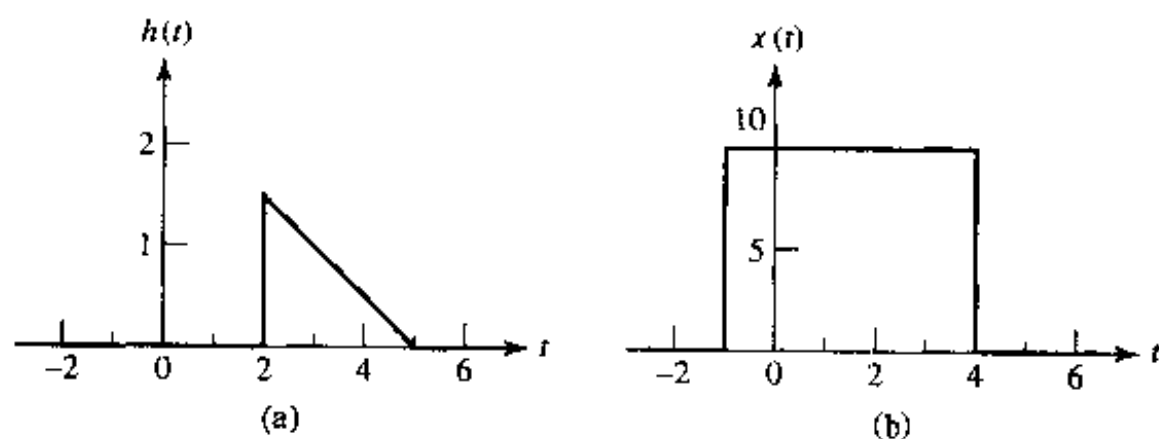


图 18.37

48. 给定输入信号 $x(t) = 5e^{-(t-2)}u(t-2)$ 和冲激响应 $h(t) = (4t - 16)[u(t - 4) - u(t - 7)]$, 求 t 等于下列时刻输出信号的值: (a) $t = 5$; (b) $t = 8$; (c) $t = 10$ 。
49. 将 $\delta(t)$ 作用于某线性系统, 当 $0 < t < \pi$ 时输出为 $\sin t$, 其余时刻为 0。如果输入为 $e^{-t}u(t)$, 求 t 等于下列时刻输出信号的值: (a) 1; (b) 2.5; (c) 4。
50. 设 $x(t) = 0.8(t - 1)[u(t - 1) - u(t - 3)]$, $h(t) = 0.2(t - 2)[u(t - 2) - u(t - 3)]$ 。求下列时刻 $y(t)$ 的值: (a) $t = 3.8$; (b) $t = 4.8$ 。
51. 将信号 $x(t) = 10e^{-2t}u(t)$ 输入到一个线性系统中, 已知系统的冲激响应为 $h(t) = 10e^{-2t}u(t)$ 求输出 $y(t)$ 。

52. 将冲激输入到某线性系统中, 产生的输出为 $h(t) = 5e^{-4t}u(t)$ V。求下列情况下响应所占的单位电阻能量的百分比: (a) 在时间区间 $0.1 < t < 0.8$ s 内; (b) 在频率区间 $-2 < \omega < 2$ rad/s。
53. 如果 $F(j\omega) = 2/[(1+j\omega)(2+j\omega)]$, 求 (a) 该信号的单位电阻能量, 和 (b) $f(t)$ 的最大值。
54. 求 $\mathcal{F}^{-1}[F(j\omega)]$, 如果 $F(j\omega)$ 等于 (a) $1/[(j\omega)(2+j\omega)(3+j\omega)]$; (b) $(1+j\omega)/[(j\omega)(2+j\omega)(3+j\omega)]$; (c) $(1+j\omega)^2/[(j\omega)(2+j\omega)(3+j\omega)]$; (d) $(1+j\omega)^3/[(j\omega)(2+j\omega)(3+j\omega)]$ 。
55. 构造一个网络并使其冲激响应为 $h(t) = 2e^{-t}u(t)$ 。 (a) 求 $H(j\omega) = V_o(j\omega)/V_i(j\omega)$; (b) 通过考察 $h(t)$ 或者 $H(j\omega)$ 可以发现该网络存在一个存储能量的元件, 任意选取一个 RC 网络来产生所需的时间常数, 比如取 $R = 1 \Omega$, $C = 1$ F, 为了产生响应 $\frac{1}{2}h(t)$ 或 $\frac{1}{2}H(j\omega)$, 确定电路的形式; (c) 用一个理想电压放大器与该网络级联以产生合适的放大因子, 则放大器的增益为多少?
56. 求图 18.38 所示电路的 $v_o(t)$ 。
57. 求图 18.39 所示电路的 $v_C(t)$ 。

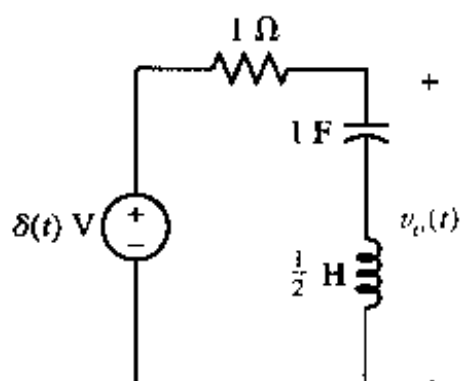


图 18.38

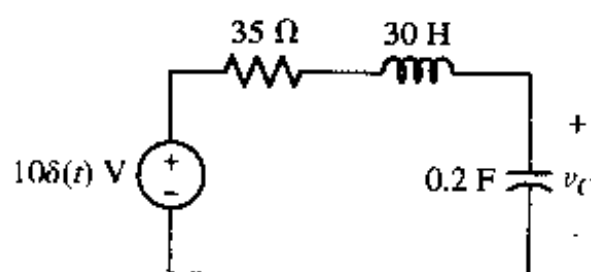


图 18.39

58. 设 $f(t) = 5e^{-2t}u(t)$, $g(t) = 4e^{-3t}u(t)$ 。 (a) 在时域中求卷积 $f(t) * g(t)$; (b) 用频域相乘的方法求 $f(t) * g(t)$ 。

附录 A 网络拓扑简介

在研究了许多电路问题之后,逐渐明白,前面所见到的许多电路,至少在元件的安排上有很多共性。基于这一事实,可以对电路得出更为抽象的看法,即网络拓扑。本附录提供了网络拓扑中几个基本概念的介绍,它们的具体应用则留给读者自己去做。

A.1 树和通用节点分析

现在对前面学过并经常使用的节点分析法做一归纳。因为节点分析法适用于任何网络,即使不能解决更大的一类电路问题,但可以期望找到适用于任何特殊问题的一个通用节点分析法,这样可以少用几个方程,少花一点功夫。

必须扩展与网络有关的定义。首先定义拓扑为几何的一个分支,它研究几何图形的性质,当图形受到扭曲、弯折、折叠、伸展、挤压或打结时,只要图形的任何部位没有被割断或连接起来,该性质保持不变。一个球体和一个四面体在拓扑结构上是等效的,同理正方形和圆形也是等效的。关于电路,现在不关心电路中出现的是哪种类型的元件,只关心支路和节点之间是怎样连接的。实际上常常是有意识地抑制元件的性质,简单地将元件用一条线表示。这样的图形称为线图或简称图。图 A.1 是一个电路和它相应的拓扑图。注意,所有节点都用加重点标出。

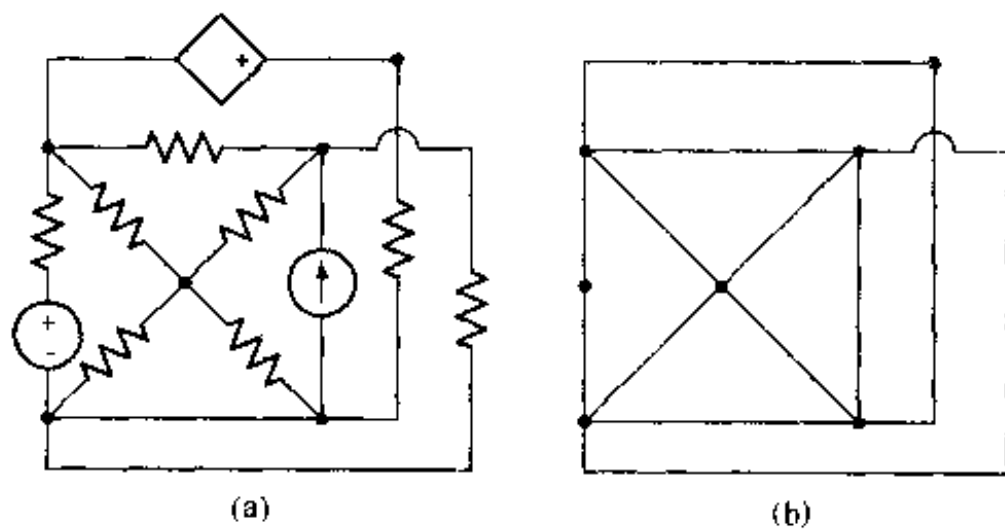


图 A.1 (a)给定电路;(b)该电路的线图

由于电路或其线图变形时其拓扑性质并未改变,所以图 A.2 中的三个图与图 A.1 中的电路和图在拓扑结构上是等效的。

已学过并用过的拓扑术语有:

