样，无论网络 B 的状态如何，它可以是有源或无源，都可以将有源网络 A 用它的戴维南电源（即网络 A 的开路电压）与无源网络 A 的串联组合所代替。

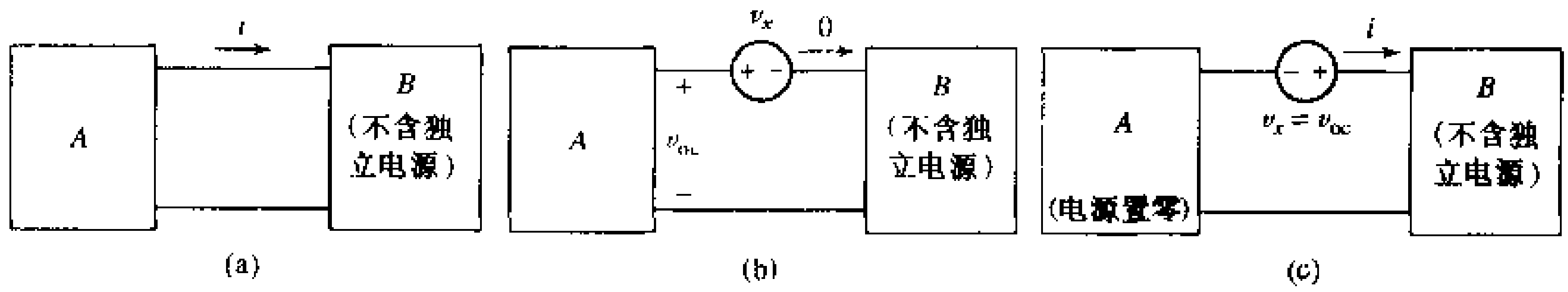

图 C.1 (a)一个一般的线性网络 A 以及一个不含独立源的网络 B，受控源的控制量必须与受控源同在一个网络中；(b)在电路中插入戴维南电源并进行调节直到 $i=0$，网络 B 上没有电压，$v_x=v_{oc}$，所以戴维南电源提供的电流为 $-i$，而网络 A 提供的电流为 i；(c) 将戴维南电源倒置，网络 A 中的电源置零，因此电流为 i[①]

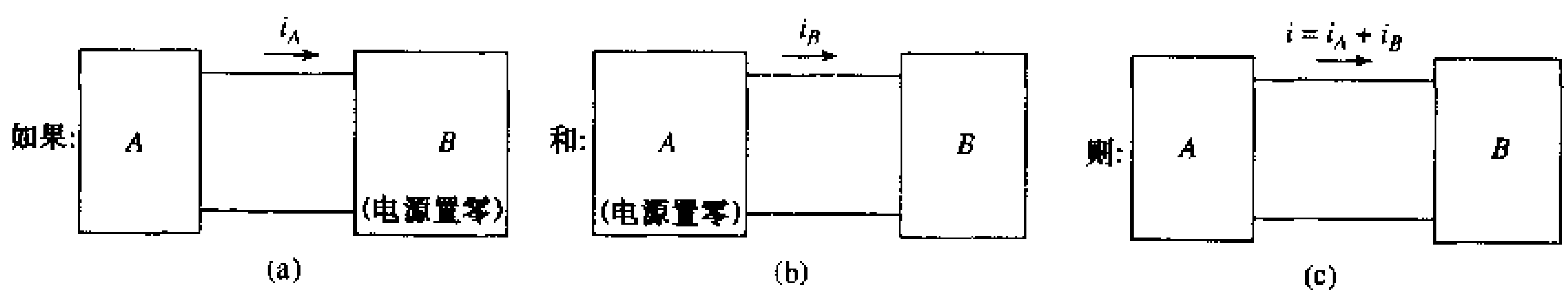

图 C.2 应用叠加原理可以将电流 i 理解为两个部分的响应之和

① 这时的戴维南电源才是平时所指的戴维南电源。(b)中所说的戴维南电源的方向与后者相反——译者注。

附录 D　PSpice 指南

SPICE 是 Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis(侧重集成电路的仿真程序)的缩写。它是一个功能非常强大的程序,可以完成许多不同的过程,不过我们只用它做基本直流、交流和瞬态分析。最早由加州大学伯克利分校在 20 世纪 70 年代早期开发,现在 SPICE 已经成为工业标准。1984 年 MicroSim 公司引入了 SPICE 的 PC 版本,称为 PSpice,它在 SPICE 程序核的基础上建立了直观的图形界面。根据所考虑的电路应用类型,现在有几家公司提供不同的基本 SPICE 程序包。

本附录只介绍 PSpice 的基础,更多的信息可参考本附录末尾给出的参考文献。例如,这些参考文献描述了怎样确定输出值对于某个元件值变化的敏感程度;怎样得到输出对于源变量的变化曲线;怎样求得作为电源频率函数的交流输出;怎样进行电路的噪声和失真分析;怎样使用电子器件的精确非线性模型;怎样显示电子线路的温度效应。在本教材网页上提供了简短的传统 SPICE 分析方法指南。

有两个主要 PSpice 版本:一个是专业版本,在写本书的时候售价约 4 000 美元;另一个是供下载的免费版本——PSpice 学生版 9.1(www.orcad.com)。

PSpice 学生版 9.1 的文本文件可在下列位置下载:http://www.orcad.com/Product/Simulation/PSpice/eval.asp。

D.1　PSpice A/D

2000 年 2 月发表的 PSpice 学生版 9.1 列出了下面的强制性限制:

进行模拟的电路限制在:

64 个节点

10 个晶体管

65 个基本数字器件

一共 10 个传输线(理想或非理想)

4 对耦合传输线

额外限制:

样品库包含 39 个模拟和 134 个数字元件。

PSpice 模型编辑器中的器件特性仅限于二极管。

PSpice 激励源编辑器中的激励源仅限于正弦波(模拟)和时钟(数字)。

利用 PSpice 优化器所做的电路优化,限制为一个目标、一个参数和一个约束。

不能产生 CSDF 形式的数据文件。

只能显示由学生版本模拟程序运行产生的模拟数据。

D.2 Schematics

在电原理图中最多只能放 50 个元件。
只能用尺寸 A 的纸画图。

D.3 Capture

只包含 PSpice 库,标准 Capture 库未包含。输入工具、网络列表及与 PSpice 无关的附件未包含。
不能保存含有多于 60 个部件的设计(可以产生并看到较大的设计,但不能保存)。
不能保存包含多于 15 个部件的库。

D.4 最低硬件要求

Intel 奔腾 90 MHz 或同等处理器
Windows 95, Windows 98 或 Windows NT
16 MB RAM (建议 32 MB)
90 MB 可用硬盘空间
CD-ROM 驱动器
鼠标或类似装置

尽管 Orcad 在 PSpice 学生版 9.1 中提供了分离的原理图工具(Capture),本附录只使用 MicroSim 的版本。

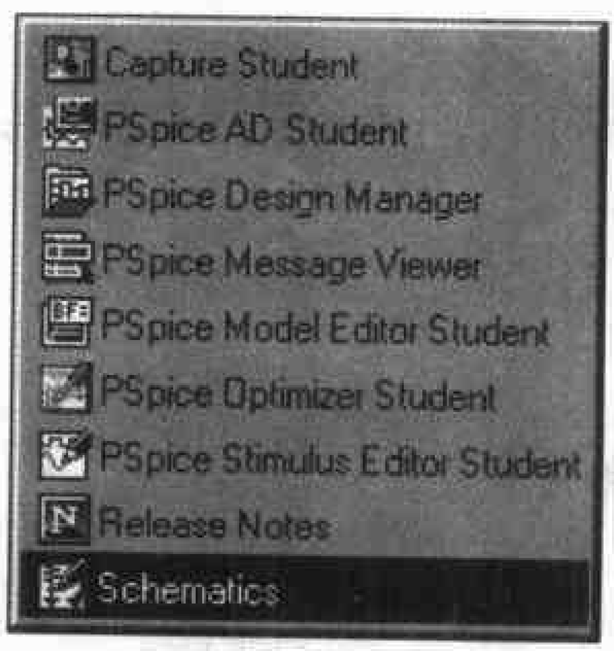

图 D.1 PSpice 程序菜单

D.5 开始

任何 PSpice 模拟程序都有三个组成部分:(1)画原理图;(2)电路模拟;(3)从模拟输出的结果获得需要的信息。如图 D.1 所示,选择 [redacted] ◊ Program ◊ PSpice Student 将弹出电原理图画图程序的菜单,从中选择 Schematics 将出现图 D.2 所示的窗口。

