

现的概率估计值。 $r$  的第  $n$  个矩的平均值定义如下：

$$\mu_n(r) = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m)^n p(r_i) \quad (3.3.18)$$

此处  $m$  是  $r$  的平均值(其灰度级均值)：

$$m = \sum_{i=0}^{L-1} r_i p(r_i) \quad (3.3.19)$$

由式(3.3.18)和式(3.3.19)导出  $\mu_0 = 1, \mu_1 = 0$ , 其二阶矩的表达式如下：

$$\mu_2(r) = \sum_{i=0}^{L-1} (r_i - m)^2 p(r_i) \quad (3.3.20)$$

我们认为这个式子是  $r$  的方差,通常以  $\sigma^2(r)$  表示。标准差被简单定义为方差的平方根。在第11章将讨论有关图像描述的矩。然而,就增强来说,最关心的是一幅图像灰度的平均值和方差(或标准差)(它是平均对比度的量度)。

对图像增强,我们考虑平均值和方差的两种用途。全局平均值和方差是对整幅图像进行度量,并是对整幅图像强度和对比度的初步粗调整。这两种方法更强大的应用是在局部增强中,这里局部平均值和方差被用做实施改变的基础,而这种改变依靠图像中对每个像素预先定义的区域的图像特性。

令  $(x, y)$  为某一图像中像素的坐标,令  $S_{xy}$  表示一确定大小的邻域(子图像),其中心在  $(x, y)$ 。根据式(3.3.19),在  $S_{xy}$  中像素的平均值  $m_{S_{xy}}$  能以下式计算:

$$m_{S_{xy}} = \sum_{(s,t) \in S_{xy}} r_{s,t} p(r_{s,t}) \quad (3.3.21)$$

此处  $r_{s,t}$  是在邻域中坐标  $(s, t)$  处的灰度,且  $p(r_{s,t})$  是与灰度值对应的邻域归一化直方图分量。类似地,在式(3.3.20)中,区域  $S_{xy}$  中像素的灰度级方差由下式给出:

$$\sigma_{S_{xy}}^2 = \sum_{(s,t) \in S_{xy}} [r_{s,t} - m_{S_{xy}}]^2 p(r_{s,t}) \quad (3.3.22)$$

局部平均值是对邻域  $S_{xy}$  中的平均灰度值的度量,方差(或标准差)是邻域中对比度的度量。

在图像处理中使用局部平均值和方差的一个重要特点是提供了开发简单且功能强大的增强技术的灵活性,这种技术基于可预测的且与图像外观相近的统计度量。我们将通过例子说明这些性质。

#### 例 3.6 基于局部统计的增强

图 3.24 显示了一根绕在支架上的钨丝 SEM(扫描电子显微镜)图像。在图像中央的钨丝和其支架很清楚并很容易分析。在图像的右边有另一根钨丝的结构,但是它更暗,并且大小和特征并不清楚。通过对比操作进行的局部增强在这里是很理

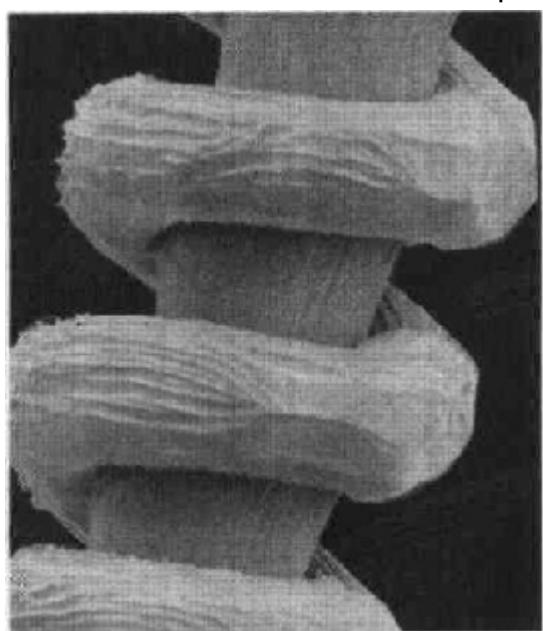


图 3.24 放大约 130 倍的钨丝和支架图像  
(原图像由俄勒冈大学地质科学系的 Michael Shaffer 先生提供)