节点:两个或更多元件的公共接点。

路径:一系列元件的集合,使得通过这些元件时不会两次通过同一节点。

支路:只包含一个简单元件的路径,它将一个节点连接到其他节点。

回路:闭合的路径。

网孔:不含任何其他回路的一个回路。

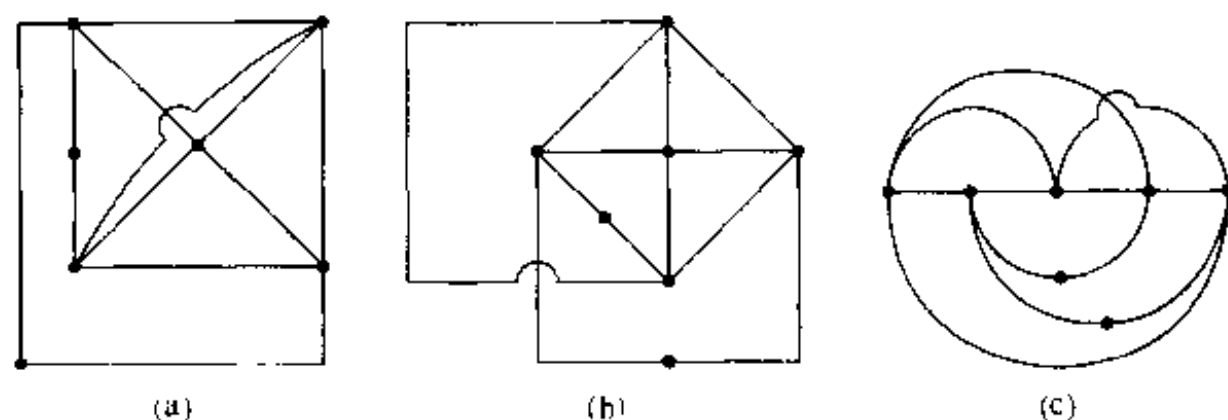


图 A.2 图 A.1 中电路的几个替代线图

平面电路:可以在平面上画出的电路,其中没有任何支路跨过或钻过其他支路。

非平面电路:任何不是平面的电路。

图 A.2 中的每个图形都含有 12 条支路和 7 个节点。

现在需要定义三个新的拓扑术语——树、余树和连枝。树定义为支路的集合,它不含任何回路但连接每个节点到其他节点,这里的连接不一定是直接的。一个网络通常有许多不同的树,随着网络复杂性增加,树的数目会迅速增加。图 A.3(a)中的简单图形有 8 个可能的树,在图 A.3(b),图 A.3(c),图 A.3(d)和图 A.3(e)中用粗线画出了其中 4 个。

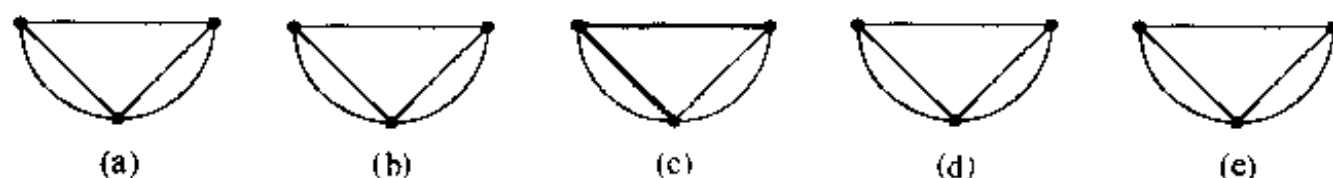


图 A.3 (a) 3 节点网络的线图。(b), (c), (d), (e) (a) 中图形的 8 个不同树之中的 4 个,用粗线画出

图 A.4(a)中画出了一个更复杂图形。图 A.4(b)是一个可能的树,图 A.4(c)和图 A.4(d)是支路的集合而不是树,因为它们都不符合树的定义。

一个树确定之后,那些不属于该树的支路就形成了余树。在图 A.3(b)至图 A.3(e)中用细线画出的支路表示余树,它们与用粗线画出的树相对应。

一旦理解了树及其余树的构造,连枝的概念就变得非常简单,连枝是属于余树的任何支路。显然,某一支路可以是,也可以不是连枝,取决于所选择的树。

很容易将连枝的数目与支路和节点数联系起来。如果图形有 N 个节点,一定需要 $(N - 1)$ 条支路来构造一个树,因为第一条支路连接两个节点,其他每条支路连接一个新的节点。这样,给定 B 条支路,连枝数一定是:

$$L = B - (N - 1)$$

或

$$L = B - N + 1 \quad (\text{A.1})$$

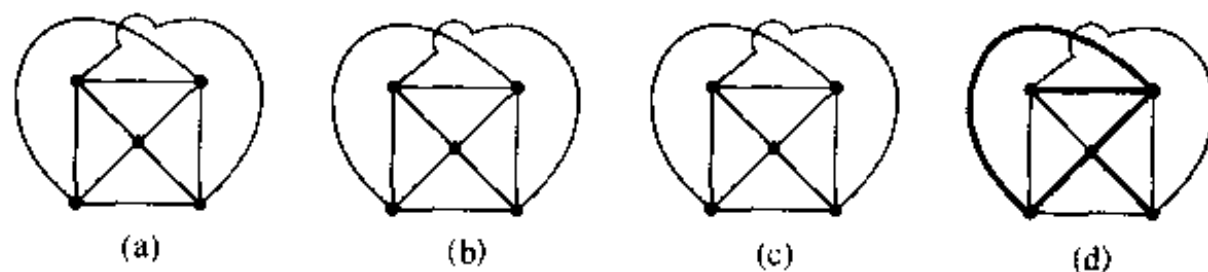


图 A.4

(a)线图;(b)一个可能的树;(c, d)不符合树定义的支路集合

余树含有 L 条支路, 树含有 $(N-1)$ 条支路。

对于图 A.3 中的每个图形都有 $5-3+1=3$, 对于图 A.4(b) 中每个图形都有 $10-5+1=6$ 。一个网络可以由几个不相连的部分组成, 可以用 $+S$ 替代 $+1$ 使得式 (A.1) 更加通用, 其中 S 为分离部分的数目。也可以用一根导线将两个分离部分连接起来, 使两个节点变成一个节点, 在这根导线上没有电流。这一过程可以用于连接任意多个分离的部分, 这样, 规定 $S=1$ 就不会影响式 (A.1) 的通用性。

现在来讨论如何写出数量足够且又互相独立的一组节点方程。这个方法可以从同一网络获得许多不同的方程组, 所有方程组都有效。但是这种方法不能提供所有可能的方程组。下面通过三个例子来解释这种获取方程组的过程, 并指出使得方程组数量足够且又互相独立的原因。

对于给定网络:

1. 画出图形并找出它的一个树。
2. 将所有电压源安置在树中。
3. 将所有电流源安置在余树中。
4. 尽可能将压控电源的控制电压支路安置在树中。
5. 尽可能将流控电源的控制电流支路安置在余树中。

后面的 4 个步骤将电压和树、电流和余树有效地联系在一起。

对树的 $(N-1)$ 条支路每一条指定一个对应的电压变量, 其电压跨接在支路的两端。含有 (独立或受控) 电压源的支路应该用其源电压指定, 含有控制电压的支路应该用其控制电压来指定。这样引入的新变量数目应该等于树的支路数目 $(N-1)$, 减去树中的电压源数目, 还要减去树中找到的控制电压的数目。在例题 A.3 中所要求的新变量数目为零。

有了一组变量, 现在需要写出足够多的方程以确定这些变量。应用 KCL 就可以得到这些方程。对电压源的处理办法与前面介绍节点分析法时采用的办法相同, 每个电压源及其两个节点组成一个超节点或超节点的一部分。然后对参考节点以外的所有节点和超节点应用基尔霍夫电流定律。将所有连接到节点的支路上离开节点的电流之和置为零。用前面指定的电压变量将电流表示出来。就像前面参考节点的情况一样, 可以忽略一个节点。当存在电流控制受控源时, 最后还要写出控制电流的方程, 将它与电压变量联系起来。这与节点分析法中的过程完全一样。

下面对图 A.5(a) 所示的电路应用这个过程。它含有 4 个节点和 5 个支路, 见图 A.5(b)。

例题 A.1 求图 A.5(a) 电路中的 v_x 。

按照树的作图步骤 2 和步骤 3, 将电压源放在树中, 将电流源放在余树中。按照步骤 4, v_x 支路也可以放在树中, 因为它并不形成违反树定义的回路。如图 A.5(c) 所示, 现在得到含有两个支路和一个连枝的图。从图可见, 并没有树存在, 因为右节点没有通过树枝与其他节点相连。得到一个树的惟一可能办法示于图 A.5(d)。100 V 电压源、控制电压 v_x 和一个新电压变量 v_1 被分别指定给三个树枝。