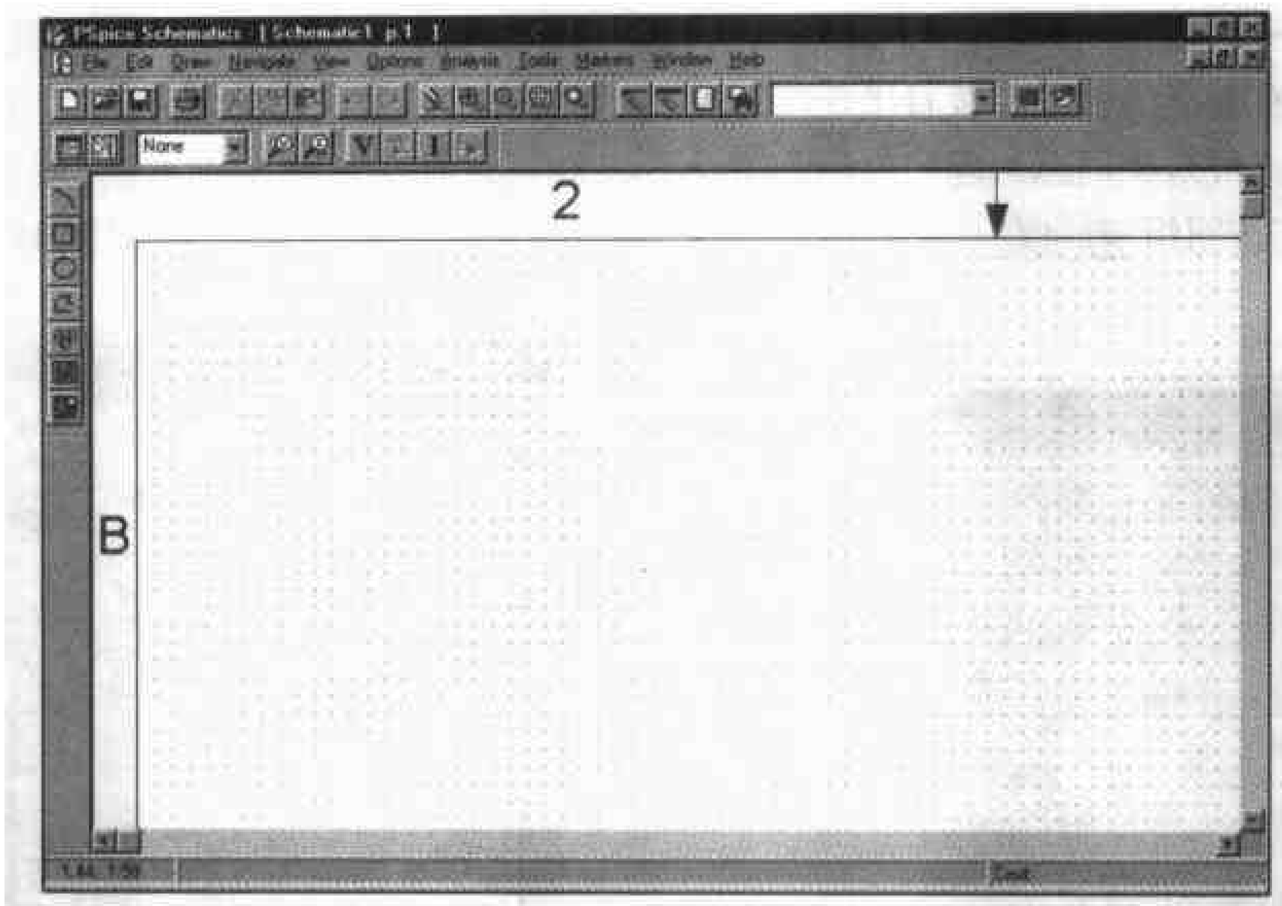

图 D.2　Schematic capture 程序窗口

这里我们尝试对电压分压电路做简单模拟。先把所需的元件放到网格上，再用导线将它们连接起来。下拉 Draw 菜单，可以看到如图 D.3 所示的选择菜单。选择 Get New Part 就会看到图 D.4 所示的零件菜单（注意使用组合键 Ctrl + G 键可以免去移动鼠标）。如果记不清某个零件的名称可以在列表中搜索，为使搜索容易些，可以点击 Libraries 按钮按照不同的目录进行搜索。这里将光标置于顶部的选择框中，除去“ * ”号，键入 VDC。点击 Place & Close 按钮，就返回到原理图网格上，这时一个电池符号随着鼠标箭头来回移动。为电源选一个适当的位置，按一下鼠标左键，再按一下鼠标右键。如果忘记按鼠标右键将会发现，电池符号仍然跟随鼠标移动，这样可以在多个位置放置同一个零件而不用每次都回到 Get New Part 菜单。电池符号是亮红色的，按一下鼠标左键可以使它退出选中状态。再次返回零件菜单并键入 R，现在可以放置一个电阻，如图 D.5 所示。将光标移动到右边，发现电阻符号的方向不对。只要按下 Ctrl + R 键就可旋转符号，也可以用鼠标左键点击零件之后这样做，或在零件处于亮红色状态的任何其他时候这样做。

还有一项工作要做，PSpice 要求一定要指定一个参考节点，可以在原理图中放置一个接地符号（零件名称 EGND）。现在的电路如图 D.6 所示。准备连接电路，从 Draw 菜单选择 Wire，或直接按下 Ctrl + W 键。现在光标成为一只小铅笔。将光标移到电池符号的“ + ”端，按一下鼠标左键开始画线。移动光标直到电阻 R_1 的左端，再次按下鼠标左键以结束这根导线。完全连接好的电路如图 D.7 所示。

下一步是选择元件值（注意电阻的默认值是 1 kΩ）。首先模拟一个 9 V 电池的分压器，$R_1 = 47\ \Omega$，$R_2 = 75\ \Omega$。经验告诉我们，R_1 上的电压为 3.467 V，R_2 上的电压为 5.533 V。用鼠标左键在电池符号旁边的 0 V 上双击，可以见到图 D.8 的对话框，键入 9 V，点击 OK 按钮。现在这个零件的属性已经设置为 9 V。使用同样方法，可以将 R_1，R_2 的值由 1 kΩ 分别改为 47 Ω 和 75 Ω。

下面在菜单栏上 Edit 下点击软驱图标以保存原理图，将文件取名为 voltage divider circuit。现在可以点击在 File 下左上角的图标进行电路模拟。接着 PSpice 产生一个网络表类型

的文件，检查一下，确信电路已经连接好可以进行模拟。因为 PSpice 不知道你想模拟哪种电路，它并不检查所有类型的错误。接着出现图 D.9 所示的窗口，可见我们的设置没有出现错误，模拟过程已经完成。可是我们感兴趣的电压却看不到。获得这种信息有两种方法，最容易的是回到原理图窗口，在按钮组  中点击字母 V。电压立刻出现在原理图中，见图 D.10 所示。

