

### 例 11.2 计算形状数

如图 11.12(a)所示,假设边界的阶数  $n = 18$ 。为了得到这个阶数的形状数,需要遵循刚才提到的步骤。第 1 步是找到基本方框,如图 11.12(b)所示。最接近 18 阶的方框为  $3 \times 6$  的方框,如图 11.12(c)所示的那样对基本方框进一步划分,这里链码的方向是依据选取的网格。最后一步是得到链码并用它的首差计算形状数,如图 11.12(d)所示。

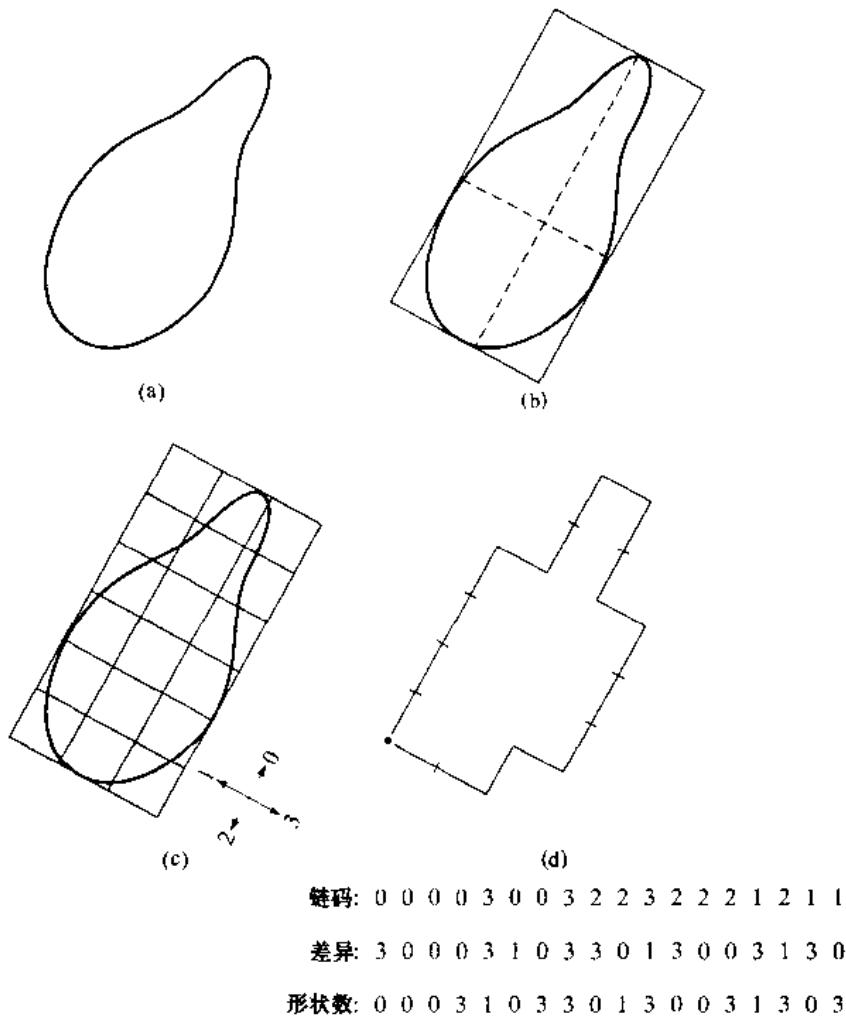


图 11.12 形状数的生成步骤

### 11.2.3 傅里叶描绘子

图 11.13 显示了一个  $xy$  平面内的  $K$  点数字边界。以任意点  $(x_0, y_0)$  为起点,坐标对  $(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{K-1}, y_{K-1})$  为逆时针方向沿着边界遇到的点。这些坐标可以用下列形式表示:  $x(k) = x_k$  和  $y(k) = y_k$ 。用这个定义,边界可以表示成坐标的序列  $s(k) = [x(k), y(k)]$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, K - 1$ 。再有,每对坐标对可以看做一个复数:

$$s(k) = x(k) + jy(k) \quad (11.2.2)$$

对  $k = 0, 1, 2, \dots, K - 1$ 。即对于复数序列,  $x$  轴作为实轴,  $y$  轴作为虚轴。尽管对序列进行了重新解释,但边界本身的性质并未改变。当然,这种表示方法的一大优点是:它将一个二维问题简化成一个一维问题。