这样, 有两个未知量 v_1 和 v_x , 需要用这两个变量写出两个方程。一共有 4 个节点, 不过由于电压源的存在使其中两个节点变成一个超节点。可以对余下的 3 个节点或超节点中的任意两个应用基尔霍夫电流定律。假定首先取右节点。离开右节点指向左节点的电

流为 $-v_1/15$, 而指向下面的是 $-v_x/14$, 那么第一个方程为:

$$-\frac{v_1}{15} + \frac{-v_x}{14} = 0$$

位于上面的中心节点看起来比超节点容易一些, 所以设定流向左边的电流 ($-v_x/8$)、流向右边的电流 ($v_1/15$) 和向下流过 4Ω 电阻的电流这三个电流之和为零。后一个电流为电阻上的端电压除以电阻 4Ω , 可是连枝上没有标出电压。当按照定义构造出树的时候, 从任一节点到任何其他节点都应该存在一条路径。由于树中的每个支路都赋予了一个电压, 所以可以将任何连枝上的电压用支路电压表示。因此这个向下的电流为 $(-v_x + 100)/4$, 这样就得到第二个方程:

$$-\frac{v_x}{8} + \frac{v_1}{15} + \frac{-v_x + 100}{4} = 0$$

两个方程的联立解为:

$$v_1 = -60 \text{ V} \quad v_x = 56 \text{ V}$$

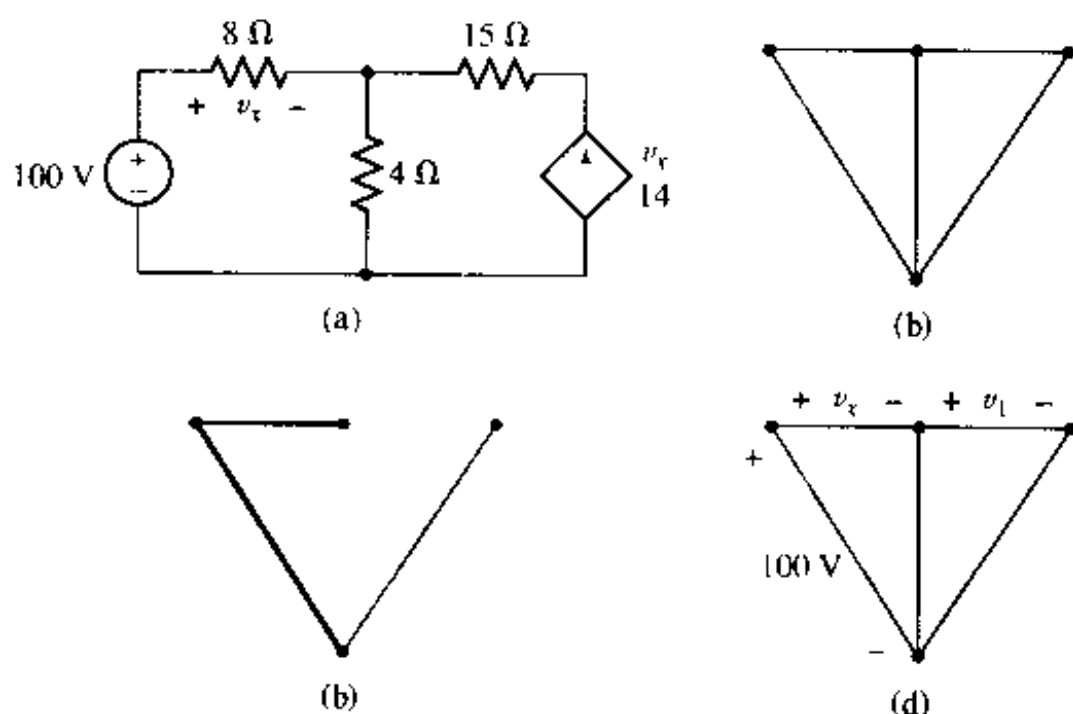


图 A.5 (a)通用节点分析法使用的电路例子;(b)给定电路的图形;(c)电压源和控制电压放在树中,而电流源放在余树中;(d)将树图标记完整,对每个支路指定一个电压变量

例题 A.2 求图 A.6(a)电路中的 v_x 和 v_y

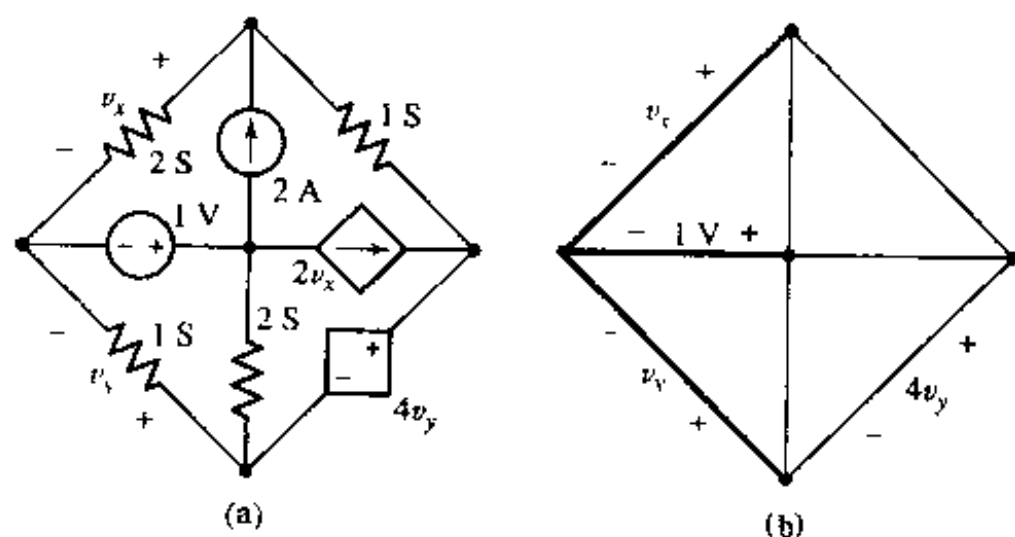


图 A.6 (a)含有 5 个节点的电路;(b)选出一个树,使得两个电压源和两个控制电压都成为树枝

画出树图,使得两个电压源和两个控制电压都以树枝电压出现,并被指定为电压变量。如图 A.6(b)所示,4 个支路构成了一个树,其中选出树枝电压 $v_x, 1, v_y$ 和 $4v_y$ 。

两个电压源都定义为超节点,两次应用 KCL,一次对上面的节点有:

$$2v_x + 1(v_x - v_y - 4v_y) = 2$$

对包含右节点和下面节点和受控电压源的超节点有:

$$1v_y + 2(v_y - 1) + 1(4v_y + v_y - v_x) = 2v_x$$

不像采用原来方法所预期的四个方程,而是现在的两个方程,容易求出:

$$v_x = \frac{26}{9} \text{ V} \quad v_y = \frac{4}{3} \text{ V}$$

例题 A.3 求图 A.7(a)电路中的 v_x

两个电压源和控制电压建立起三个支路的树,见图 A.7(b)。因为两个上面的节点和右下节点联合构成一个超节点,只需写一个 KCL 方程。选择左下节点有:

$$-1 - \frac{v_x}{4} + 3 + \frac{-v_x + 30 + 6v_x}{5} = 0$$

它给出 $v_x = -\frac{32}{3} \text{ V}$ 。尽管这个电路看起来很复杂,利用通用节点分析法,很容易求得答案。如果采用网孔分析法或对参考点的节点电压分析法将要写出更多的方程,花费更多力气。

下面将讨论,如何找到解决问题最好的分析方法。

在前面的例题中,如果还需要知道其他电压、电流或功率,则要还要做一步。例如,3 A 电流源提供的电流为:

$$3\left(-30 - \frac{32}{3}\right) = -122 \text{ W}$$

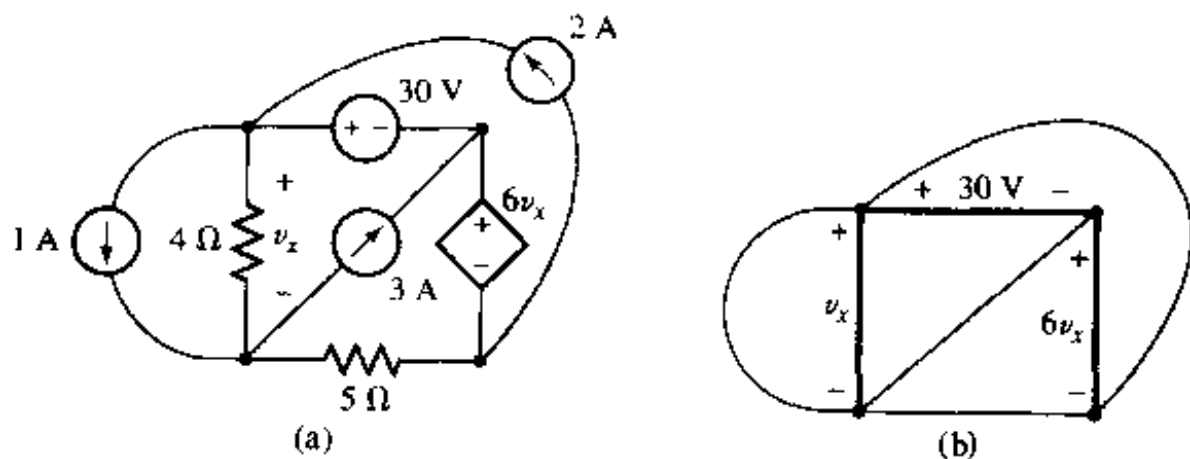


图 A.7 (a) 只需写出一个通用节点方程的电路;(b)所使用的树和树枝

现在来讨论假定的树枝电压与独立节点方程是否足够多。如果树枝电压数目足够,那么每个树枝,无论是树的还是余树的,一定能从所有树枝电压的知识中得到。对于处于树枝中的电压肯定是正确的。对于连枝,已知每个连枝连接两个节点,并且按照定义,树也必须连接这两个节点。所以每个连枝电压也可以用树枝电压建立。