想的方法,这时图像的一部分是可接受的,其他部分则可能包含我们所关心的隐藏特征。在这个特殊例子中,问题是增强暗的部分,而对亮的部分尽量不动,因为它并不需要增强。可以使用本节所提供的概念阐明一种增强方法,而这种方法能分辨暗与亮的不同,同时只增强暗的部分。判断一个点 $(x, y)$ 是暗还是亮的方法是把局部平均灰度和图像的平均灰度进行对比,后者称之为全局灰度并用 $M_G$ 表示。后者的数量是通过令 $S$ 包含整幅图像而得到的。因此,增强方案的首要因素是:如果 $m_{S_{xy}} \leq k_0 M_G$ ,则认为像素在点 $(x, y)$ 可作为候选处理对象,此处 $k_0$ 是一个小于1.0的正常数。由于我们感兴趣的增强区域有较低的对比度,还需要一个测量方法决定一个区域的对比度是否是要进行增强的候选点。因此,如果 $\sigma_{S_{xy}} \leq k_2 D_G$ ,我们认为在点 $(x, y)$ 处的像素是增强候选点,此处 $D_G$ 是全局标准差,且 $k_2$ 为正常数。如果我们增强亮区,这个常数将大于1.0,对于暗区则小于1.0。最后,我们需要限制能够接受的对比度最低值,否则该过程甚至可能增强标准差为0的恒定区域。因此,我们通过要求 $k_1 D_G \leq \sigma_{S_{xy}}$ , $k_1 < k_2$ ,对局部标准差设置一个较低的限制值。满足局部增强所有条件的一个 $(x, y)$ 处的像素简单地通过乘以一个固定常数 $E$ 来处理,以增加(或减少)与图像其余部分相关的灰度级。不满足增强条件的像素值不变。

增强的方法可总结如下:令 $f(x, y)$ 表示在图像任何坐标 $(x, y)$ 处的像素值,且令 $g(x, y)$ 代表这些坐标上相应增强的像素。

$$g(x, y) = \begin{cases} E \cdot f(x, y) & \text{如果 } m_{S_{xy}} \leq k_0 M_G \text{ 且 } k_1 D_G \leq \sigma_{S_{xy}} \leq k_2 D_G \\ f(x, y) & \text{其他} \end{cases}$$

此处,如前所述的, $E, k_0, k_1$  和  $k_2$  是特定的参数; $M_G$  是输入图像的全局平均值; $D_G$  是全局标准差。

通常,成功选择一个参数需要做一些试验来熟悉一种给定的图像或一类图像。在这种情况下,常常选择下列数值: $E = 4.0, k_0 = 0.4, k_1 = 0.02$  和  $k_2 = 0.4$ 。对 $E$ 选择相对较低的值0.4,在一个欲增强的区域(该区域较暗),用该区域的灰度乘以它时,结果将始终趋于灰度级的暗端,并保留了图像的视觉平衡。很显然,观察一幅图像时由于需要增强的区域确实比全局平均值的一半还要暗,故选 $k_0$ 比全局平均值的一半略小。类似的分析导出了 $k_1$ 和 $k_2$ 值的选择结果。总的说来,这些常数的选择并非难事,但这些选择必须根据手边的增强问题进行逻辑分析后才能得到。最后,对局部区域大小的选择因为要考虑到保留细节和减少计算量而尽量选择小的尺寸。因此,我们选择 $3 \times 3$ 的小区域。