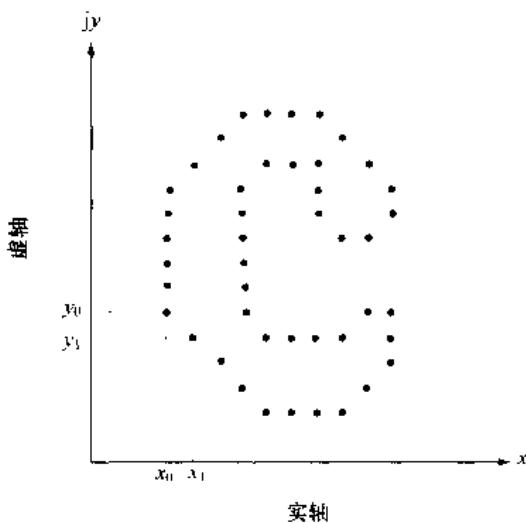


图 11.13 一条数字化边界和表示它的复数序列, 点  $(x_0, y_0)$  和  $(x_1, y_1)$  (任意的) 是序列的前两个点

从 4.2.1 节得到, 对离散  $s(k)$  的傅里叶变换(DFT)为:

$$a(u) = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} s(k) e^{-j2\pi uk/K} \quad (11.2.3)$$

$u = 0, 1, 2, \dots, K-1$ 。复系数  $a(u)$  称为边界的傅里叶描绘子。这些系数的反向傅里叶变换存于  $s(k)$ 。即:

$$s(K) = \sum_{u=0}^{K-1} a(u) e^{j2\pi uk/K} \quad (11.2.4)$$

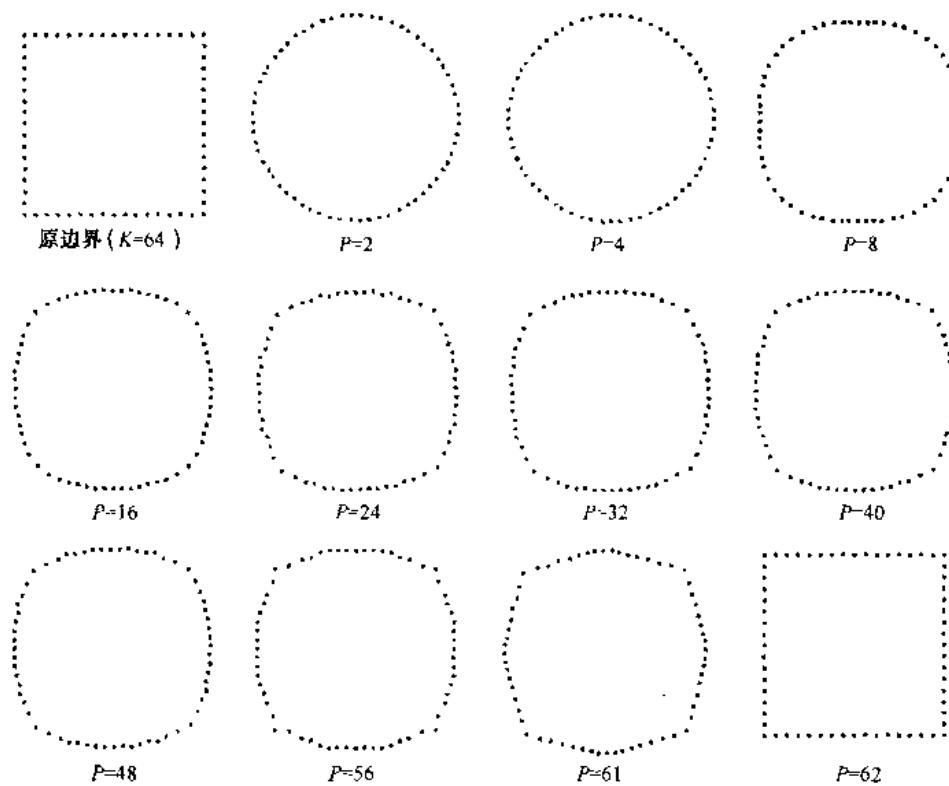
对于  $k = 0, 1, 2, \dots, K-1$ 。然而, 可以假设代替所有的傅里叶系数, 只使用第一个  $P$  系数。这是式(11.2.4)设置  $a(u) = 0, u > P-1$  时的方程式。结果为  $s(k)$  的近似值, 如下所示:

$$\hat{s}(k) = \sum_{u=0}^{P-1} a(u) e^{j2\pi uk/K} \quad (11.2.5)$$

对于  $k = 0, 1, 2, \dots, K-1$ 。尽管只有  $P$  项用于计算  $s(k)$  的每个元素  $\hat{s}(k)$ ,  $k$  仍取从 0 到  $K-1$  的值。即, 在近似边界中存在同样数目的点, 但重建每个点的时候并不使用同样多的项。回顾第 4 章中对傅里叶变换的讨论。高频元素能很好地解释细节, 低频分量决定整体形状。因此,  $P$  越小, 边界细节失去得就越多。下面的例子给予了清楚的说明。

### 例 11.3 图示傅里叶描绘子

图 11.14 显示了一个包含  $K = 64$  个点的方形边界和对各种  $P$  值使用式(11.2.5)重建边界的结果。注意, 重建边界前,  $P$  值必须为 8, 重建的边界比起圆形更像方形。接下来, 注意直到  $P$  约为 56 时, 拐角的点开始在序列中变得突出, 符合拐角定义的变化才开始出现。最后注意, 当  $P = 61$  时, 曲线变直, 此处几乎是一个原附加系数的精确复制。因此, 一些低阶系数能够反映大体形状, 而更多的高阶系数项是精确定义形状特征(比如拐角和直线)所需要的。从定义一个区域形状的过程中, 低频和高频分量所起的作用来看, 这个结果正是所期望的。