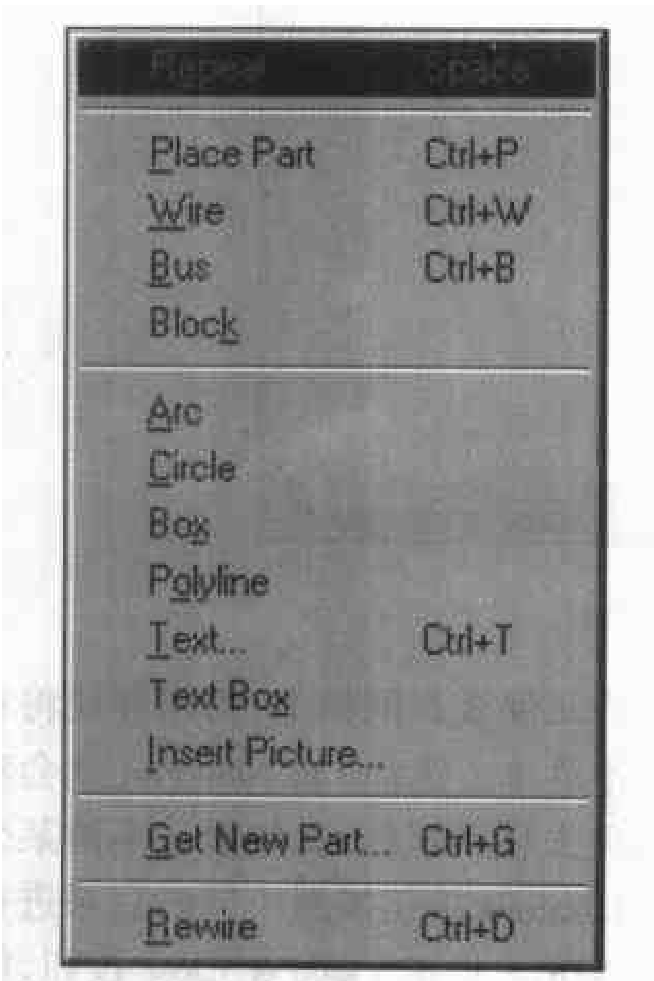

图 D.3 Draw 菜单

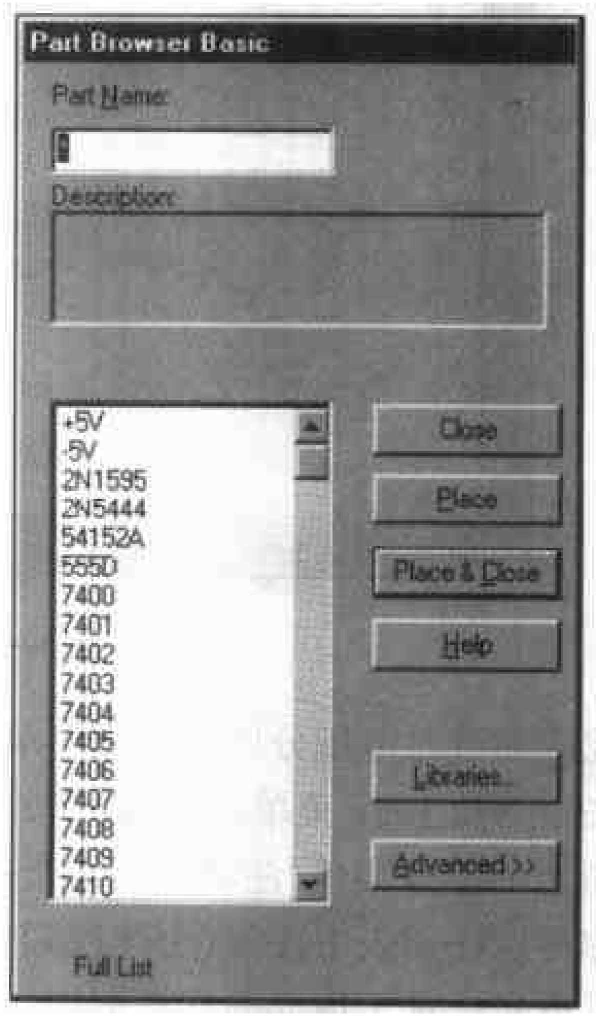

图 D.4 零件库菜单

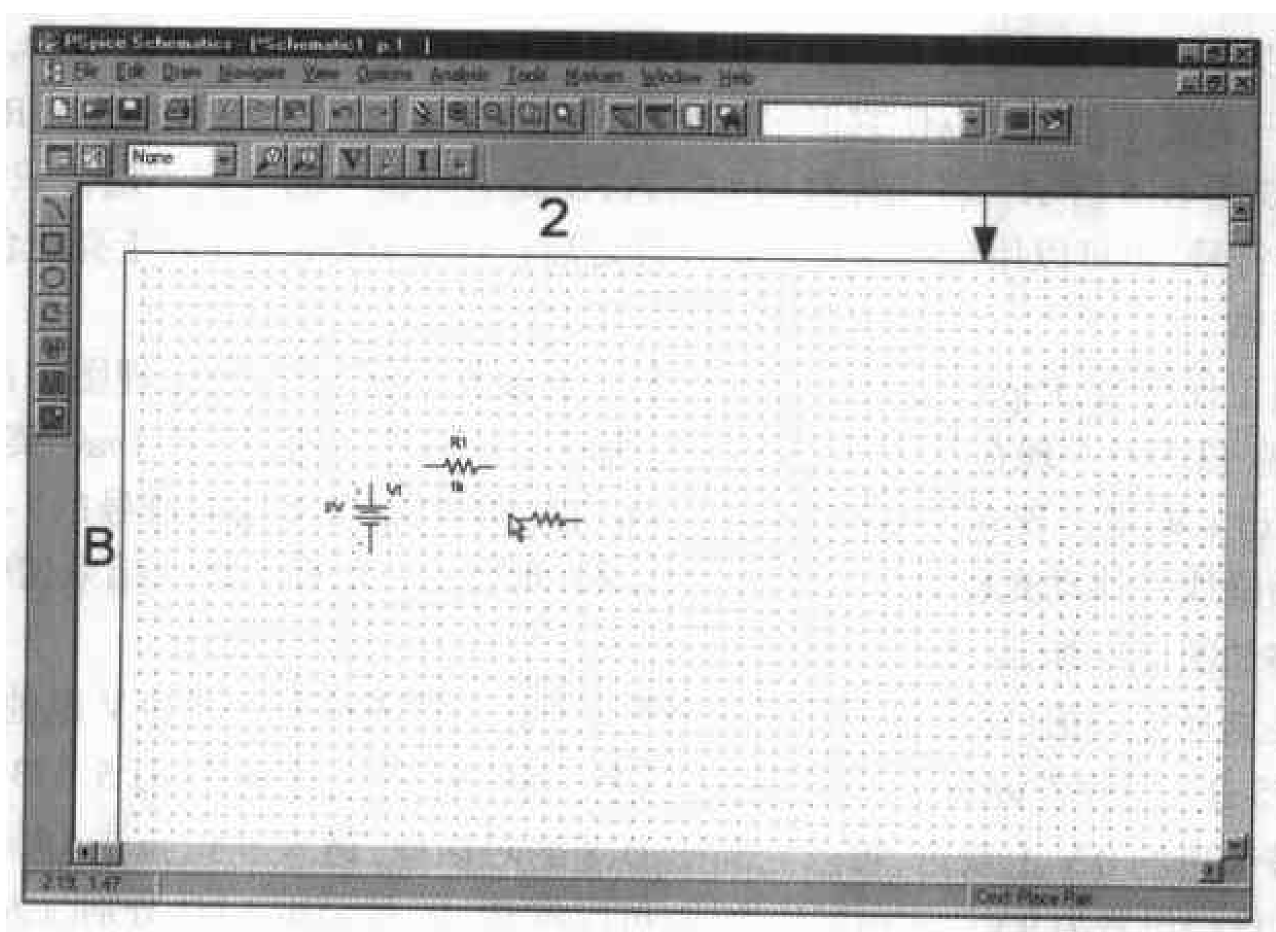

图 D.5 开始在原理图上放置零件

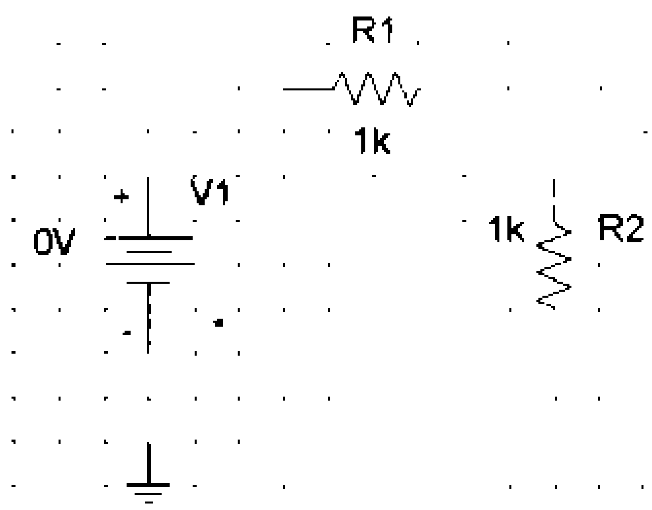

图 D.6　准备连接前的电路

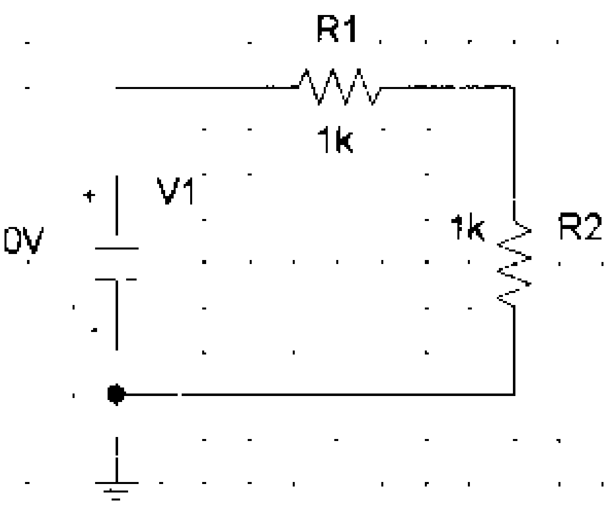

图 D.7　完全连接好的电路

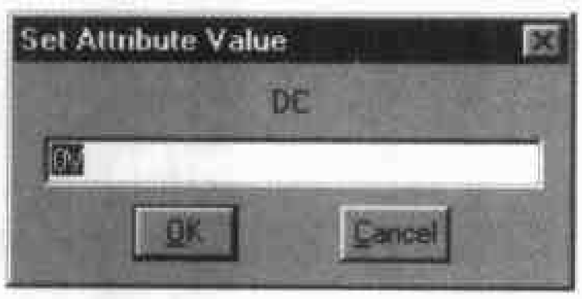

图 D.8　元件属性对话框

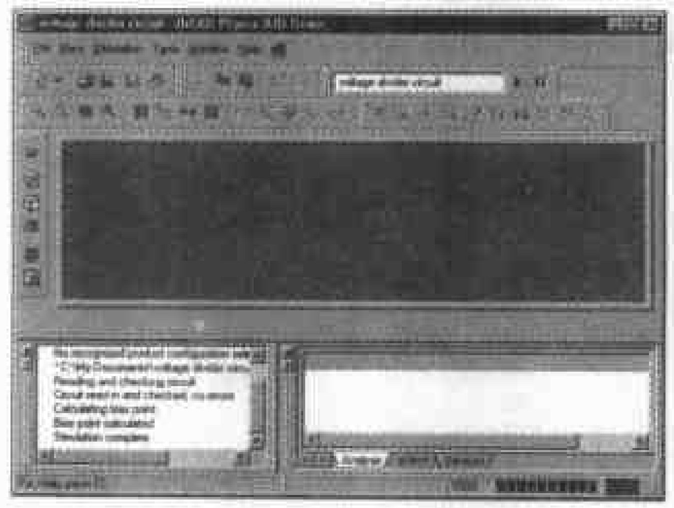

图 D.9　模拟状态窗口

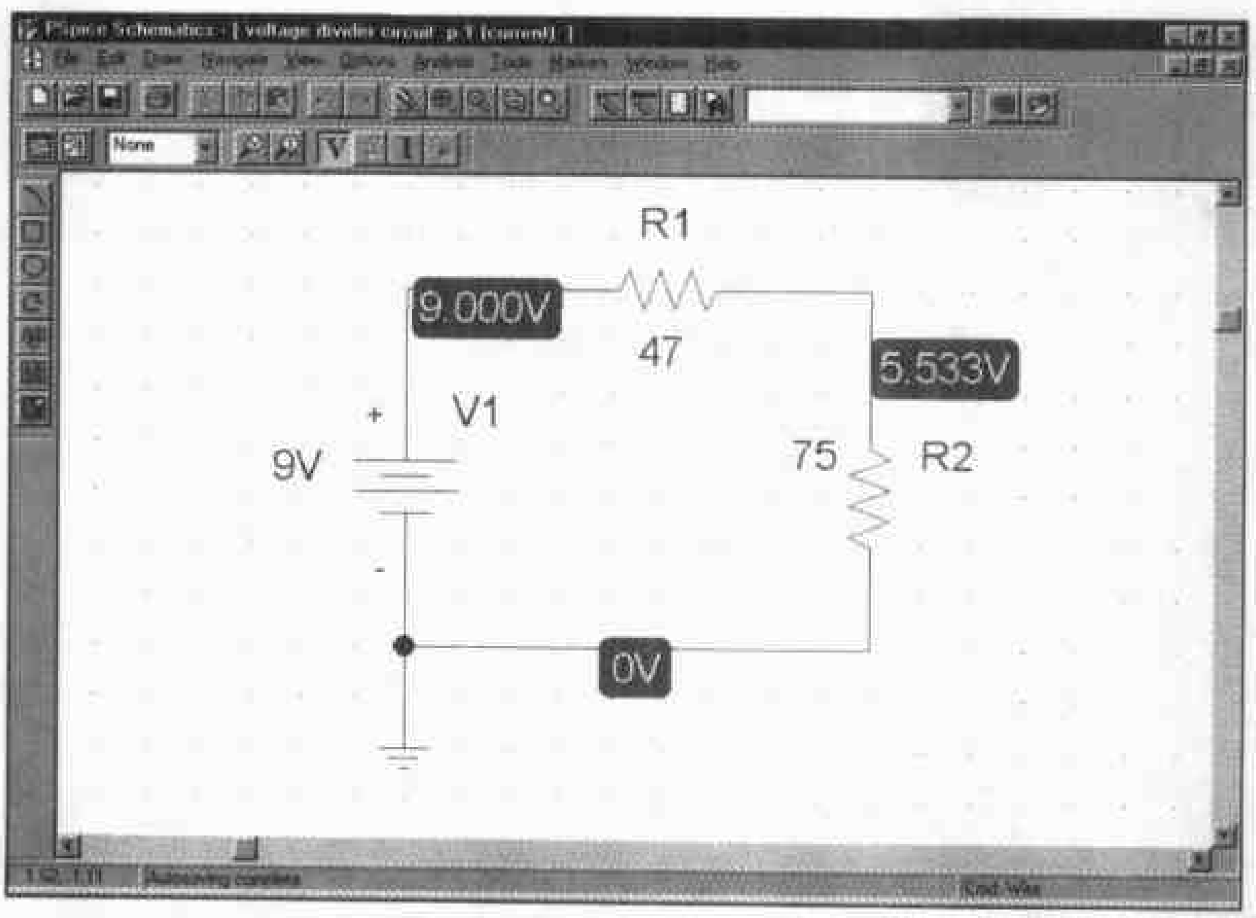

图 D.10　原理图上显示出节点电压

可见，电路模拟已经正确完成，如同预测的一样，R_2 上的电压清楚地显示为 5.533 V，R_1 上的电压为 $9.000-5.533=3.467$ V。

如果从图 D.9 所示的状态窗口 View 菜单中选择 OUutput File，在文件末尾可以看到：

NODE VOLTAGE NODE VOLTAGE

($N _ 0001) 9.0000 ($N _ 0002) 5.5328

不过还需要查阅文件的开始部分,以弄清 $N _ 0001 和 $N _ 0002 是指哪个电路节点。

参考文献

Paul W. Tuinenga, *SPICE: A Guide to Circuit Simulation and Andlysis Using PSpice*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1995.(这本非常普及的平装书是一本易读的 PSpice 导论和手册。它包含了很多电路例子)