图3.25对所有的 $(x, y)$ 值显示了 $m_{S_{xy}}$ 的值。由于对每一个 $(x, y)$ 的值, $m_{S_{xy}}$ 是中心在 $(x, y)$ 的 $3 \times 3$ 领域内像素的平均值,我们预期结果会与原图像相似,但是,稍微有点模糊。这确实是如图3.25(a)所示的情况。图3.25(b)显示了用所有的 $\sigma_{S_{xy}}$ 值形成的图像。类似地,我们可以在每一个坐标对 $(x, y)$ 处,放大 $f(x, y)$ 的值至范围之外形成 $g(x, y)$ 而构造一幅图像。因为该值不是1就是 $E$ ,所以图像如图3.25(c)所示是二值的。相对于暗区的是1,相对于亮区的是 $E$ 。这样,在图3.25(c)中任何亮点意味着,在坐标对 $(x, y)$ 处,增强过程用 $E$ 乘以 $f(x, y)$ 产生了一个增强的像素。暗点表示在该坐标处增强过程没有放大像素值。

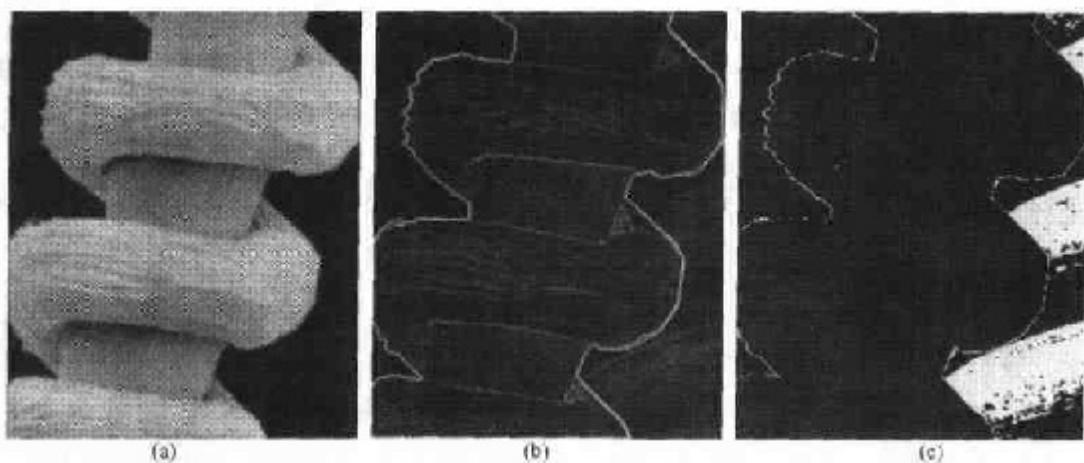


图 3.25 (a)从图 3.24 用式(3.3.21)得到的局部平均形成的图像;(b)从图 3.24 用式(3.3.22)通过局部标准差形成的图像;(c)用于产生图 3.26 所示增强图像的放大常数形成的图像

用刚刚讨论的方法增强后的图像示于图 3.26。用该图像与图 3.24 中的原图像相比,可以明显地看到增强后图像的右侧已经显示出的细节。它指出图像没有增强的部分(亮区)基本上被原封不动地保留了下来。我们还注意到在线圈与支架交接处的阴影区和灯丝与背景之间出现了小亮点。这些都是由增强引起的不希望的产物。换句话说,这些亮点满足了增强的准则并且其值被参数  $E$  放大了。噪声的引入是该方法固有的缺点,正如刚刚阐述的那样,这是非线性处理图像造成的。然而,在这里关键的一点是用大多数令人满意的方法增强了的图像确实突出了所希望的细节。