图 11.14 用傅里叶描绘子重建的例子。 $P$  是重建边界使用的傅里叶系数的数目

如前面例子所做的示范, 少数傅里叶描绘子能够反映边界的大略本质。这种性质很有用处, 因为这些系数携带了形状信息。因此, 如将在第 12 章中谈到的, 这些描绘子可以作为区分不同形状边界的基础。

我们已经提到过多次: 描绘子应该对平移、旋转和比例缩放变化不敏感。此处, 描述边界的结果取决于经过处理的点的次序, 所以, 还有一个附加的限制条件就是, 描绘子对起始点的位置不敏感。傅里叶描绘子对这些几何变化不敏感, 但这些参数的变化可能关系到描绘子的简单变换。例如, 考虑旋转变换并回顾基本数学分析中, 关于一个点围绕复平面原点旋转  $\theta$  角的变换。这种变换是通过乘以  $e^{j\theta}$  因子实现的。对  $s(k)$  的每个点进行这样的处理就实现了整个序列相对于原点的旋转变换。旋转的序列为  $s(k)e^{j\theta}$ , 其傅里叶描绘子为:

$$\begin{aligned} a_r(u) &= \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} s(k) e^{jk\theta} e^{-j2\pi uk/K} \\ &= a(u) e^{j\theta} \end{aligned} \quad (11.2.6)$$

$u = 0, 1, 2, \dots, K-1$ 。因此, 旋转变换只是通过乘以常数项  $e^{j\theta}$  对所有系数给予相同的影响。

表 11.1 傅里叶描绘子的基本性质

变 换	边 界	傅里叶描绘子
原函数	$s(k)$	$a(u)$
旋转	$s_r(k) = s(k)e^{j\theta}$	$a_r(u) = a(u)e^{j\theta}$
平移	$s_t(k) = s(k) + \Delta_{xy}$	$a_t(u) = a(u) + \Delta_{xy}\delta(u)$
缩放	$s_s(k) = as(k)$	$a_s(u) = aa(u)$
起点	$s_p(k) = s(k - k_0)$	$a_p(u) = a(u)e^{-jk_0 u/K}$

(注:  $-j2\pi k_0 u/K, j\theta$  均为  $e$  的次数。)

表11.1总结了边界序列 $s(k)$ 在执行旋转、平移、缩放和变换起点等变换过程中的傅里叶描绘子。符号 $\Delta_n$ 定义为: $\Delta_n = \Delta x + j\Delta y$ , 所以符号 $s_t(k) = s(k) + \Delta_n$ 指明重定义的序列为:

$$s_t(k) = [x(k) + \Delta x] + j[y(k) + \Delta y] \quad (11.2.7)$$

换句话说, 平移变换是对边界上的所有坐标加上一个位移常量。注意, 除了 $u=0$ 时变为冲激函数 $\delta(u)$ <sup>①</sup>, 变换过程对描绘子没有影响。最后, 表达式 $s_p(k) = s(k - k_0)$ 表示重定义序列为:

$$s_p = x(k - k_0) + jy(k - k_0) \quad (11.2.8)$$

对序列的起点进行的变换仅是从 $k=0$ 移到 $k=k_0$ 。从表11.1的最后一列乘以依赖于 $u$ 的 $a(u)$ 这一点来看, 起点的变化以不同的方式(但是是已知的)影响所有描绘子。

#### 11.2.4 统计矩

边界线段的形状(和特征波形)可以通过简单的统计矩进行定量的描述, 如均值、方差和高阶矩。要了解如何实现这一点, 可以参考图11.15(a)和(b), 前者显示了边界的线段, 后者显示了以任意变量 $r$ 的一维函数 $g(r)$ 描述的线段。这个函数通过连接线段的两个端点并将线段旋转至水平方向得到。点的坐标也旋转相同的角度。

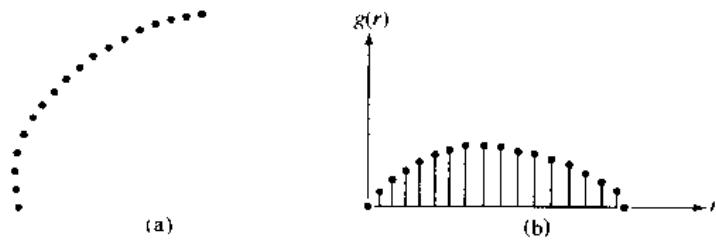


图11.15 (a)边界线段,(b)一维函数表示法

将 $g$ 的振幅看做离散随机变量 $v$ 并形成关于 $p(v_i)$ 的直方图,  $i=0, 1, 2, \dots, A-1$ , 这里 $A$ 是分割振幅数值标尺的离散振幅增量。请记住,  $p(v_i)$ 是生成值 $v_i$ 的概率估计值, 按照式(3.3.18),  $v$ 的第 $n$ 个估计值的均值为:

$$\mu_n(v) = \sum_{i=0}^{A-1} (v_i - m)^n p(v_i) \quad (11.2.9)$$

这里,

$$m = \sum_{i=0}^{A-1} v_i p(v_i) \quad (11.2.10)$$

$m$ 是 $v$ 的均值或平均值,  $\mu_2$ 是它的方差。一般来讲, 几乎不需要用一阶矩来区分形状明显不同的图形。

一种替代方法是将 $g(r)$ 归一化为单位面积下的函数并把它做成直方图。换句话说, 是将 $g(r_i)$ 作为产生值 $r_i$ 的概率。此时, 将 $r$ 作为随机变量, 则矩为:

① 回顾第4章常量的傅里叶变换是一个位于原点的脉冲, 而其他处均为0。

$$\mu_n(r) = \sum_{i=0}^{K-1} (r_i - m)^n g(r_i) \quad (11.2.11)$$

这里,

$$m = \sum_{i=0}^{K-1} r_i g(r_i) \quad (11.2.12)$$

在这个式子中,  $K$  是边界上点的数目,  $\mu_n(r)$  与形状函数  $g(r)$  有直接关系。例如, 二阶矩  $\mu_2(r)$  用来衡量  $r$  的均值曲线分布, 三阶矩  $\mu_3(r)$  衡量以均值作为参考的对称性。

基本上, 我们实现的是将描述工作简化为描述一维函数。尽管矩法显然是使用最为普遍的方法, 但它们并不是实现这一目的的惟一描绘子。例如, 另一种方法可以是计算一维离散傅里叶变换, 得到它的谱, 使用谱的前  $q$  个分量描述  $g(r)$ 。矩法优于其他技术的优点是, 实现起来简单并且带有对边界形状的“有形”解释。从图 11.15 也可以看出这种方法对于旋转变换的不敏感性。如果需要, 通过缩放  $g$  和  $r$  的范围可以实现尺寸归一化。

## 11.3 区域描绘子

在这一节中, 考虑描述图像区域的不同途径。要记住边界和区域描绘子结合使用是实践中普遍的做法。

### 11.3.1 某些简单的描绘子

一个区域的面积定义为区域中像素的数目。区域的周长是它的边界长度。尽管面积和周长有时用做描绘子, 但它们主要在所关注的区域大小不变的情况下使用。这两个描绘子更为常用的地方是衡量一个区域的致密性, 定义为“(周长)<sup>2</sup>/面积”。致密性是无量纲的量(因此对均匀标度的变化不敏感)并且圆盘形区域的致密性是最小的。除了在数字区域的旋转变换时引入的误差之外, 致密性对于方向性也是不敏感的。其他简单的用做区域描绘子的量包括灰度的均值和中值、最小和最大灰度级值及大于和小于均值的像素数。

#### 例 11.4 使用面积计算从图像中提取信息

甚至像归一化面积这样简单的区域描绘子, 在从图像中提取信息方面也是很有用处的。例如, 图 11.16 显示了卫星拍摄的关于美洲的红外线图像。如在 1.3.4 节中讨论的细节一样, 像这样的图片能提供区域内定居人数的总量。收集这些图像的传感器有能力检测可见物体和近红外线发射源, 比如灯光、火和闪光。图像旁边的表格显示(从顶部到底部的区域)在所有 4 个区域中白色(光)所占面积与所有发光区域面积的比率。例如, 像这样的简单测量可以得到消耗电能地区的相关估计值。通过将其归一化可以从数据中提取出有关大陆块的每个地区和人口数等信息。