Roy W. Goody, *OrCAD PSpice for Windows Volume 1: DC and AC Circuits*, 3d ed., Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 2001.(是一本带有很多插图和有趣例题的非常有用的书)

附录E 复　　数

本附录包含复数的定义，复数的基本算术运算，欧拉恒等式，复数的指数形式和极坐标形式。首先介绍复数的概念。

E.1 复数

在数学学习的开始阶段只涉及到实数，如 4、$-\frac{2}{7}$ 和 π。可是不久便会遇到形如 $x^2=-3$ 这样的代数方程，任何实数都不满足这样的方程。只有通过引入虚数单位，或称虚数算符才能解这样的方程，这里虚数单位用 j 表示。按定义 $j^2=-1$，所以 $j=\sqrt{-1}$，$j^3=-j$，$j^4=1$ 等等。实数与虚数算符的乘积称为虚数，实数与虚数之和称为复数。因此形如 $a+jb$ 的数（其中 a 和 b 为实数）就是复数。

下面用某个单个字母表示复数，如 $\mathbf{A}=a+jb$。它的复数性质由黑体字母表示。在手写稿中习惯于在字母上加一横杠。前面的复数 $\mathbf{A}$ 可以用一个实数成分或实部 a 和一个虚数成分或虚部 b 来描述。可以表达为：

$$\mathrm{Re}\{\mathbf{A}\}=a\quad \mathrm{Im}\{\mathbf{A}\}=b$$

在数学上用符号 i 表示虚数算符，但在电气工程领域为避免与电流符号混淆，习惯上用 j 表示虚数算符。

选择“虚”和“复”这两个词是一个误解。在这里和在数学文献中它们只是作为技术上的术语用来表示一类数。将“虚”字解释为“不属于这个现实世界的”，或将“复”解释为“复杂的”是既不公正也不合乎本意的。