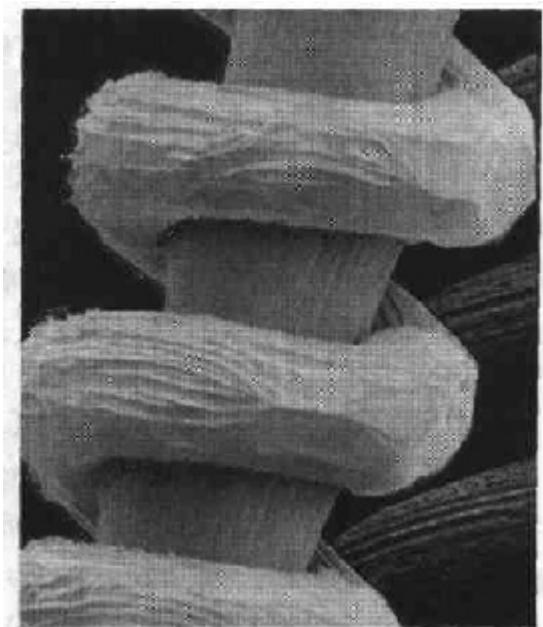


图 3.26 增强的 SEM 图像。与图 3.24 比较,特别注意在图像右侧增强的区域

不难想像刚才给出的例子中所用的多数方法对于局部增强的情况也适用。

### 3.4 用算术/逻辑操作增强

图像中的算术/逻辑操作主要以像素对像素为基础在两幅或多幅图像间进行(其中不包含逻辑“非”操作,它在单一影像中进行)。例如,两幅图像相减产生一幅新图像,这幅新图像在坐标( $x, y$ )处的像素值与那两幅进行相减处理的图像中同一位置的像素值有所不同。通过使用硬件和软件,就可以实现对图像像素的算术/逻辑操作,这种操作可以一次处理一个点,也可以并行进行,即全部操作同时进行。

对图像的逻辑操作同样也是基于像素的。我们关心的只是“与”、“或”、“非”逻辑算子的实现,这三种逻辑算子完全是函数化的。换句话说,任何其他的逻辑算子都可以由这三个基本算子来实现。当我们对灰度级图像进行逻辑操作时,像素值作为一个二进制字符串来处理。例如,对一个8比特的黑色像素值(8个比特都是0的串)进行“非”处理就会产生一个白色像素值(8个比特都是1的串)。中间值也是用同样的方法处理得出的:将所有的1变为0,反之亦然。另外,逻辑非算子执行与式(3.2.1)中的反比变换相同的功能。如图3.27所示的那样,“与”操作和“或”操作通常用做模板,即通过这些操作可以从一幅图像中提取子图像。在“与”和“或”图像模板中,亮的表示二进制码1,黑的代表二进制码0。模板处理有时可以作为一种感兴趣区(ROI)处理。就增强而言,模板主要用于分离要处理的区域,这时突出一个区域来区别图像的其他区域。此外,逻辑操作经常与第9章讨论的形态操作同时使用。