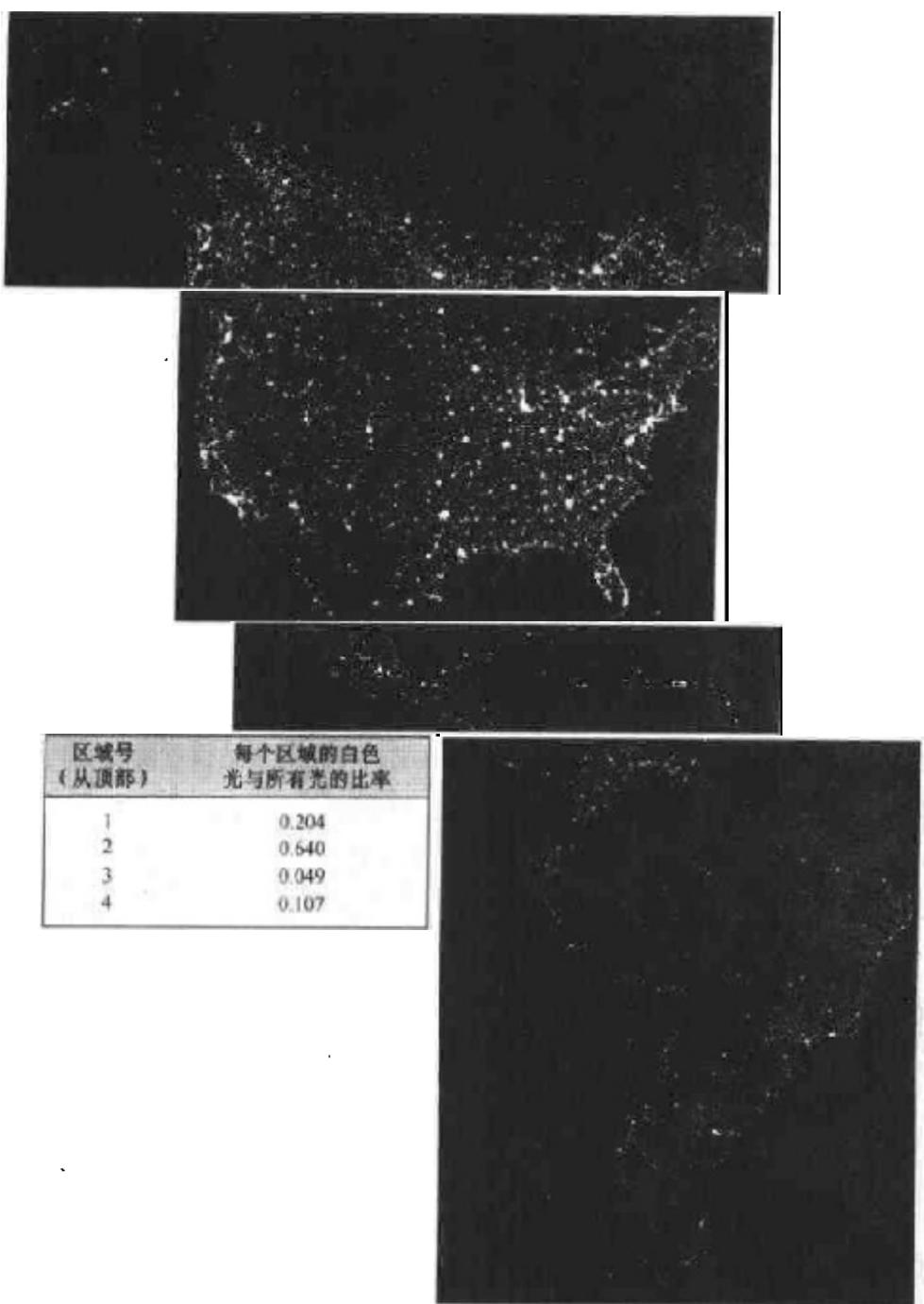


图 11.16 夜间美洲的红外图(由 NOAA 提供)

### 11.3.2 拓扑描绘子

拓扑特性对于图像平面区域的整体描述是很有用处的。简单来说,拓扑学是研究一种在图像没有撕裂和连接的情况下(有时这被称为橡皮伸展变形),不受任何变形影响的图形性质。例如,图 11.17 显示了一个有两个孔的区域。如果一个拓扑描绘子由区域内孔洞数来定义,这种特性明显不受伸展和旋转变换的影响。然而,一般来讲,在区域发生分裂或聚合时,孔的数目会发生改变。注意,由于伸展影响距离量,因此拓扑特性也不依赖于距离概念和任何隐含地基于距离度量概念的性质。

另一个对区域描述有用处的拓扑特性是连通分量的数目。一个区域的连通分量在 2.5.2 节定义。图 11.18 显示了一个有 3 个连通分量的区域(见 9.5.3 节关于计算连通分量的算法)。

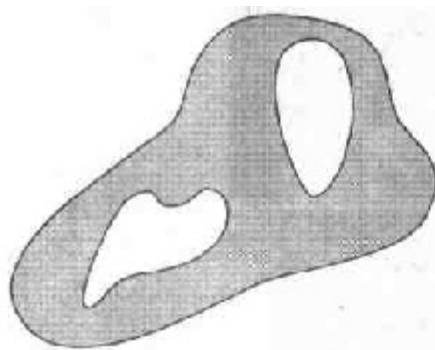


图 11.17 有两个孔的区域

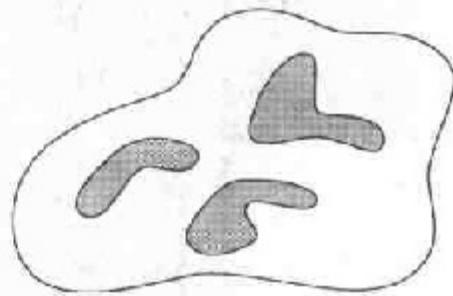


图 11.18 一个有 3 个连通分量的区域

图形中孔的数目  $H$  和连通分量  $C$  可以用于定义欧拉数  $E$ :