$\mathbf{A}$ 的虚数成分不是 jb。按照定义，虚数成分是一个实数。

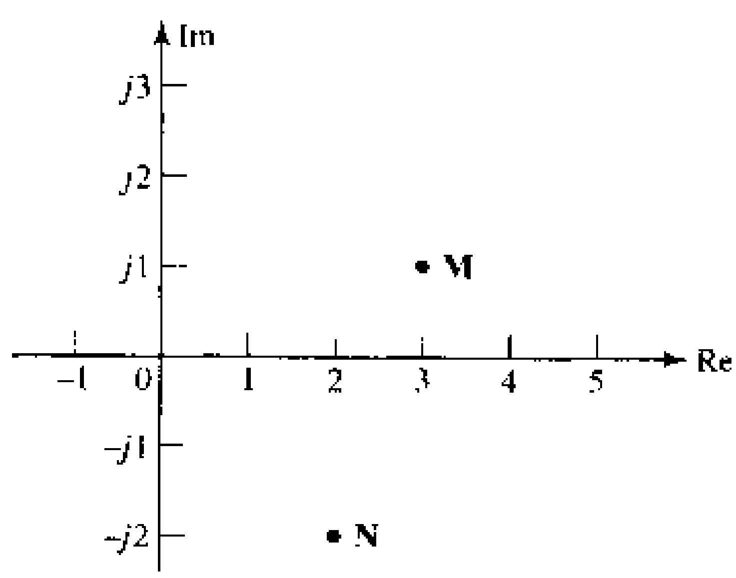

图 E.1　在这个复平面上标出了复数 $\mathbf{M}=3+j1$ 和 $\mathbf{N}=2-j2$

应该指出，所有实数都可以被认为是虚部为零的复数。因此实数包含于复数系统之中，可以认为实数是复数的特例。在定义复数基本算术运算时会想到，如果将每个复数的虚部置零，

那么复数运算应该还原为相应的实数运算，因为，任何复数完全由一对实数表征，如前面提到的 a 和 b，可以用直角坐标图示获得感观上的帮助。如图 E.1 所示，用一个实轴和一个虚轴可以形成一个复平面，或称 Argand 图，在这个图上任何一个复数都可用一个点表示。图中标出复数 $\mathbf{M}=3+j1$ 和 $\mathbf{N}=2-j2$。应该意识到复平面只是一个感观上的工具，它对后面的数学命题完全不是必须的。

定义：两个复数相等是指，当且仅当它们的实部相等并且虚部也相等。参见复平面图，对复平面中的每个点只有一个复数与之对应，反过来，对每个复数，复平面中只有一个点与之对应。这样，给定两个复数：

$$\mathbf{A}=a+jb \quad 和 \quad \mathbf{B}=c+jd$$

如果：

$$\mathbf{A}=\mathbf{B}$$

则必定有：

$$a=c \quad 和 \quad b=d$$

用一个实数和一个虚数的和来表示复数，如 $\mathbf{A}=a+jb$，称为复数的直角形式。很快将会看到复数的其他形式。

现在定义复数的基本运算：加、减、乘、除。两个复数的和定义为另一个复数，它的实部是两个复数实部之和，它的虚部是两个复数的虚部之和。即：

$$(a+jb)+(c+jd)=(a+c)+j(b+d)$$

例如：

$$(3+j4)+(4-j2)=7+j2$$

类似地可定义两个复数的差，例如：

$$(3+j4)-(4-j2)=-1+j6$$

复数的加减也可以在复平面用作图法完成。每个复数用一个矢量，或有向线段表示。像图 E.2(a)那样作一个平行四边形，或者像图 E.2(b)那样将两个矢量头尾相连，就能得到两个矢量的和。作图法经常用于对更为准确的数值解的一种验证。

两个复数相乘定义为：

$$(a+jb)(c+jd)=(ac-bd)+j(bc+ad)$$

上面的结果很容易用两个二项式相乘直接得到，其中用到实数的代数规则，并用 $j^2=-1$ 化简结果。例如：

$$\begin{aligned}(3+j4)(4-j2)&=12-j6+j16-8j^2\\&=12+j10+8\\&=20+j10\end{aligned}$$

这种方法比采用通用的乘法定义公式更容易，特别是如果直接用 -1 取代 j^2。

在定义复数除法运算之前，应该先定义复数的共轭。复数 $\mathbf{A}=a+jb$ 的共轭为 $a-jb$，用 $\mathbf{A}^*$ 表示。由此，任何复数的共轭只要改变该复数虚部的符号就可得到。如果：

$$\mathbf{A}=5+j3$$

那么：

$$\mathbf{A}^*=5-j3$$

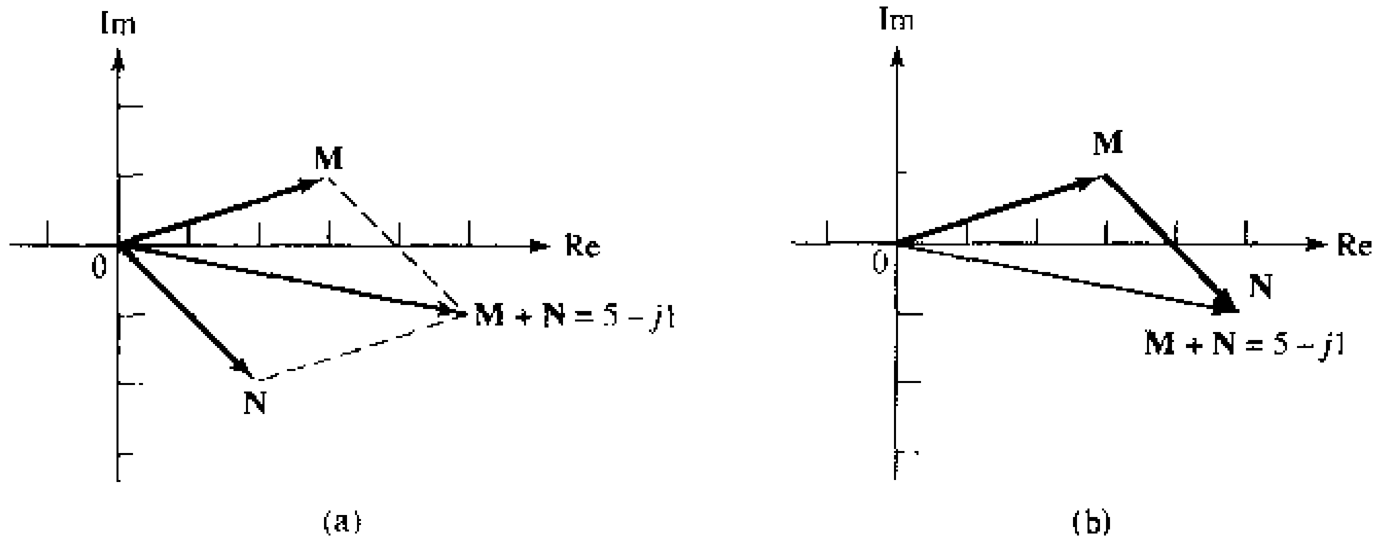

图 E.2 (a)通过构造一个平行四边形得到复数 $\mathbf{M}=3+j1$ 与 $\mathbf{N}=2-j2$ 之和;(b)将两个矢量头尾相连也可以得到它们的和

显然,对于任何复杂的复数表达式,将其中每个复数项替换为它的共轭,即将每个 j 替换为 $-j$,就可得到该复数表达式的共轭。

加、减、乘运算的定义表明:复数与其共轭之和是一个实数;复数与其共轭之差是一个虚数;复数与其共轭之积是一个实数。同样显然的是,如果 $\mathbf{A}^*$ 是 $\mathbf{A}$ 的共轭,则 $\mathbf{A}$ 是 $\mathbf{A}^*$ 的共轭,换句话说 $\mathbf{A}=(\mathbf{A}^*)^*$。一个复数与其共轭称为一对共轭复数。

在实际问题中,一个复数,不知何故,总是伴随着它的共轭。

现在定义两个复数的商:

$$\frac{\mathbf{A}}{\mathbf{B}}=\frac{(\mathbf{A})(\mathbf{B}^*)}{(\mathbf{B})(\mathbf{B}^*)}$$

因此:

$$\frac{a+jb}{c+jd}=\frac{(ac+bd)+j(bc-ad)}{c^2+d^2}$$

为使分母成为一个实数,用分母的共轭同乘以分子分母,这个过程称为分母有理化。下面看一个数值例子:

$$\frac{3+j4}{4-j2}=\frac{(3+j4)(4+j2)}{(4-j2)(4+j2)}$$
$$=\frac{4+j22}{16+4}=0.2+j1.1$$

两个直角形式的复数相加减是相当简单的运算。可是两个直角形式的复数相乘或相除却是相当冗长的过程。我们将会发现,指数或极坐标形式的复数乘除运算是非常简单的,这两种复数形式将在 E.3 和 E.4 节中介绍。

练习

E.1 取 $\mathbf{A}=-4+j5$,$\mathbf{B}=3-j2$ 和 $\mathbf{C}=-6-j5$,求(a) $\mathbf{C}-\mathbf{B}$;(b) $2\mathbf{A}-3\mathbf{B}+5\mathbf{C}$;(c)$j^5\mathbf{C}^2(\mathbf{A}+\mathbf{B})$;(d)$\mathbf{B}\,\mathrm{Re}[\mathbf{A}]+\mathbf{A}\,\mathrm{Re}[\mathbf{B}]$。

E.2 $\mathbf{A}$,$\mathbf{B}$,$\mathbf{C}$ 的值与前题相同,求(a)$[(\mathbf{A}-\mathbf{A}^*)(\mathbf{B}+\mathbf{B}^*)^*]^*$;(b)$(1/\mathbf{C})-(1/\mathbf{B})^*$;(c)$(\mathbf{B}+\mathbf{C})/(2\mathbf{BC})$。