只要知道电路中每个支路的电压,所有电流都可以得到,如果支路含有电流源,则是给定电流源的值,如果支路含有电阻,则是支路电压除以电阻,如果支路恰好含有电压源,则可用 KCL 求出。这样,所有电压和电流就确定了,节点方程的充分性得以证实。

为证明方程的独立性,首先假定网络中只存在独立电流源。如前所述,独立电压源的存在

减少了方程数目,而受控源一般会带来很多方程。在只有独立电流源的情况下,可以用 $(N-1)$ 个树枝电压恰好写出 $(N-1)$ 个节点方程。为了证明这 $(N-1)$ 个方程是独立的,设想将 KCL 应用于这 $(N-1)$ 个不同的节点。每当写出 KCL 方程都涉及一个连接该节点与其他节点的新树枝。由于这个电路元件没有出现在这之前的任何方程中,这肯定是一个独立方程。以次类推到 $(N-1)$ 个节点中的其他节点,所以最后得到 $(N-1)$ 个独立方程。

练习

- A.1 (a)按照前面给出的 5 条构造树的建议,找出图 A.8 中有几个树? (b)画出一个适当的树,用两个未知量写出两个方程,求 i_3 ; (c)受控源提供的功率是多少?

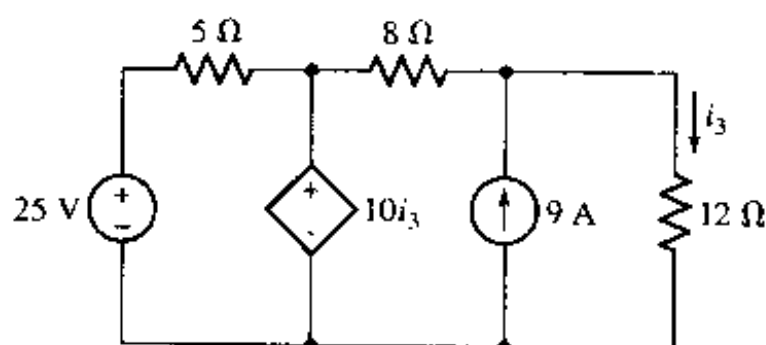


图 A.8

答案: 1; 7.2 A; 547 W

A.2 连枝和回路分析

现在考虑用树来得到一组适当的回路方程。在某些方面,这类似于写节点方程的方法。而且需要指出,尽管可以保证这样得到的任何一组方程既是足够的也是独立的,但不能肯定这种方法可以得到任何可能的方程组。

首先利用通用节点分析的规则,构造一个树。节点和回路分析的目标是将电压源放在树中,将电流源放在余树中,对于电源这是必须遵守的规则,而对于控制量则是推荐的规则。

但现在,不是给每个树枝分配一个电压,而是给余树中每个元件或每个连枝分配一个电流(当然包含参考方向)。如果有 10 个连枝,将恰好分配 10 个连枝电流。任何含有电流源的连枝将分配该电流源的电流作为连枝电流。注意,每个连枝电流也可以想像为回路电流,因为连枝必须伸展到两个特定的节点上,而且在这两个节点之间必定还存在一条路径通向树。这样,每个连枝都与一个惟一的特定回路相联系,该回路包含一个连枝和一个惟一的路径通向树。显然可以将分配的电流想像为一个回路电流或连枝电流。连枝的概念在定义电流时最有用,因为必须为每个连枝建立一个电流。在写电路方程时,回路的概念更为方便,因为需要对每个回路应用 KVL。

下面对图 A.9(a)所示的电路尝试定义连枝电流的步骤。按照电压源放在树枝,而电流源放在连枝的方法,从几个可能的树中选出一个树。首先考虑含有电流源的连枝,与其联系的回路是左边的网孔,连枝电流围绕该网孔的周边流动[图 A.9(b)]。显然可以选择“7 A”作为这个连枝电流的标记。记住,没有其他电流会流过这个特定的连枝,所以连枝电流的大小恰好是电流源的大小。

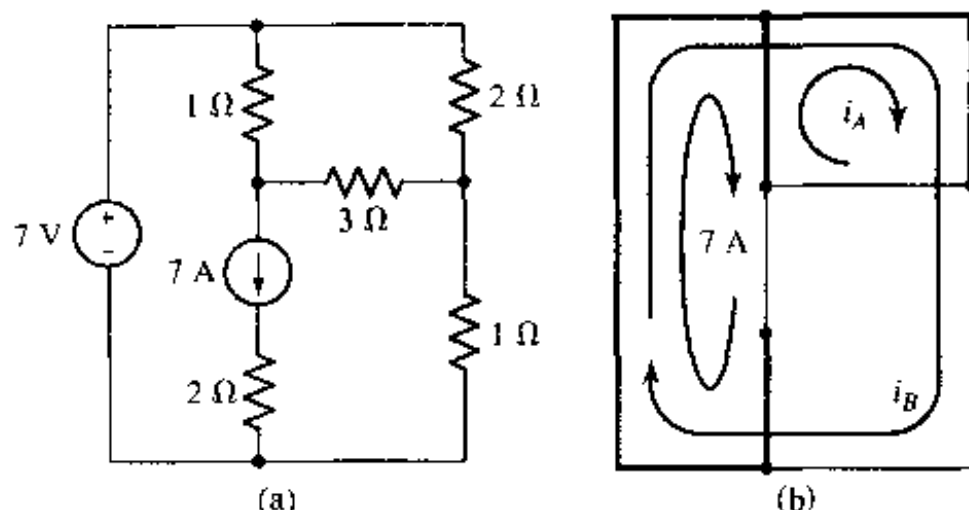


图 A.9 (a)简单电路;(b)选定的一个树,使得电流源在连枝,电压源在树枝

下一步将注意力转移到含有 3Ω 电阻的连枝,与它相联系的回路是右上角的网孔,这个回路(或网孔)电流定义为 i_A ,如图 A.9(b)所示。最后一个连枝是下方的 1Ω 电阻,它两个端点之间的唯一路径是围绕整个电路的周界。这个连枝电流称为 i_B ,图 A.9(b)中 i_B 的箭头表明电流的路径和参考方向。这不是一个网孔电流。

注意,每个连枝只有一个电流,但每个树枝可以有从 1 到连枝电流总数的任何多个电流通过。使用很长的、几乎闭合的箭头来标记回路,有助于表明哪个回路电流流经哪个树枝以及它们的参考方向。

对每个回路写出一个 KVL 方程。使用的变量就是分配的连枝电流。因为不可能用源电流的大小表示电流源上的电压,并且已经使用源电流的值作为连枝电流,应该放弃任何包含电流源的回路。

例题 A.4 对于图 A.9 的例题,求 i_A 和 i_B 的值

首先进入 i_A 回路,从它的左下角开始顺时针方向进行。 1Ω 电阻上的电流是 $(i_A - 7)$,在 2Ω 元件上的电流是 $(i_A + i_B)$,在连枝上为 i_B 。这样:

$$1(i_A - 7) + 2(i_A + i_B) + 3i_A = 0$$

对 i_B 连枝,从左下角开始顺时针方向前进,得到:

$$-7 + 2(i_A + i_B) + 1i_B = 0$$

对于 7 A 连枝所属的回路不要求列出方程。解之,再次得到 $i_A = 0.5\text{ A}$, $i_B = 2\text{ A}$ 。这次比原来少用一个方程就得到了答案。

例题 A.5 求图 A.10(a)的电路中 i_1 的值

电路含有 6 个节点,因此有 5 个支路。由于网络中有 8 个元件,所以余树中有 3 个连枝。如果将 3 个电压源放在树中,2 个电流源以及控制电流放在余树中,就得到图 A.10(b)所示的树。4 A 电流源定义了一个回路,如图 A.10(c)所示。受控源建立了围绕右边网孔的 $1.5i_1$ 电流回路,控制电流 i_1 给出围绕电路周边的余下的回路电流。注意,所有 3 个电流都通过 4Ω 电阻。