$$E = C - H \quad (11.3.1)$$

欧拉数也是一种拓扑特性。如图 11.19 中显示的区域有分别等于 0 和 -1 的欧拉数, 因为“A”有一个连通分量和一个孔, 而“B”有一个连通分量和两个孔。

由直线段表示的区域(称为拓扑网络)用欧拉数解释会相当简单。图 11.20 显示了一个拓扑网络。将一个这样的网络进行内部区域分类, 分成面和孔通常是很重要的。 $V$  代表顶点数,  $Q$  代表边数,  $F$  代表面数, 给出的下列关系称为欧拉公式:

$$V - Q + F = C - H = E \quad (11.3.2)$$

由式(11.3.1)看出它等于欧拉数:

$$V - Q + F = C - H = E \quad (11.3.3)$$

图 11.20 中显示的网络有 7 个顶点, 11 条边, 2 个面, 1 个连通区域和 3 个孔; 因此, 欧拉数为 -2:

$$7 - 11 + 2 = 1 - 3 = -2$$

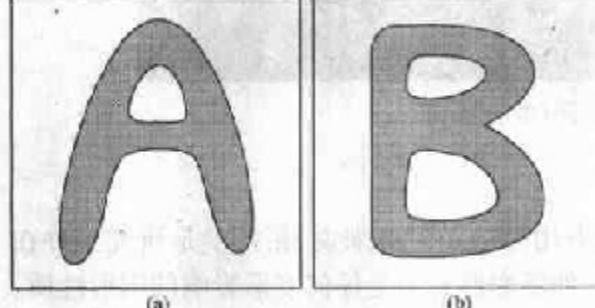


图 11.19 欧拉数分别为 0 和 -1 的区域

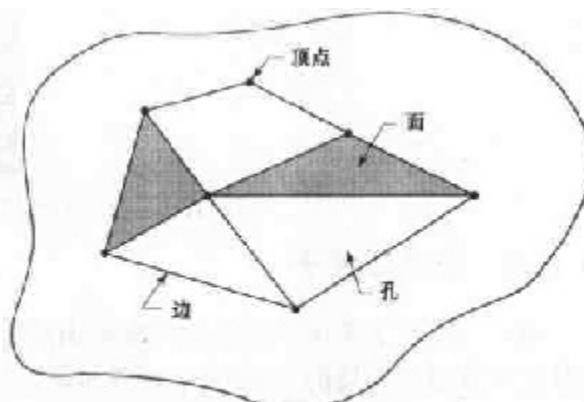


图 11.20 一个包含拓扑网络的区域

拓扑描绘子提供了一个附加特征, 在描绘一幅场景的区域特性时非常有用。

**例 11.5 用连通分量在分割后的图像中提取最大特征**

图 11.21(a)显示了一幅  $512 \times 512$  大小, 8 比特的华盛顿特区图像, 该图像由 NASA 陆地(LANDSAT)卫星拍摄。这幅特别的图像是在近红外波段拍摄的(细节见图 1.10)。假设只使用这幅图分割河流(不使用多频谱图像可以简化任务)。由于河流在图像中是相当暗且分布均匀的区域, 设置门限值显然是一件试探性的工作。在使河流变为一连通区域之前, 用可能的最高门限值为图像设置门限所得的结果如图 11.21(b)所示。门限值需要人工选择, 这一点说明在这种情况下, 仅靠河流本身的图像而没有经过门限值处理的其他区域的图像, 是不可能将河流图像分离出来的。这个例子的目的就是, 用图示说明连通分量如何用于“完成”图像分割。

图 11.21(b)中的图像有 1 591 个连通分量(使用 8 连通得到)。其欧拉数为 1 552, 从这两点可以推断出有 39 个孔。图 11.21(c)显示了带有最大元素数目(8 479)的连通分量。这就是希望得到的结果, 我们知道这个结果不可能由其自身图像分割。注意, 所得结果是非常清晰的。如果要完成测量, 如河流每条支流的长度, 可以使用连通分量的骨架[图 11.21(d)]。换句话说, 骨架中每个分量的长度近似接近图中河流的支流所显示的长度。