E.2 欧拉恒等式

在第9章中曾经遇到含虚数的时间函数，这里所关心的是这些函数关于实数 t 的微分和积分。对复函数进行微积分与实函数关于 t 的微积分过程完全一样。也就是说，在微积分运算中像对待实常数那样对待复常数。如果 $\mathbf{f}(t)$ 是一个复时间函数：

$$\mathbf{f}(t) = a\cos ct + jb\sin ct$$

那么：

$$\frac{d\mathbf{f}(t)}{dt} = -ac\sin ct + jbc\cos ct$$

及

$$\int \mathbf{f}(t)\,dt = \frac{a}{c}\sin ct - j\frac{b}{c}\cos ct + \mathbf{C}$$

其中积分常数 $\mathbf{C}$ 一般是一个复数。

有时必须对复变量函数做关于该复变量的微分或积分。一般来说，进行微分或积分运算的函数需要满足一定条件才能顺利完成运算。这里所遇到的所有函数都满足这些条件，采用与实变量相同的方法，可以求得关于复变量的微分和积分。

至此，必须利用一个非常重要的基本关系式，称为欧拉恒等式。因为它在非直角形式的复数表示上极其有用，这里给出它的证明。

这个证明由大学微积分学的教材给出，它基于 $\cos\theta$、$\sin\theta$、和 e^z 的幂级数展开：

$$\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \frac{\theta^6}{6!} + \cdots$$

$$\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \cdots$$

或

$$\cos\theta + j\sin\theta = 1 + j\theta - \frac{\theta^2}{2!} - j\frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^4}{4!} + j\frac{\theta^5}{5!} - \cdots$$

及

$$e^z = 1 + z + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \frac{z^4}{4!} + \frac{z^5}{5!} + \cdots$$

所以：

$$e^{j\theta} = 1 + j\theta - \frac{\theta^2}{2!} - j\frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^4}{4!} + \cdots$$

结论是：

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta \tag{E.1}$$

如果取 $z = -j\theta$，则：

$$e^{-j\theta} = \cos\theta - j\sin\theta \tag{E.2}$$

将式(E.1)和式(E.2)相加或相减，就得到了在研究并联和串联 *RLC* 电路的欠阻尼自由响应时未加证明就用过的两个表达式：

$$\cos\theta = \frac{1}{2}(e^{j\theta} + e^{-j\theta}) \tag{E.3}$$

$$\sin\theta = -j\frac{1}{2}(e^{j\theta} - e^{-j\theta}) \tag{E.4}$$

练习

E.3 利用式(E.1)至式(E.4)求(a)e^{-j1};(b)e^{1-j1}(c) $\cos(-j1)$;(d) $\sin(-j1)$。

E.4 当 $t=0.5$ 时,求(a) $(d/dt)(3\cos 2t - j2\sin 2t)$;(b) $\int_0^t (3\cos 2t - j2\sin 2t)\,dt$,当 $\mathbf{s}=1+j2$ 时,求(c) $\int_{\mathbf{s}}^{\infty} \mathbf{s}^{-3}\,d\mathbf{s}$;(d)$(d/d\mathbf{s})[3/(\mathbf{s}+2)]$。

答案:E.3: $0.540-j0.841$; $1.469-j2.29$; 1.543; $-j1.175$。E.4: $-5.05-j2.16$; $1.262-j0.640$; $-0.06-j0.08$; $-0.0888+j0.213$

E.3 指数形式

给定欧拉恒等式:

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

用正实数 C 乘以两边:

$$Ce^{j\theta} = C\cos\theta + jC\sin\theta \tag{E.5}$$

式(E.5)右边由一个实数与一个虚数之和组成,因此它是一个直角形式的复数,称它为复数 $\mathbf{A}$,其中 $\mathbf{A}=a+jb$。让两个复数的实部相等:

$$a = C\cos\theta \tag{E.6}$$

虚部也相等:

$$b = C\sin\theta \tag{E.7}$$

然后取式(E.6)和式(E.7)的平方并相加:

$$a^2 + b^2 = C^2$$

即

$$C = +\sqrt{a^2 + b^2} \tag{E.8}$$

用式(E.6)除以式(E.7),得:

$$\frac{b}{a}\tan\theta$$

即:

$$\theta = \tan^{-1}\frac{b}{a} \tag{E.9}$$

得到关系式(E.8)和式(E.9)之后,就能根据已知的 a 和 b 确定 C 和 θ。例如,$\mathbf{A}=4+j2$,令 $a=4$, $b=2$,求得 C 和 θ 为:

$$C = \sqrt{4^2 + 2^2} = 4.47$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{2}{4} = 26.6^\circ$$

可以用以上结果将 **A** 写成如下形式：

$$\mathbf{A} = 4.47\cos 26.6^\circ + j4.47\sin 26.6^\circ$$

但是式(E.5)左边的形式更有用：

$$\mathbf{A} = Ce^{j\theta} = 4.47e^{j26.6^\circ}$$

这种形式的表达式称为复数的指数形式。其中正实因子 C 称为幅度，出现在指数部分的实数 θ 称为幅角。数学上总是以弧度表示 θ，将它写成：

$$\mathbf{A} = 4.47e^{j0.464}$$

但工程上习惯以度(degree)表示。在指数中使用度的符号(°)可以避免混淆。

概括来说，给定一个直角形式的复数：

$$\mathbf{A} = a + jb$$

若希望将它表示成指数形式：

$$\mathbf{A} = Ce^{j\theta}$$

可以利用式(E.8)和式(E.9)求得 C 和 θ。如果给定指数形式的复数，则可以利用式(E.6)和式(E.7)求得 a 和 b。

当 **A** 是一个数值表达式，指数(或极坐标)形式与直角形式之间的转换可以借助于大多数科学计算器内建的运算实现。

使用式(E.9)的反正切函数确定角度 θ 时会出现疑问。这个函数是多值的，必须从许多可能性中选出一个适当的角度。可以选一个角度使正弦和余弦的符号与按照式(E.6)、式(E.7)得到的 a 和 b 的值相符。例如将：

$$\mathbf{V} = 4 - j3$$

转换为指数形式。幅度为：

$$C = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$$

角度为：

$$\theta = \tan^{-1}\frac{-3}{4} \qquad \text{(E.10)}$$

需要选择一个 θ 值，使得 $\cos\theta$ 为正值，因为 $4 = 5\cos\theta$。而且使得 $\sin\theta$ 为负值，因为 $-3 = 5\sin\theta$。因此得到 $\theta = -36.9^\circ, 323.1^\circ, -396.9^\circ$ 等等。这些值都是正确的，一般选择最简单的一个，这里是 -36.9°。需要指出，式(E.10)的另一个答案 $\theta = 143.1^\circ$ 是不对的，因为那样 $\cos\theta$ 为负，而 $\sin\theta$ 为正。

正确选择角度的一个简单方法是在复平面中用图示法表示复数。首先给定直角形式的一个复数，$\mathbf{A} = a + jb$，它位于复平面的第一象限，如图 E.3 所示。从原点画一条线到表示复数的那一点，就形成了一个直角三角形，其斜边显然就是该复数的指数形式的幅度。换句话说，$C = \sqrt{a^2 + b^2}$。而且，可见斜线与正实轴形成的逆时针角就是指数形式的幅角 θ，因为 $a = C\cos\theta, b = C\sin\theta$。如果现在给定位于另一个象限内的直角形式的复数，比如 $\mathbf{V} = 4 - j3$，如图 E.4 所示，图中显然正确的角应该是 -36.9° 或 323.1°。在实际中往往只需想像一下这个草图，往往不用画出。