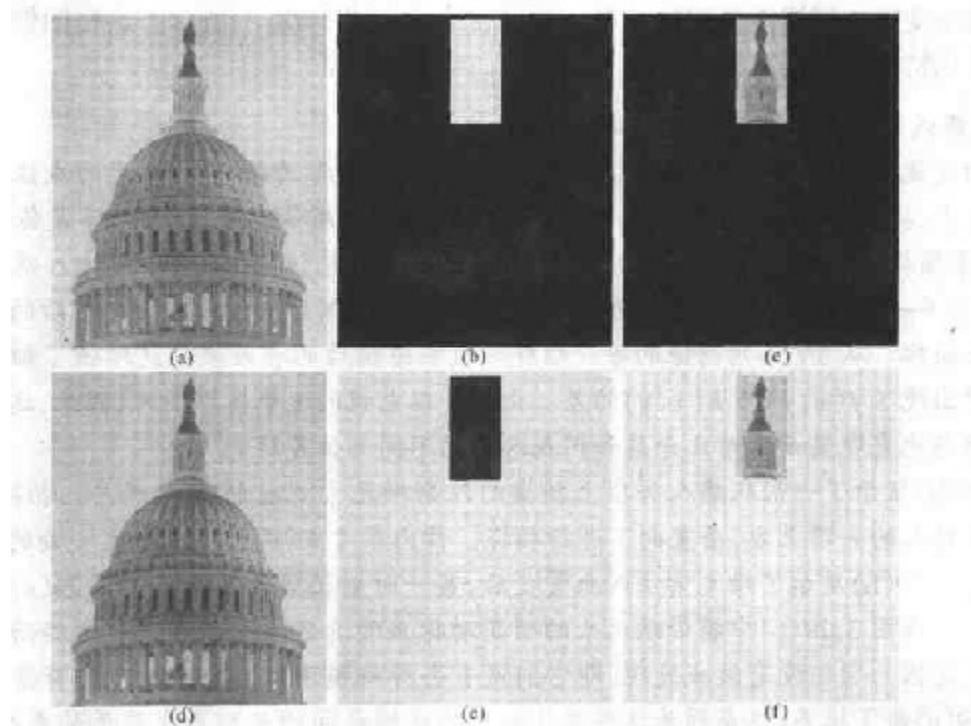


图3.27 (a)原图像,(b)“与”图像模板,(c)对图像(a)和(b)进行“与”操作的结果,(d)原图像,(e)进行“或”图像模板,(f)对图像(d)和(e)进行“或”操作的结果

在四种算术操作中,减法与加法在图像增强处理中最为有用。我们简单地把两幅图像相除看做用一幅的取反图像与另一幅图像相乘。除了用一个常数与图像相乘以增加其平均灰度

的操作以外,图像乘法主要用于比前边讨论的逻辑模板处理更为广泛的模板操作增强处理。换句话说,用一幅图像去乘另一幅图像可直接用于灰度处理,而不仅仅是对二进码模板处理。我们在3.8节给出的例子中看到模板操作是一个强有力的工具。在本节的剩余部分中,将讨论基于减法和加法处理的图像增强技术,而图像乘法的其他应用技术将放在第5章中结合图像复原一起讨论。

### 3.4.1 图像减法处理

两幅图像  $f(x, y)$  与  $h(x, y)$  的差异表示为:

$$g(x, y) = f(x, y) - h(x, y) \quad (3.4.1)$$

图像的差异是通过计算这两幅图像所有对应像素点的差而得出的。减法处理最主要的作用就是增强两幅图像的差异。为了说明这个概念,我们简要地回顾3.2.4节中的讨论,其中说明了一幅图像的高阶比特面会携带大量的可见相关细节,低阶比特面则分布着一些细小的细节(通常是感觉不到的)。图3.28(a)显示了前面使用的为了说明比特面概念的分形图像。图3.28(b)显示了从原始图像中去除四个最后有效比特面(置0)的结果。这两幅图像在视觉上几乎完全一样,只是图3.28(b)中的灰度值存在极小的变化而使整个对比度稍微有所下降。这两幅图像对应像素间的差别示于图3.28(c)。可以看到,由于两幅图像之间的差异太小,以至于当用8比特显示时,差异图3.28(c)几乎是全黑的。为了能够解释得更清楚,我们可以对它进行如3.2节或3.3节讨论的对比度扩展变换处理。可以选择直方图均衡化的方法,但做一个近似幂率变换也同样能做到这一点。处理的结果如图3.28(d)所示。这幅图像很好地说明了将低阶比特面设置为0的效果。

#### 例3.7 掩模式射线成像术中图像相减的应用

图像相减最成功和有益的商业应用之一是在医学领域称为掩模式X光的成像法。在这种技术中,掩模  $h(x, y)$  是通过一台位于X光源对面的增强电视镜头(而不是传统的X光胶片)来捕捉病人的病变区域的X光图像。处理过程包括:将对比介质注入病人的血管之中,拍下一系列同一解剖区域的图像作为  $h(x, y)$ ,然后从注入对比介质后的相应图像中减去掩模。从TV序列图像的每一幅样片减去掩模后的净效果就是增强了细节的输出图像中出现了  $f(x, y)$  与  $h(x, y)$  的差。由于是以电视的速率抓取图片,因此,这一过程大体上动态地直观显示了对比介质如何在人体的不同部位蔓延。