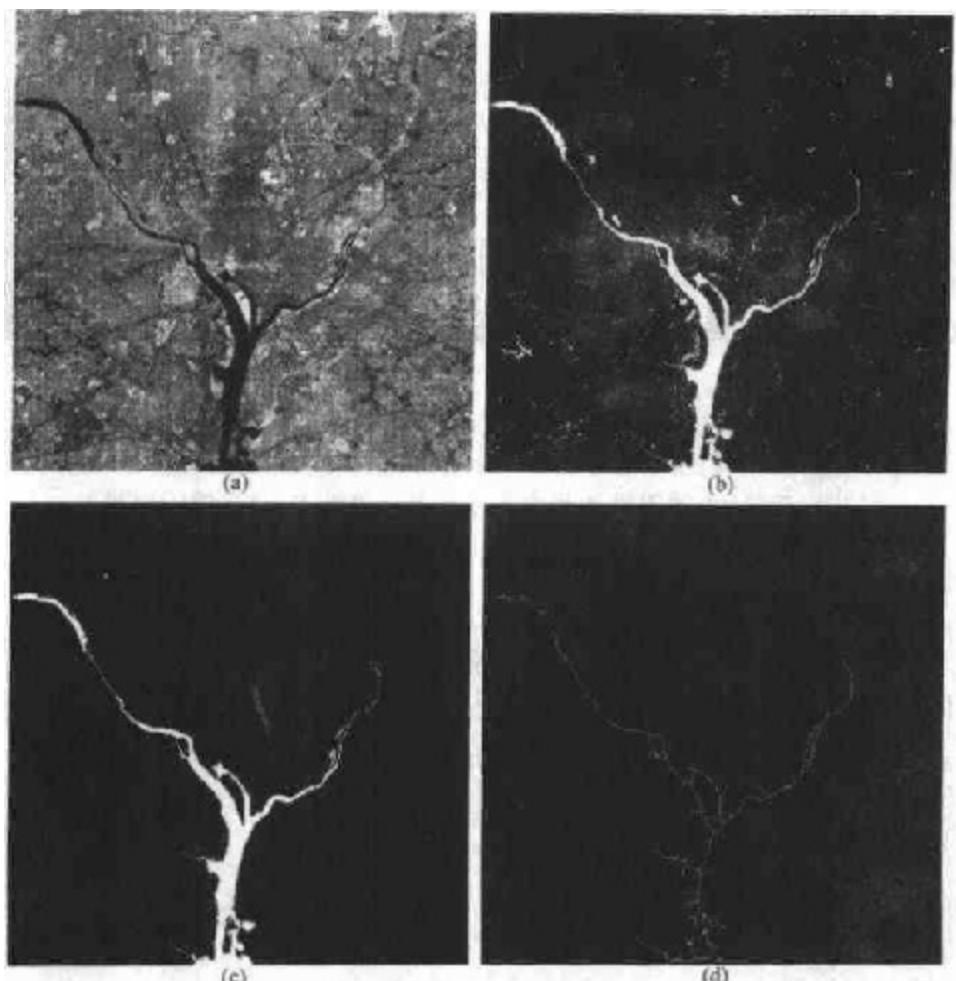


图 11.21 (a)华盛顿特区的红外图像,(b)经门限值处理的图像,(c)图(b)的最大连通分量,(d)图(c)的骨架

### 11.3.3 纹理

区域描绘的一种重要方法是将区域的纹理量化。尽管对纹理没有正式的定义,但在直觉上,这种描绘子提供了对诸如平滑度、粗糙度和规律性等特性的度量(图 11.22 中显示了一些样例)。在图像处理中用于描述区域纹理的 3 种主要方法是统计方法、结构化方法和频谱方法。统计方法指诸如平滑、粗糙、粒状等纹理的特征描述。结构化技术处理图像元的排列,诸如基于均匀空间分布的平行线纹理描述。频谱技术基于傅里叶频谱特性,主要用于通过识别频谱中高能量的窄波峰寻找图像中的整体周期性。