只有一个未知量 i_1 ,抛开由两个电流源定义的回路之后,环绕电路外边界应用 KVL:

$$-30 + 5(-i_1) + 19 + 2(-i_1 - 4) + 4(-i_1 - 4 + 1.5i_1) - 25 = 0$$

除了 3 个电压源之外,在这个回路中还有 3 个电阻。 5Ω 电阻有一个回路电流经过,因为

它也是连枝。2 Ω 电阻上流经两个回路电流。4 Ω 电阻上流经 3 个回路电流。为了避免遗漏或重复使用电流,避免错误引用电流的方向,仔细画出一组回路电流是必不可少的。前面的方程是得到保证的,由此得出 $i_1 = -12$ A。

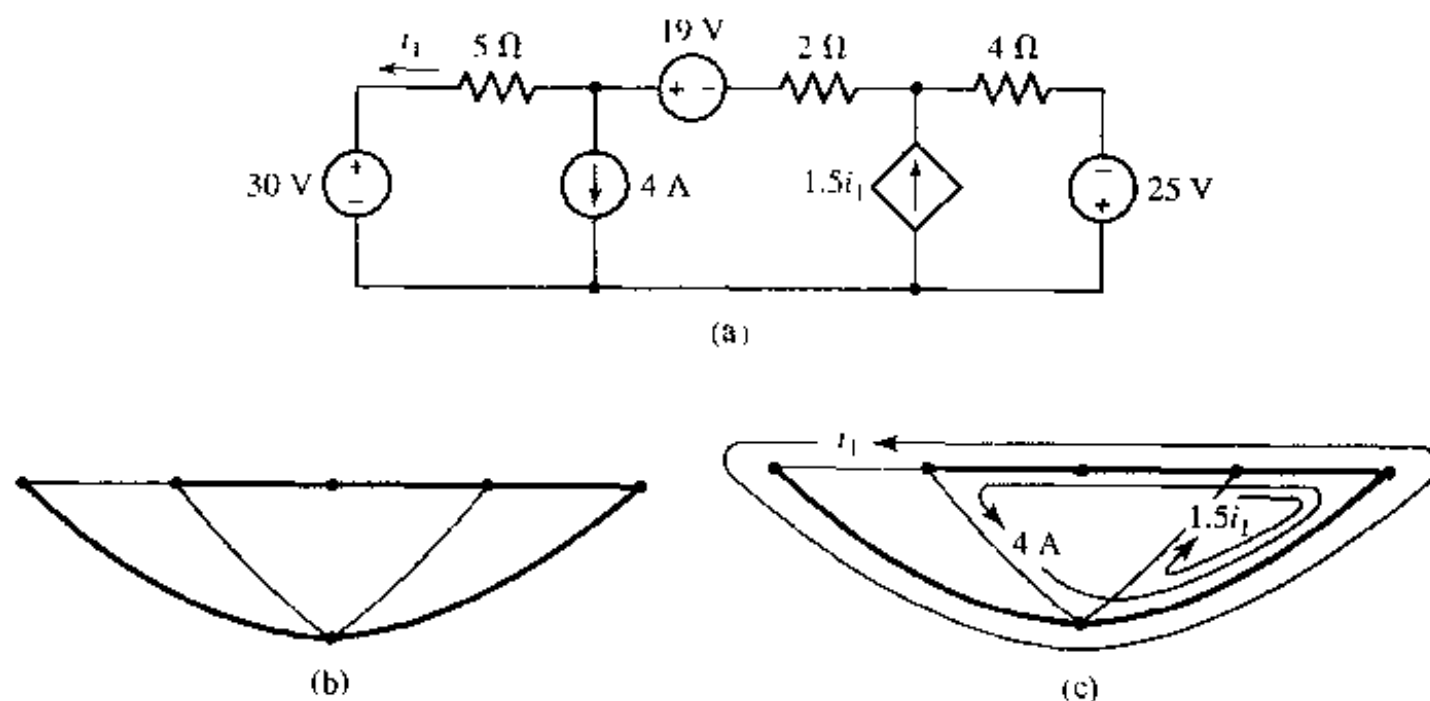


图 A.10 (a)利用通用回路分析法只要列出一个方程就能解出 i_1 的电路;(b) 惟一满足 A.1 - 节给出规则的树;(c)用相应回路表示的三个连枝电流

如何确认方程数目是否足够?设想一个树,它不含回路,因此它至少含有两个节点,每个节点只有一个树枝与其相连。根据已知连枝电流,应用 KCL 很容易求出这两个支路上的电流。如果还有其他节点,只与一个树枝相连,这些树枝电流也可以立刻得到。在图 A.11 所示的树中,可以求得支路 a, b, c 和 d 上的电流。现在沿着树枝移动,求得树枝 e 和 f 上的电流。这一过程可以继续,直到所有支路电流被确定下来。因此有足够多的连枝电流用以确定所有的支路电流。考察一个含有回路的错误树所发生的情况是很有益的。即使所有连枝电流为零,仍然可以有电流环绕这个“树环”。因此,连枝电流不能确定这个电流,连枝电流数目不够。按照定义可能有这样的树是不可能的。

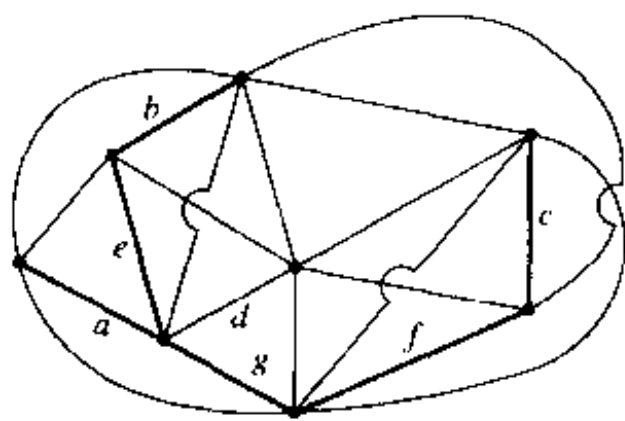


图 A.11 说明连枝电流数目充分性的有关树的例题

为证明独立性,假定网络中惟一的电源是独立电压源。如同前面注意到的一样,电路中的独立电流源导致较少的方程数目,而受控源通常会带来许多方程。如果只有独立电压源,那么用 $(B - N + 1)$ 个连枝电流就恰好写出 $(B - N + 1)$ 个回路方程。为了证明这 $(B - N + 1)$ 个方程的独立性,只需指出它们每个代表环绕一个回路的 KVL,每个回路含有一个不出现在其他方程中的连枝。可以设想不同的电阻 $R_1, R_2, \dots, R_{B-N+1}$ 在各个连枝中,显然每个方程都不可能

从其他方程得到,因为每个方程都含有一个不出现在其他方程中的系数。

因此连枝电流的数目足够得到完整的解,而且用来求连枝电流的回路方程组是一组独立方程。

在考察了通用节点分析法和回路分析法之后,应该知道它们各自的优缺点,这样对给定问题的处理方法可以做出灵活的选择。

节点法一般要求 $(N-1)$ 个方程,但是对于每个树枝中的独立或受控电压源可以减少一个方程,对于每个连枝电压或电流控制的受控源要增加一个方程。

回路法基本上涉及 $(B-N+1)$ 个方程。可是每个连枝中的独立或受控电流源将减少一个方程,而每个树枝电流控制的受控源将增加一个方程。

作为讨论的结束,让我们查看图 A.12 中晶体管 T 形等效电路,正弦电源为 $4 \sin 1000t$ mV,负载电阻为 $10 \text{ k}\Omega$ 。

例题 A.6 在图 A.12 所示的电路中求输入(发射极)电流 i_e 和负载电压 v_L ,假定发射极电阻的典型值为 $r_e = 50 \Omega$,基极电阻 $r_b = 500 \Omega$,集电极电阻 $r_c = 20 \text{ k}\Omega$,共基极正向电流传输系数 $\alpha = 0.99$ 。

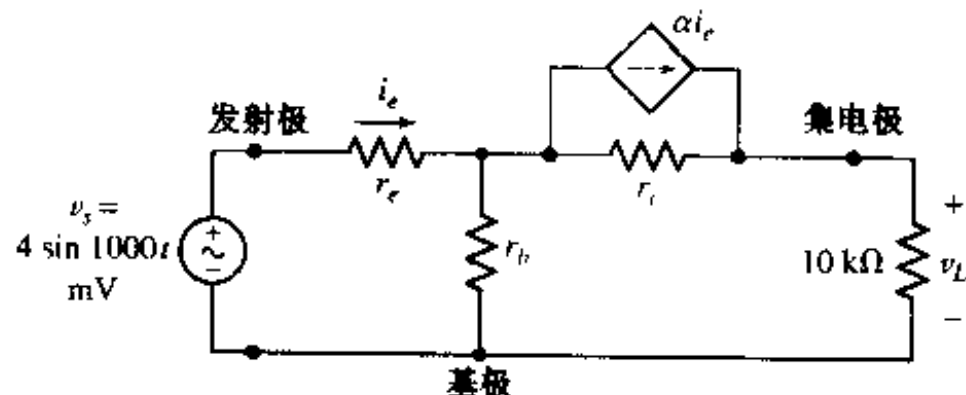


图 A.12 正弦电压源和 $10 \text{ k}\Omega$ 负载电阻连接到晶体管 T 形等效电路,输入和输出的公共连接端是晶体管的基极,这种接法称为共基极接法