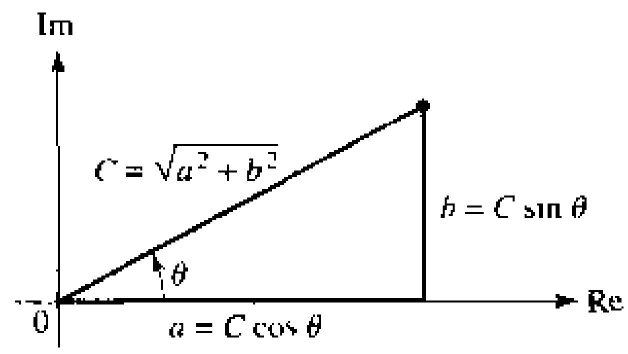

图 E.3　通过正确选择复数直角形式的实部和虚部，或者选择指数形式的幅度和幅角，可以在复平面中用一个点表示一个复数

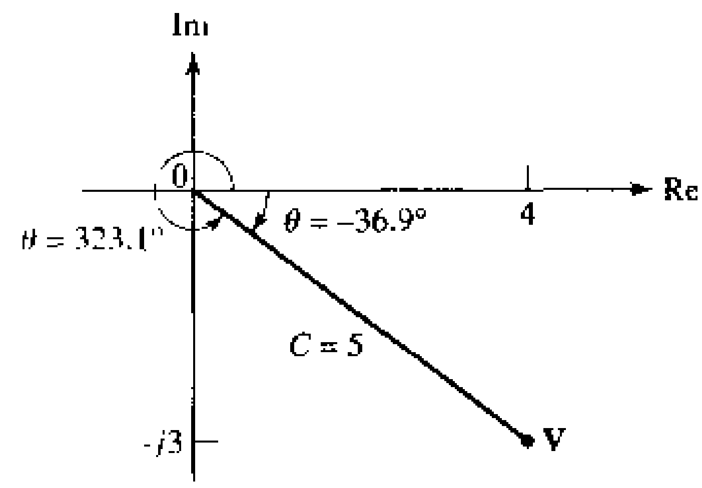

图 E.4　在复平面中表示复数 $\mathbf{V}=4-j3=5e^{-j36.9°}$

如果复数直角形式的实部为负，往往处理负复数更容易些，这样避免了出现幅角超过 90°的情况。例如，给定：

$$\mathbf{I}=-5+j2$$

写成：

$$\mathbf{I}=-(5+j2)$$

将(5 - j2)转换成指数形式：

$$\mathbf{I}=-Ce^{j\theta}$$

其中：

$$C=\sqrt{29}=5.39 \quad 和 \quad \theta=\tan^{-1}\frac{-2}{5}=-21.8°$$

或因此得到：

$$\mathbf{I}=-5.39e^{-j21.8°}$$

前面的负号可以取消，只要将幅角增加或减小 180°，参见复平面中的草图。结果可用指数形式表示为：

$$\mathbf{I}=5.39e^{j158.2°} \quad 或 \quad \mathbf{I}=5.39e^{-j201.8°}$$

注意从电子计算器反正切模式得到的角度总是小于 90°。所以无论是 $\tan^{-1}[(-3)/4]$还是 $\tan^{-1}[3/(-4)]$结果都是 - 36.9°。可是具有直角 - 极坐标转换功能的计算器在任何情况下都会给出正确的角。

最后，关于复数的指数形式表示还应该指出一点，当且仅当两个指数形式复数的幅度相等，幅角等效，则称它们相等。角度相差 360°倍数的角称为等效角。例如，如果 $\mathbf{A}=Ce^{j\theta}$，$\mathbf{B}=De^{j\phi}$，而且 $\mathbf{A}=\mathbf{B}$，则一定有 $C=D$，$\theta=\phi\pm(360°)n$，其中 $n=0,1,2,3,\cdots$

练习

E.5　用 $-180°<\theta\leqslant180°$范围内的角度，指数形式表示下列复数 (a) $-18.5-j26.1$；(b) $17.9-j12.2$；(c) $-21.6+j31.2$。

E.6　以直角形式表示下列复数 (a)$61.2e^{j111.1°}$；(b) $-36.2e^{j108°}$；(c)$5e^{-j2.5}$。

答案： E.5：$32.0e^{-j125.3°}$；$21.7e^{-j34.3°}$；$37.9e^{j124.7°}$。E.6：$-22.0-j57.1$；$11.19-j34.4$；$-4.01-j2.99$

E.4 极坐标形式

要介绍的第三种(也是最后一种)复数表示形式,除了符号上的些微差别外,本质上与指数形式相同。用角符号(∠)代替 e^{j}。这样,指数形式的复数 **A** 为:

$$\mathbf{A} = Ce^{j\theta}$$

可以写成更简洁的形式:

$$\mathbf{A} = C\underline{/\theta}$$

称这种形式为复数的极坐标形式,它暗示用极坐标表示(复)平面中的一个点。

很显然,从直角到极坐标形式的转换,或从极坐标到直角形式的转换基本上与直角和指数形式之间的转换相同。对 C,θ,a,b 存在同样的关系式。

于是复数:

$$\mathbf{A} = -2 + j5$$

写成指数形式为:

$$\mathbf{A} = 5.39e^{j111.8^\circ}$$

写成极坐标形式为:

$$\mathbf{A} = 5.39\underline{/111.8^\circ}$$

为看出指数和极坐标形式的优越性,考虑两个指数或极坐标形式的复数相乘和相除。给定:

$$\mathbf{A} = 5\underline{/53.1^\circ} \quad 和 \quad \mathbf{B} = 15\underline{/-36.9^\circ}$$

它们的指数形式为:

$$\mathbf{A} = 5e^{j53.1^\circ} \quad 和 \quad \mathbf{B} = 15e^{-j36.9^\circ}$$

可以写出两个复数的乘积,其幅度为它们的幅度乘积,其幅角为它们幅角之代数和,这个规则与普通指数乘法相同:

$$(\mathbf{A})(\mathbf{B}) = (5)\times(15)e^{j(53.1^\circ-36.9^\circ)}$$

或

$$\mathbf{AB} = 75e^{j16.2^\circ} = 75\underline{/16.2^\circ}$$

根据极坐标形式的定义,显然:

$$\frac{\mathbf{A}}{\mathbf{B}} = 0.333\underline{/90^\circ}$$

复数的加减以直角形式操作最为简单。指数或极坐标形式的复数加减运算应该先将它们转化为直角形式。反之,直角形式的乘除运算应该先将它们转化为指数或极坐标形式,除非两个数恰好是很小的整数。例如,若要求$(1-j3)$乘以$(2+j1)$,直接相乘更容易些,得到$(5-j5)$。如果数字大小适合心算,将它们转换为极坐标形式就浪费时间了。

应该努力熟悉复数的三种不同表示形式并能够迅速从一种形式转换为另一种形式。下面一长串的公式总结了它们的相互关系:

$$\mathbf{A} = a + jb = \mathrm{Re}[\mathbf{A}] + j\mathrm{Im}[\mathbf{A}] = Ce^{j\theta} = \sqrt{a^2+b^2}\,e^{j\tan^{-1}(b/a)}$$
$$= \sqrt{a^2+b^2}\,\underline{/\tan^{-1}(b/a)}$$

大多数从一种形式到另一种形式的转换使用计算器就可以很快完成,很多计算器都具有解复数线性方程的能力。

将会发现复数是一种方便的数学技巧，它方便了对实际物理状况的分析。

练习

E.7 出于纯粹的计算乐趣，请用6位有效数将下列复数运算的结果表示为极坐标形式：(a)$[2-(1\angle -41^\circ)]/(0.3\angle 41^\circ)$；(b)$50/(2.87\angle 83.6^\circ+5.16\angle 63.2^\circ)$；(c)$4\angle 18^\circ-6\angle -75^\circ+5\angle 28^\circ$。

E.8 求 $\mathbf{Z}$ 的直角形式，假定(a)$\mathbf{Z}+j2=3/\mathbf{Z}$；(b)$\mathbf{Z}=2\ln(2-j3)$；(c)$\sin\mathbf{Z}=3$。

答案：E.7：$4.691\ 79\angle -13.218\ 3^\circ$；$6.318\ 33\angle -70.462\ 6^\circ$；$11.506\ 6\angle -54.596\ 9^\circ$。E.8：$\pm 1.414-j1$；$2.56-j1.966$；$1.571\pm j1.763$

附录 F　MATLAB 简介

MATLAB 是一个功能极其强大的软件包，在这里将对使用 MATLAB 所要求的几个基本概念提供一个非常简要的介绍。MATLAB 的使用对本书完全是任选的，但随着它越来越成为各种电气工程领域中的常用工具，有必要给学生提供机会熟悉这个软件的某些特点，特别是二维和三维函数作图，矩阵运算，解联立方程和处理代数表达式。许多学校为学生提供 MATLAB 的完全版，但是在本书写作的时候，MathWorks 公司（http://www.mathworks.com/products/studentversion）已经以非常低的价格推出了一个学生版。本书给出的 MATLAB 例题均使用学生版 5.0。建议感兴趣的读者去当地书店查找更详细的 MATLAB 手册，有很多这样的书籍。

F.1　开始

一般通过点击程序的图标进入 MATLAB，接着打开一个如图 F.1 所示的窗口。可以从 File 菜单或直接在窗口中输入命令以执行程序。MATLAB 有详细的在线帮助，这对于初学者和高级用户都是很有帮助的。典型的 MATLAB 程序很像 C 程序，但并不要求读者熟悉 C 程序。