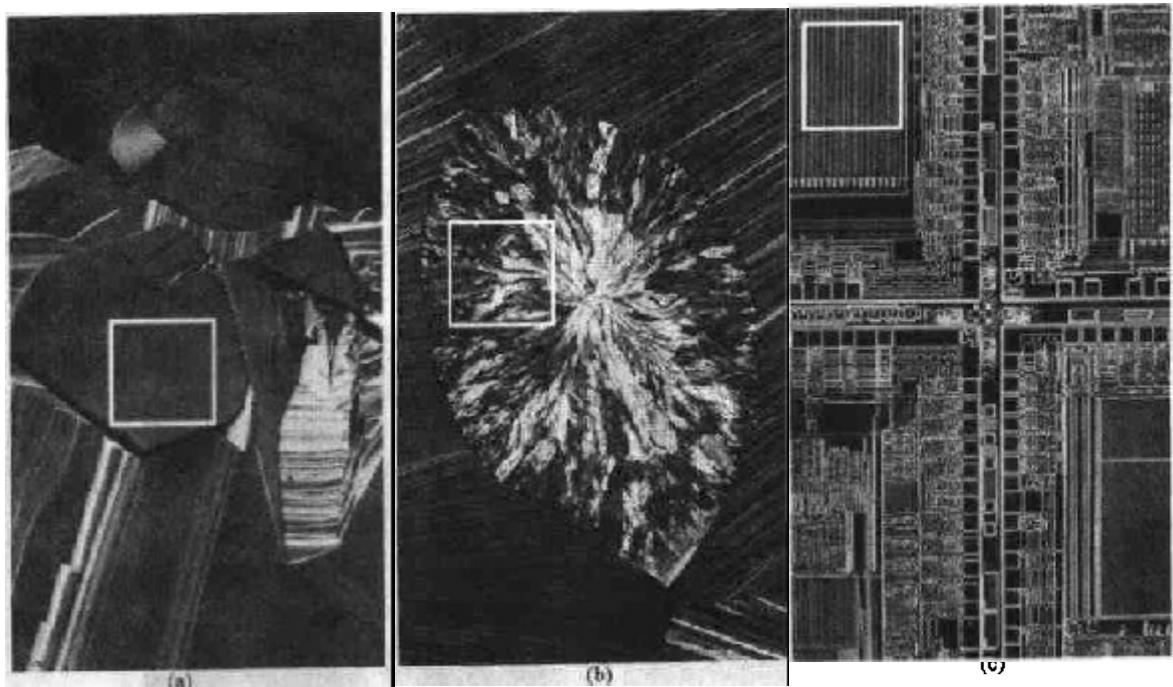


图 11.22 从左到右白色方块标记平滑、粗糙、有规则的纹理。这些光学显微镜下的图像分别是一块超导体、人类的胆固醇和一个微处理器(由佛罗里达州立大学的 Michael W. Davidson 博士提供)

#### 统计方法

描述纹理的最简单方法之一是使用一幅图像或区域灰度级直方图的统计矩。令  $z$  为一个代表灰度级的随机变量,并令  $p(z_i), i=0, 1, 2, \dots, L-1$ , 为对应的直方图,这里  $L$  是可区分的灰度级数目。由式(3.3.18),关于  $z$  的均值的第  $n$  阶矩为:

$$\mu_n(z) = \sum_{i=0}^{L-1} (z_i - m)^n p(z_i) \quad (11.3.4)$$

这里  $m$  是  $z$  的均值(平均灰度级):

$$m = \sum_{i=0}^{L-1} z_i p(z_i) \quad (11.3.5)$$

注意式(11.3.4)中,  $\mu_0 = 1, \mu_1 = 0$ 。二阶矩[方差  $\sigma^2(z) = \mu_2(z)$ ]在纹理描述中特别重要。它

是表示灰度级对比度的量度, 可以用于建立有关平滑度的描绘子。例如, 量度:

$$R = 1 - \frac{1}{1 + \sigma^2(z)} \quad (11.3.6)$$

对于等强度区域为 0(此处方差为 0), 对于大的  $\sigma^2(z)$  值接近于 1。因为方差值对于大值的灰度级图像是趋向于增大的, 比如在 0 到 255 的范围内, 所以将方差归一化后转换到区间 [0,1] 中, 再用于式(11.3.6)是一个好主意。这可以通过在式(11.3.6)中用  $(L-1)^2$  除  $\sigma^2(z)$  实现。标准差  $\sigma(z)$  也经常作为纹理的量度使用, 因为标准差的值对于很多人来说更为直观。

三阶矩,

$$\mu_3(z) = \sum_{i=0}^{L-1} (z_i - m)^3 p(z_i) \quad (11.3.7)$$

是表示直方图偏斜度的量, 而四阶矩是表示相关平直度的量。五阶矩和更高阶矩不容易同直方图形状联系起来, 但它们提供对纹理描述更进一步的量化。另外一些有用处的基于直方图的纹理量度包括“一致性”量度, 如下式给出的:

$$U = \sum_{i=0}^{L-1} p^2(z_i) \quad (11.3.8)$$

和平均熵值量度, 读者可以回顾有关的基本信息理论, 或第 8 章的讨论。这里将其定义为:

$$e = - \sum_{i=0}^{L-1} p(z_i) \log_2 p(z_i) \quad (11.3.9)$$

因为  $p$  在区间 [0,1] 内有值并且这些值的和为 1, 量度  $U$  对所有灰度级都相等(极大一致性)的图像有最大值并且从那里开始递减。熵是可变性的量度并且对于一个不变的图像其值为 0。

#### 例 11.6 基于直方图的纹理量度

表 11.2 总结了前述对于图 11.22 中高亮显示的三类纹理值的量度。均值正好告诉我们每个区域的平均灰度级并且它只在作为亮度的大致概念时才是有用的, 并且不是真实的纹理。标准差可以提供更为丰富的信息; 数字显示第一块纹理在灰度级上比另两块纹理有更小的可变性(它较平坦)。使用这个量度清晰地显示出粗糙的纹理。正如我们所希望的, 相同的注释同样适用于  $R$ , 因为它和标准差所衡量的事物本质上是相同的。三阶矩一般对确定直方图的对称性和是否向左(负值)或向右(正值)歪斜很有用。

表 11.2 图 11.22 中子图的纹理量度

纹理	均值	标准差	$R$ (归一化的)	三阶矩	一致性	熵
平滑	82.64	11.79	0.002	-0.105	0.026	5.434
粗糙	143.56	74.63	0.079	-0.151	0.005	7.783
规则性	99.72	33.73	0.017	0.750	0.013	6.674

这个量使我们对图像的灰度级相对于均值是偏向暗的一边还是偏向亮的一边, 有了一个大略的认识。至于纹理这一术语, 只有在量度之间的变化很大时, 三阶矩所给出的信息才最有用。考虑一下一致性量度, 我们也可以断定第一个子图更为平滑一些(比其他的图像一致性更好)并且多数的随机抽样(最低一致性)与粗糙的纹理相一致, 这并不让人觉得意