尽管在下面的练习中会遇到一些具体细节,可是容易看出这个电路的分析可以通过画出要求三个通用节点方程 $(N-1-1+1)$ 或两个回路方程 $(B-N+1-1)$ 的树完成。还需指出,三个方程是节点相对于参考电压的,它们是三个网孔方程。

无论选择什么解法,对这个特定电路都可以得到如下答案:

$$i_e = 18.42 \sin 1000t \mu\text{A}$$

$$v_L = 122.6 \sin 1000t \text{ mV}$$

由此得知,这个晶体管电路的电压增益 (v_L/v_i) 为 30.6,电流增益 $(v_L/10000i_e)$ 为 0.666,功率增益为 $30.6 \times 0.666 = 20.4$ 。让晶体管工作在共发射极接法下可以获得更高的增益。

练习

A.2 (a)对图 A.13(a)的电路画出适当的树,并用通用回路分析法,写出以 i_{10} 为变量的单个方程,求 i_{10} ; (b)对图 A.13(b)的电路画出适当的树,并用通用回路分析法,写出以 i_{10} 和 i_3 为变量的两个方程,求 i_{10} 。

A.3 对图 A.12 所示的晶体管放大器等效电路,取 $r_e = 50 \Omega$, $r_b = 500 \Omega$, $r_c = 20 \text{ k}\Omega$, $\alpha = 0.99$,画出适当的树并求 i_e 和 v_L ,采用(a)两个回路方程;(b)三个节点方程,其中有

一个公共电压参考节点;(c)三个节点方程,没有公共参考节点。

A.4 确定图 A.12 中 $10\text{ k}\Omega$ 负载电阻所连接电路的戴维南和诺顿等效电路,采用(a) v_L 的开路电压;(b)(向下的)短路电流;(c)戴维南等效电阻。所有的电路参数已在练习 A.3 中给出。

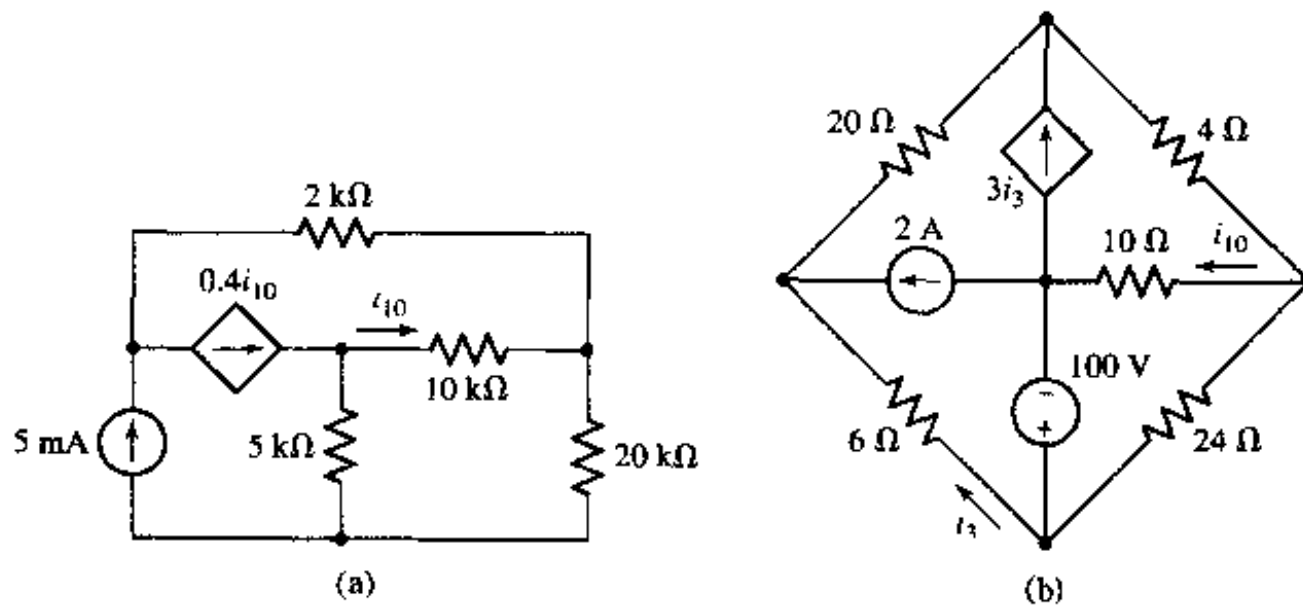


图 A.13

答案:A.2: -4.00 mA ; 4.69 A 。A.3: $18.42 \sin 1000t\text{ }\mu\text{A}$; $122.6 \sin 1000t\text{ mV}$ 。A.4: $147.6 \sin 1000t\text{ mV}$; $72.2 \sin 1000t\text{ }\mu\text{A}$; $2.05\text{ k}\Omega$

附录 B 联立方程求解

考虑下面方程表示的简单系统：

$$7v_1 - 3v_2 - 4v_3 = -11 \quad (\text{B.1})$$

$$-3v_1 + 6v_2 - 2v_3 = 3 \quad (\text{B.2})$$

$$-4v_1 - 2v_2 + 11v_3 = 25 \quad (\text{B.3})$$

这组方程可以用系统消元法求解。这种方法尽管冗长，但对于方程数目很大的情况，如果不按系统的方法是不可能得到结果的。幸好有很多办法做这件事，下面就来研究其中的几种方法。

B.1 科学计算器

对于形如方程(B.1)到方程(B.3)那样的方程组，已知其各个系数，而只对未知量数值结果(而不是其代数关系)感兴趣，最直接的方法就是使用市面上出售的各种科学计算器。比如德州仪器公司的 TI-86 型计算器，只要键入 $\boxed{2\text{nd}} \boxed{\text{SIMULT}}$ ，将显示：

SIMULT
Number =

再按键 $\boxed{3} \boxed{\text{ENTER}}$ ，计算器会显示：

$a1,1x1 \cdots a1,3x3 = b1$
 $a1,1 =$
 $a1,2 =$
 $a1,3 =$
 $b1 =$

先输入方程(B.1)的数据。注意，为防止把数据弄错，应该先花一点时间将这些方程整齐地列好。按下列次序输入 $\boxed{7} \boxed{\text{ENTER}} \boxed{(-)} \boxed{3} \boxed{\text{ENTER}} \boxed{(-)} \boxed{4} \boxed{\text{ENTER}} \boxed{(-)} \boxed{11} \boxed{\text{ENTER}}$ 。接着输入第二个方程。

输入完三个方程之后，按 $\boxed{\text{FS}}$ 键，让 TI-86 解未知量 $x1, x2, x3$ (它们代表 v_1, v_2, v_3)。计算器显示：

$x1 = 1.000$
 $x2 = 2.000$
 $x3 = 3.000$

应该指出，每一种能够解联立方程的计算器都有自己的步骤以输入要求的信息，因此，在做这件事的时候，无论如何都不应该将“用户手册”或“用户指南”这样的东西扔在一边。

B.2 矩阵

另一个解方程组的强有力工具是矩阵。考虑方程(B.1)，方程(B.2)和方程(B.3)，由方程

系数组成的阵列

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 7 & -3 & -4 \\ -3 & 6 & -2 \\ -4 & -2 & 11 \end{bmatrix}$$

称为矩阵。选择符号 $\mathbf{G}$ 是因为矩阵每个元素都是一个电导值。矩阵本身没有值,它只是许多元素的排列。一般用黑体字母表示矩阵、用方括号将元素阵列括起来。

含有 m 行 n 列的矩阵称为 $(m \times n)$ 矩阵。比如:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ -1 & 6 & 3 \end{bmatrix}$$

是一个 (2×3) 矩阵。上例中的 $\mathbf{G}$ 是一个 (3×3) 的矩阵。 $(n \times n)$ 矩阵又称 n 阶方阵。

一个 $(m \times 1)$ 矩阵称为列矩阵,或列矢量。比如:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix}$$

是一个 (2×1) 电压相量的列矩阵。

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}$$

则是一个 (2×1) 电流相量的矢量。一个 $(1 \times n)$ 矩阵称为行矢量。两个 $(m \times n)$ 矩阵相等是指它们对应的元素都相等。如果 a_{jk} 表示位于 $\mathbf{A}$ 中第 j 行和第 k 列的元素, b_{jk} 表示位于 $\mathbf{B}$ 中第 j 行和第 k 列的元素,当且仅当对于所有 $1 \leq j \leq m$ 和 $1 \leq k \leq n$, $a_{jk} = b_{jk}$ 时, $\mathbf{A} = \mathbf{B}$ 。如果:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} \mathbf{I}_1 + z_{12} \mathbf{I}_2 \\ z_{21} \mathbf{I}_1 + z_{22} \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}$$