图3.29(a)显示了一张从病人头顶上拍摄的注射碘元素之前的X光照片。拍摄时,摄像机放在病人的头顶上方,垂直向下进行拍摄。作为参考点,图像下三分之一处的亮点是脊柱。图3.29(b)显示了碘元素注入血管之后,某一时刻拍摄的图像与图3.29(a)的掩模间的差别。在图3.29(b)中携带碘元素的明亮动脉血管清楚地被增强了。这些动脉显得异常明亮是因为它们没有做减处理(即它们没有去掉掩模图像)。另外,所有背景区域要比图3.29(a)暗了很多,这是因为这些变化较小的区域之间的差别产生较低的灰度值,所以在差值图像中它呈现较暗的灰度。注意,在图3.29(a)中的脊柱较亮,而经过减处理后在图3.29(b)却变得很暗。

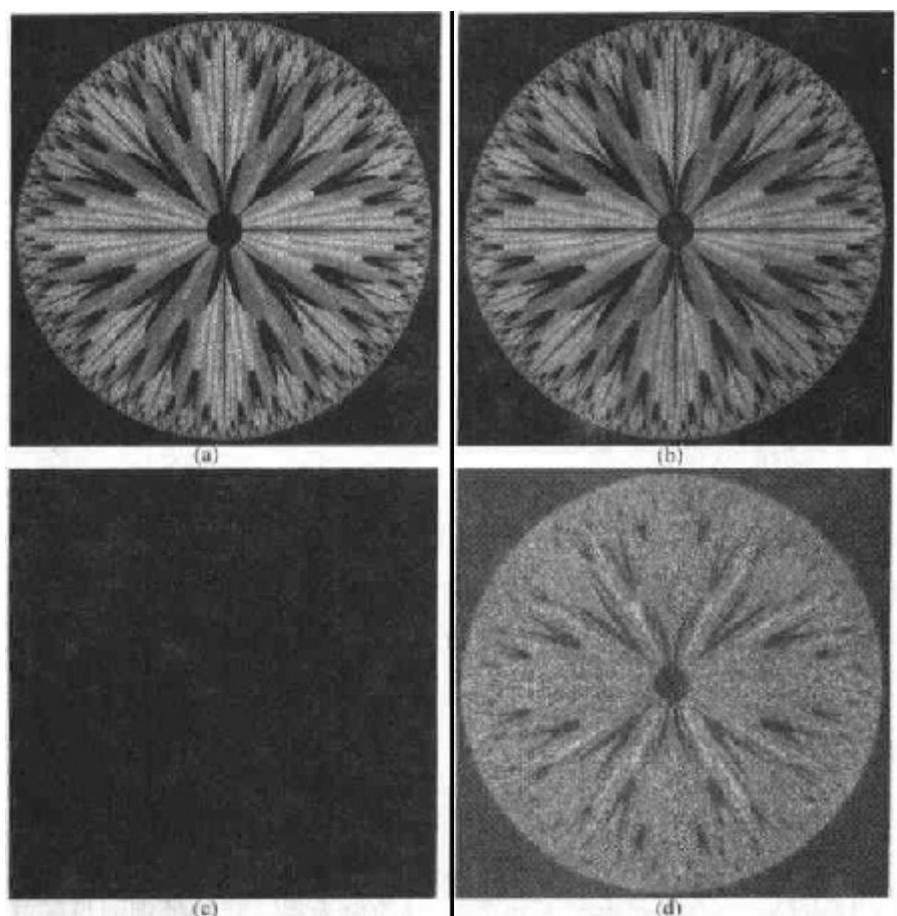


图 3.28 (a) 原分形图像,(b)把 4 个低阶比特置 0 的结果,(c)  
(a)和(b)间的差别,(d)直方图均衡后的差值图像(原  
图像由 Swarthmore 学院的 Melissa D. Binde 先生提供)