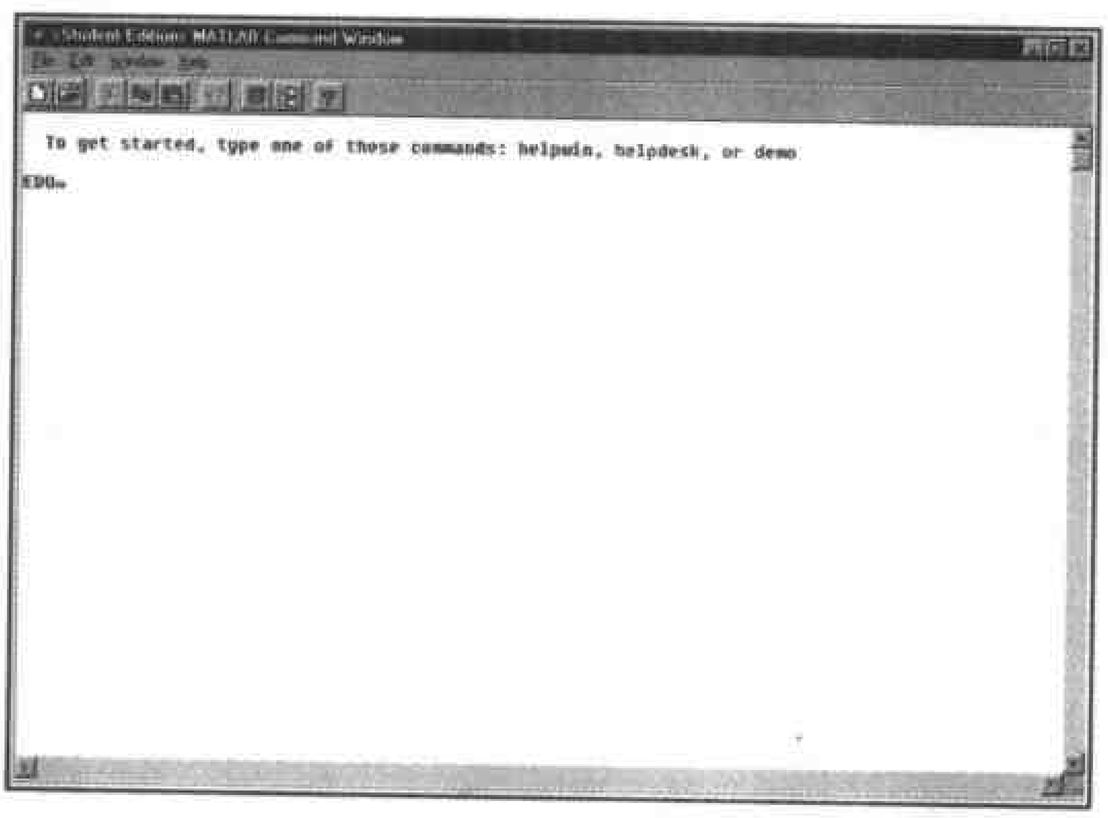

图 F.1　MATLAB 窗口

F.2　变量和数学运算

用户应该意识到所有变量都是矩阵，有时不过是简单的 1 × 1 矩阵，这样才能深刻理解 MATLAB。变量名最多可以有 19 个字符长，这对于书写具有良好可读性的程序非常有益。变量名首字符必须是字母，但后面的字符可以是任何字母或数字，也可以用下划线（_）。MAT-

LAB 中的变量是大小写敏感的。

MATLAB 中包括一些预先定义的变量。本书用到的有关预定义变量是：

eps	机器精度
realmin	计算机处理的最小浮点(正)数
realmax	计算机处理的最大浮点数
inf	无穷大(定义为 1/0)
NaN	字面意义为“不是一个数(Not a Number)”，包括像 0/0 这样的情况
pi	圆周率 π(3.141 59…)
i，*j*	均为虚数单位的定义 $\sqrt{-1}$，用户可以给 *i*，*j* 赋以其他值

利用命令 who 可以得到当前已定义变量的完整列表。用等号(=)给变量赋值。如果语句以分号(;)结束，那么将出现另一个提示符。如果简单地用回车键结束(即按 Enter 键)，则变量会重显一次。例如：

```
EDU >> input  voltage = 5;
EDU >> input _ current = 1 e - 3
input _ current =
1.0000e - 003
EDU >>
```

在 MATLAB 中很容易定义复变量，例如：

```
EDU >> s = 9 + j * 5;
```

将产生一个值为 $9+j5$ 的复变量 **s**。

除了 1×1 矩阵，所有其他矩阵都用方括号定义。例如矩阵 $\mathbf{t}=\begin{bmatrix}2 & -1\\3 & 0\end{bmatrix}$ 在 MATLAB 中表示为：

```
EDU >> t = [2  - 1; 3  0];
```

注意，矩阵元素按行输入，行元素之间用空格隔开，行之间用分号(;)隔开。矩阵的算术运算与普通变量相同，例如，$t+t$ 表示为：

```
EDU >> t + t
ans =
   4  - 2
   6    0
```

算术运算包括：

^乘方	\ 左除
* 乘	+ 加
/右(普通)除	- 减

在运算中运算次序很重要。优先次序依次是乘方、乘除、加减。

```
EDU >> x = 1 + 5 * 3
x =
    16
```

起初会对左除的概念感到奇怪，但它在矩阵代数中很有用。例如：

```
EDU >> 1/5
ans =
    0.2000
EDU >> 1 \ 5
ans =
    5
EDU >> 5 \ 1
ans =
    0.2000
```

在可能产生疑问的地方，可以使用括号来帮助理解。

F.3 一些有用的函数

由于篇幅的限制，不能将 MATLAB 中所有函数都列出。一些比较基本的函数包括：

abs(x)	$\lvert x\rvert$	log 10(x)	$\log_{10} x$		
exp(x)	e^x	sin(x)	$\sin x$	asin(x)	$\sin^{-1} x$
sqrt(x)	$\sqrt{x}$	cos(x)	$\cos x$	acos(x)	$\cos^{-1} x$
log(x)	$\ln x$	tan(x)	$\tan x$	atan(x)	$\tan^{-1} x$

有关复变量运算的函数包括：

real(s)	Re{s}
imag(s)	Im{s}
abs(s)	$\sqrt{a^2+b^2}$，其中 $s = a + jb$
angle(s)	$\tan^{-1}(b/a)$，其中 $s = a + jb$
conj(s)	s 的复共轭

另一个非常有用而又常常被忘记的命令是 help。

偶尔会用到矢量，比如在作图时。这时 linspace(最小，最大，点数)命令的价值是很有用的：

```
EDU >> frequency = linspace(0,10,5)
frequency =
    0   2.5000   5.0000   7.5000   10.0000
```

与 linspace()相应的命令是 logspace()。

F.4 作图

用 MATLAB 作图是非常容易的。例如，执行下列 MATLAB 程序就能得到如图 F.2 所示的结果：

```
EDU >> x = linspace(0,2 * pi,100);
EDU >> y = sin(x);
EDU >> plot(x,y);
EDU >> xlabel(Angle('radians)');
EDU >> ylabel('Sine');
```

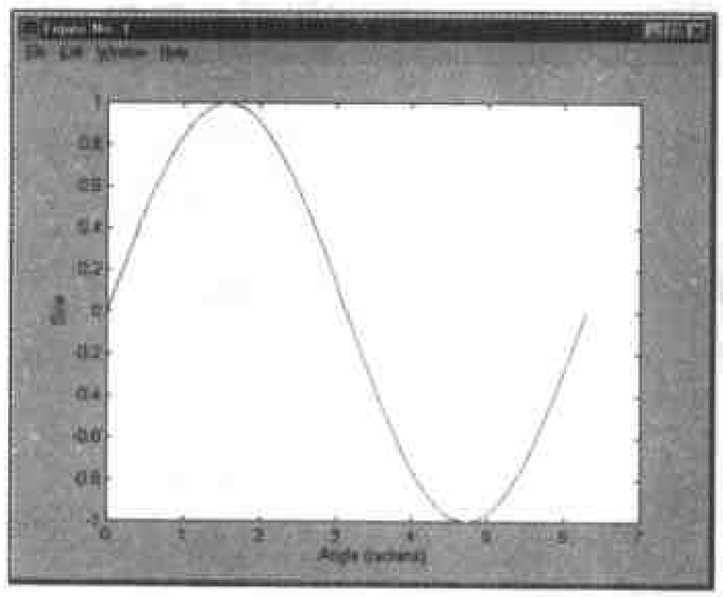

图 F.2 用 MATALB 作图的例子。变量 x 定义为 100 个元素的矢量，变量 y 是自动产生的同样长度的矢量

推荐阅读

D. C. Hanselman and B. Littlefield, *Mastering MATLAB 5: A Comprehensive Tutorial and Reference*, Prentice Hall, 1998. ISBN: 0-13-858366-8.

W. Palm, *MATLAB for Engineering Applications*, McGraw-Hill, 1999. ISBN: 0-07-047330-7.