则 $\mathbf{V}_1 = z_{11} \mathbf{I}_1 + z_{12} \mathbf{I}_2$ 和 $\mathbf{V}_2 = z_{21} \mathbf{I}_1 + z_{22} \mathbf{I}_2$

两个 $(m \times n)$ 矩阵的相加是将它们的对应元素相加:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ -1 & 6 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 8 \\ -4 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

下面考虑矩阵乘积 $\mathbf{AB}$, 这里 $\mathbf{A}$ 是 $(m \times n)$ 矩阵, $\mathbf{B}$ 是 $(p \times q)$ 矩阵。如果 $n = p$, 这两个矩阵称为保角 (conformal), 它们的乘积存在。即仅当第一个矩阵的列数等于第二个矩阵的行数时, 它们的乘积才有意义。

矩阵相乘的正式定义指出, $(m \times n)$ 矩阵 $\mathbf{A}$ 和 $(n \times q)$ 矩阵 $\mathbf{B}$ 的乘积是一个 $(m \times q)$ 矩阵, 矩阵元素为 c_{jk} , $1 \leq j \leq m$ 和 $1 \leq k \leq q$, 其中:

$$c_{jk} = a_{j1} b_{1k} + a_{j2} b_{2k} + \cdots + a_{jn} b_{nk}$$

换句话说, 乘积的第 2 行第 3 列元素等于 $\mathbf{A}$ 中第 2 行所有元素与 $\mathbf{B}$ 中第 3 列对应元素的乘积之和。例如给定 (2×3) 矩阵 $\mathbf{A}$ 和 (3×2) 矩阵 $\mathbf{B}$, 则:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (a_{11} b_{11} + a_{12} b_{21} + a_{13} b_{31}) & (a_{11} b_{12} + a_{12} b_{22} + a_{13} b_{32}) \\ (a_{21} b_{11} + a_{22} b_{21} + a_{23} b_{31}) & (a_{21} b_{12} + a_{22} b_{22} + a_{23} b_{32}) \end{bmatrix}$$

结果是一个 (2×2) 矩阵。

下面看一个矩阵相乘的数值例子,取:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -2 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & -1 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 16 & -16 \end{bmatrix}$$

其中 $6 = 3 \times 2 + 2 \times (-2) + 1 \times 4$, $4 = 3 \times 3 + 2 \times (-1) + 1 \times (-3)$ 等等。

矩阵相乘是非互换的。例如,给定 (3×2) 矩阵 **C** 和 (2×1) 矩阵 **D**,显然可以求出乘积 **CD**,但乘积 **DC** 却是无定义的。

作为最后一个例子,取:

$$\mathbf{t}_A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

和

$$\mathbf{t}_B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$$

所以 $\mathbf{t}_A \mathbf{t}_B$ 和 $\mathbf{t}_B \mathbf{t}_A$ 都是有定义的。可是:

$$\mathbf{t}_A \mathbf{t}_B = \begin{bmatrix} 21 & 2 \\ 17 & -1 \end{bmatrix}$$

而

$$\mathbf{t}_B \mathbf{t}_A = \begin{bmatrix} 5 & 13 \\ 10 & 15 \end{bmatrix}$$

练习

B.1 给定 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 50 \\ 30 \end{bmatrix}$, 和 $\mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$, 求 (a) $\mathbf{A} + \mathbf{B}$; (b) $\mathbf{AB}$; (c) $\mathbf{BA}$; (d) $\mathbf{AV} + \mathbf{BC}$; (e) $\mathbf{A}^2 = \mathbf{AA}$ 。

答案: $\begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} 10 & -10 \\ 2 & 12 \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} 1 & -17 \\ 7 & 21 \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} V_1 - 3V_2 + 170 \\ 3V_1 + 5V_2 - 10 \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} -8 & -18 \\ 18 & 16 \end{bmatrix}$

B.3 逆矩阵

用矩阵形式写出方程组:

$$\begin{bmatrix} 7 & -3 & -4 \\ -3 & 6 & -2 \\ -4 & -2 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 \\ 3 \\ 25 \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

为了求出电压矢量,可以用矩阵 **G** 的逆乘以式(B.4)的两边:

$$\mathbf{G}^{-1} \begin{bmatrix} 7 & -3 & -4 \\ -3 & 6 & -2 \\ -4 & -2 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \mathbf{G}^{-1} \begin{bmatrix} -11 \\ 3 \\ 25 \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

这一过程用到恒等式 $\mathbf{G}^{-1}\mathbf{G}=\mathbf{I}$, 其中 $\mathbf{I}$ 是单位矩阵, 它是与 $\mathbf{G}$ 同体积的方阵, 除了对角线上的元素, 其余元素均为 0。单位矩阵的对角线上每个元素均为 1。这样式(B.5)成为:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \mathbf{G}^{-1} \begin{bmatrix} -11 \\ 3 \\ 25 \end{bmatrix}$$

因为单位矩阵乘以任何矢量就是该矢量本身(证明留给读者作为练习), 上式可以简化为:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \mathbf{G}^{-1} \begin{bmatrix} -11 \\ 3 \\ 25 \end{bmatrix}$$

因此解方程组问题转化为求 $\mathbf{G}$ 的逆矩阵问题。许多科学计算器提供了矩阵运算功能。

再次利用 TI-86 计算器, 连续输入 $\boxed{2\text{nd}} \boxed{\text{MATRX}}$, 计算器显示如图 B.1 所示。

NAMES	EDIT	MATH	OPS	CPLX
F1	F2	F3	F4	F5

图 B.1 TI-86 矩阵操作显示, 每个函数键在菜单项之下

为产生新矩阵 $\mathbf{G}$, 按 $\boxed{\text{F}_2}$, 显示出:

MATRX
Name =

再按 $\boxed{\text{G}} \boxed{\text{ENTER}}$, 又显示:

MATRX:G 1 x1
[0]

按 $\boxed{3} \boxed{\text{ENTER}}$ 两次, 将 $\mathbf{G}$ 定义为 3×3 矩阵, 显示变为:

MATRX:G 3 x3
[0 0 0]
[0 0 0]
[0 0 0]
1, 1 = 0

键入:

$\boxed{7} \boxed{\text{ENTER}} \boxed{(-)} \boxed{3} \boxed{\text{ENTER}} \boxed{(-)} \boxed{4} \boxed{\text{ENTER}}$

直到将每个系数输入完, 然后按 $\boxed{\text{EXIT}}$ 。

接着再次引用矩阵菜单, 产生 3×1 维电流矢量 $\mathbf{I}$, 输入 -11, 3, 和 25。可以键入 $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{G}} \boxed{\text{ENTER}}$ 或 $\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{I}} \boxed{\text{ENTER}}$ 来检查刚才输入的值。

现在计算器已经准备好进行矩阵运算求解方程组了。只需输入:

$\boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\text{G}} \boxed{x^{-1}} \boxed{\text{I}} \boxed{\text{ENTER}}$

再次提醒读者注意参阅计算器用户手册以了解详细情况。

B.4 行列式

尽管矩阵本身没有“值”，但是一个方阵的行列式是有值的。确切地说，行列式是一个值，但一般把行列式阵列和它的值都称为行列式。行列式用符号 Δ 表示，再用一个适当的下标表示它所指的矩阵，如：

$$\Delta_c = \begin{vmatrix} 7 & -3 & -4 \\ -3 & 6 & -2 \\ -4 & -2 & 11 \end{vmatrix}$$

注意，使用了两条垂线将行列式框起。

任何行列式的值可用它的子行列式展开。为此，选出任意行 j 或任意列 k ，将该行或该列的元素乘以它的子行列式，再乘以 $(-1)^{j+k}$ ，然后将这些乘积相加。出现在第 j 行第 k 列的元素的子行列式是除去 j 行 k 列后形成的行列式，用 Δ_k 表示。

例如，沿第 3 列将行列式 Δ_c 展开。首先用 (-4) 乘以 $(-1)^{1+3} = 1$ ，接着乘以它的子行列式：

$$(-4) \times (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} -3 & 6 \\ -4 & -2 \end{vmatrix}$$

对第 3 列的其余两个元素重复这一过程，将结果求和：

$$-4 \begin{vmatrix} -3 & 6 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 7 & -3 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} + 11 \begin{vmatrix} 7 & -3 \\ -3 & 6 \end{vmatrix}$$

这些子行列式只包含两行两列。它们是 2 阶行列式，它们的值很容易通过再次用子行列式展开来得到，这里给出它的详细过程。对于第一个行列式，沿第一列展开， (-3) 乘以 $(-1)^{1+1}$ ，再乘以其子行列式，现在子行列式就是 -2 。接着 (-4) 乘以 $(-1)^{2+1}$ ，乘以 6 。这样：

$$\begin{vmatrix} -3 & 6 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} = (-3) \times (-2) - 4 \times (-6) = 30$$

一个容易记住的方法是“左上乘以右下减去右上乘以左下”。最后：

$$\begin{aligned} \Delta_c &= -4[(-3) \times (-2) - 6 \times (-4)] \\ &\quad + 2[(7) \times (-2) - (-3) \times (-4)] \\ &\quad + 11[(7) \times (6) - (-3) \times (-3)] \\ &= -4 \times (30) + 2 \times (-26) + 11 \times (33) \\ &= 191 \end{aligned}$$

作为练习，让我们将同一个行列式沿第一行展开：

$$\begin{aligned} \Delta_c &= 7 \begin{vmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 11 \end{vmatrix} - (-3) \begin{vmatrix} -3 & -2 \\ -4 & 11 \end{vmatrix} + (-4) \begin{vmatrix} -3 & 6 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} \\ &= 7 \times (62) + 3 \times (-41) - 4 \times (30) \\ &= 191 \end{aligned}$$

对任何阶行列式都可按子行列式展开。

下面重复以上规则，用更一般的形式确定给定行列式 $\mathbf{a}$ 的值：

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & a_{NN} \end{bmatrix}$$

沿任意行 j 以子行列式展开的形式可以得到 Δ_a :

$$\begin{aligned} \Delta_a &= a_{j1}(-1)^{j+1}\Delta_{j1} + a_{j2}(-1)^{j+2}\Delta_{j2} + \cdots + a_{jN}(-1)^{j+N}\Delta_{jN} \\ &= \sum_{n=1}^N a_{jn}(-1)^{j+n}\Delta_{jn} \end{aligned}$$

或沿任意列 k 展开:

$$\begin{aligned} \Delta_a &= a_{1k}(-1)^{1+k}\Delta_{1k} + a_{2k}(-1)^{2+k}\Delta_{2k} + \cdots + a_{Nk}(-1)^{N+k}\Delta_{Nk} \\ &= \sum_{n=1}^N a_{nk}(-1)^{n+k}\Delta_{nk} \end{aligned}$$

出现在 j 行和 k 列的系数 C_{jk} 就是 $(-1)^{j+k}$ 乘以子行列式 Δ_{jk} 。所以 $C_{11} = \Delta_{11}$, 而 $C_{12} = -\Delta_{12}$ 。可以写成:

$$\Delta_a = \sum_{n=1}^N a_{jn}C_{jn} = \sum_{n=1}^N a_{nk}C_{nk}$$

例如考虑一个 4 阶行列式:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -2 & 0 \\ -1 & 4 & 2 & -3 \\ -2 & -1 & 5 & -1 \\ 0 & -3 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

可得:

$$\begin{aligned} \Delta_{11} &= \begin{vmatrix} 4 & 2 & -3 \\ -1 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 4 \times (10 + 3) + 1 \times (4 + 9) - 3 \times (-2 + 15) = 26 \\ \Delta_{12} &= \begin{vmatrix} -1 & 2 & -3 \\ -2 & 5 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \end{vmatrix} = -1 \times (10 + 3) + 2 \times (4 + 9) + 0 = 13 \end{aligned}$$

$C_{11} = 26$, $C_{12} = -13$, 求得 Δ 的值为:

$$\begin{aligned} \Delta &= 2C_{11} + (-1)C_{12} + (-2)C_{13} + 0 \\ &= 2 \times (26) + (-1) \times (-13) + (-2) \times (3) + 0 = 59 \end{aligned}$$

B.5 克莱姆法则

现在来考虑克莱姆法则,它可以帮助我们求得未知量的值。在解方程组时,如果数值系数没有给定,计算器就无能为力了,这时克莱姆法则是很有用的。再次考虑方程(B.1)、方程(B.2)和方程(B.3)。定义行列式 Δ_1 为用方程组右边的三个常数代替 Δ_c 后的行列式,所以:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -11 & -3 & -4 \\ 3 & 6 & -2 \\ 25 & -2 & 11 \end{vmatrix}$$

沿第一列展开:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= -11 \begin{vmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 11 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} -3 & -4 \\ -2 & 11 \end{vmatrix} + 25 \begin{vmatrix} -3 & -4 \\ 6 & -2 \end{vmatrix} \\ &= 682 + 123 + 750 = 191 \end{aligned}$$

根据克莱姆法则:

$$v_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta_G} = \frac{191}{191} = 1 \text{ V}$$

及

$$v_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta_G} = \begin{vmatrix} 7 & -11 & -4 \\ -3 & 3 & -2 \\ -4 & 25 & 11 \end{vmatrix} = \frac{581 - 63 - 136}{191} = 2 \text{ V}$$

最后:

$$v_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta_G} = \begin{vmatrix} 7 & -3 & -11 \\ -3 & 6 & 3 \\ -4 & -2 & 25 \end{vmatrix} = \frac{1092 - 291 - 228}{191} = 3 \text{ V}$$

克莱姆法则适用于包含 N 个未知量的 N 个联立线性方程, 其中第 i 个变量 v_i 为:

$$v_i = \frac{\Delta_i}{\Delta_G}$$

练习

B.2 求下列行列式的值:

$$(a) \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 5 \end{vmatrix}; (b) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 5 \end{vmatrix}; (c) \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 & 5 \\ -3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & -3 \\ 6 & 3 & -2 & 5 \end{vmatrix}; (d) \text{ 如果 } 5i_1 - 2i_2$$

$-i_3 = 100, -2i_1 + 6i_2 - 3i_3 - i_4 = 0, -i_1 - 3i_2 + 4i_3 - i_4 = 0, -i_2 - i_3 = 0$, 求 i_2 的值。

答案: 4; 33; -411; 1.266

附录 C 戴维南定理的证明

为便于参考,将第 5 章 5.4 节给出的戴维南定理重写于此:

给定任何线性电路,将它重新划分为两个网络 A 和网络 B ,它们只用两根导线相连,当 B 断开时,定义出现在 A 端口的电压为开路电压 v_{oc} 。如果将 A 中的所有独立电流源和独立电压源“置零”,用独立电压源 v_{oc} 以适当的极性与被置零的无源电路相串联,则 B 中的所有电流和电压将保持不变。

下面证明原始的网络 A 与它的等效电路将产生同样大小的电流流入网络 B 的端点。如果电流相同,那么电压也应该相同。换句话说,如果给网络 B 施加一定的电流,可以设想为一个电流源,那么这个电流源和网络 B 组成的电路具有一定的输入电压作为响应。这样,电流决定电压。另一方面,如果愿意,可以证明网络 B 的端电压没有改变,因为电压也惟一地确定电流。如果网络 B 的输入电压和电流都未改变,就可以得出遍布于网络 B 中的电流和电压都未改变。

首先对一个简单情况来证明定理,假定网络 B 无源(不含独立源)。完成证明之后,可以利用叠加原理将定理扩展到包含独立源的情况。每个网络都可以包含受控源,只要受控源的控制变量也在同一个网络中。

在图 C.1(a)中从网络 A 通过上边导体流向网络 B 的电流 i ,完全由网络 A 中的独立源所产生。假定现在在流过电流 i 的导线中插入一个额外的电压源 v_x ,称为戴维南电源,如图 C.1(b)所示,然后调节 v_x 的幅度和时间变化,直到电流减小到零。按照 v_{oc} 的定义,端口 A 上的电压一定等于 v_{oc} (因为 $i=0$)。网络 B 不含独立源,没有电流流入其端点。因此网络 B 端点上没有电压。按照基尔霍夫电压定律,戴维南电源的电压是 v_{oc} , $v_x = v_{oc}$ 。而且戴维南电源和网络 A 联合在一起并未向 B 提供电流,但因为网络 A 本身提供了电流 i ,叠加原理要求戴维南电源向 B 提供 $-i$ 电流。将戴维南电源颠倒,并让它单独作用,将会在上边的导线中产生电流 i ,如图 C.1(c)所示。这种情况恰好与戴维南定理的结论相同:戴维南电源 v_{oc} 与无源网络 A 串联的结果与给定网络 A 等效。

现在考虑网络 B 为有源网络的情况。设想经过上边导线由网络 A 流向网络 B 的电流 i ,它由两部分组成 i_A 和 i_B ,其中 i_A 是网络 A 单独作用产生的电流, i_B 是网络 B 单独作用产生的电流。对这两个线性网络应用叠加原理,就可以将电流分成两个部分。图 C.2 中表示出完全响应和两个部分响应。

已经考虑过部分响应 i_A 的情况,如果网络 B 是无源的,可以用戴维南电源和无源网络 A 替换原网络 A 。换句话说,必须记住,在 A, B 中的电源和戴维南电源这三个电源中,当 A 和 B 中电源被置零且戴维南电源起作用时,将出现部分响应 i_A 。为了利用叠加原理,现在让 A 保持无源,但是让 B 为有源,让戴维南电源置零,按照定义,就得到部分响应 i_B 。将这些结果叠加,当 A 无源,让戴维南电源和 B 的电源都作用,响应为 i_{A+B} 。它们的和就是原来的电流 i 。戴维南电源和 B 的电源都起作用,而 A 中电源置零的情况是戴维南等效电路所要求的。这