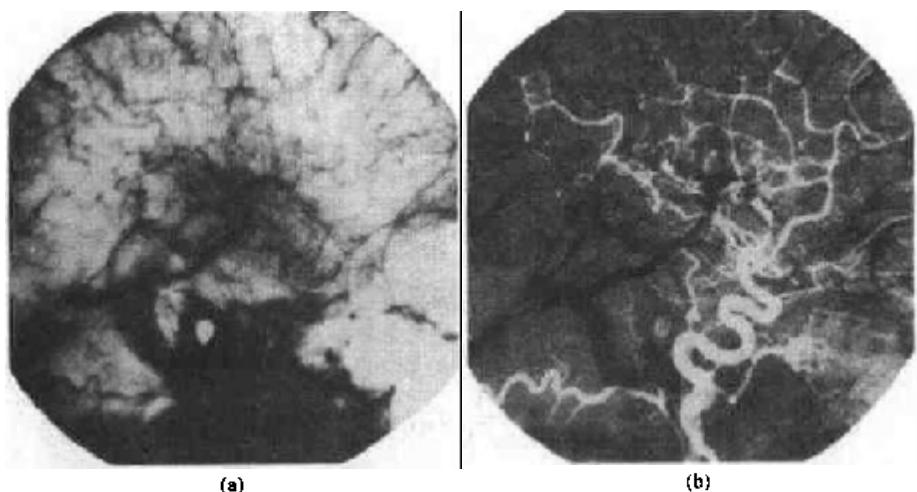


图 3.29 图像相减增强。(a)掩模图像,(b)减除掩模图像  
后的图像(把对比介质注入血管后拍摄的图像)

在结束这一节的讨论之前,做一点实践方面的评述。在实践中,大多数的图像由 8 位码显示(即使 24 比特的彩色图像也由 3 组 8 位码的通道组成),因此,像素值的大小不会超出 0 到

255 的范围。在差值图像中, 像素值的取值最小为 -255, 最大为 255, 因此, 显示这一结果需要某种标度。有两种主要的方法标度差值图像: 一种方法是对每个像素值再加 255 然后除以 2。这种做法无法保证像素的取值可以覆盖 0 到 255 的全部 8 比特范围, 但所有的像素值一定都在这一范围内。这种方法实现上快速而简单, 但它也有一定的局限性, 即整个显示范围没有得到充分利用, 潜在的缺点是, 在除 2 过程中固有的截尾误差通常将导致精确度的损失。

如果希望更高的精确度并使像素取值覆盖整个 8 比特的范围, 可以采用另一种方法。首先, 提取最小差值, 并且把它的负值加到所有差值图像的像素中(这样就可以创作出一幅最小像素值为零的改进的差值图像)。然后, 通过用 255/Max 值去乘每个像素(其中 Max 为改进的差值图像中最大像素取值)将图像中的所有像素标定到 0 到 255 的范围内。很明显, 这种方法比起前一种来更为复杂而且难以实现。

在本节结束之前, 我们还要提示一点, 即通过图像减法处理的变化检测在图像分割领域也有另一方面的主要应用(图像分割是第 10 章的话题)。基本上, 分割技术试图将一幅图像分成基于特定准则的区域。当准则“变化”时, 对于图像分割就采用图像减处理。例如, 在图像序列中跟踪(分割)行驶的车辆时, 减法处理用来移去图像中那些静止的部分, 剩余的只是图像中移动的元素及加性噪声。

### 3.4.2 图像平均处理

考虑一幅将噪声  $\eta(x, y)$  加入到原始图像  $f(x, y)$  形成的带有噪声的图像  $g(x, y)$ , 即:

$$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y) \quad (3.4.2)$$

这里假设每个坐标点  $(x, y)$  上的噪声都不相关<sup>①</sup> 且均值为零。我们处理的目标就是通过人为加入一系列噪声图像  $|g_i(x, y)|$  来减少噪声。

如果噪声符合上述限制, 会得到(问题 3.15)如果对  $K$  幅不同的噪声图像取平均形成图像  $\bar{g}(x, y)$ :

$$\bar{g}(x, y) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^k g_i(x, y) \quad (3.4.3)$$

则:

$$E\{\bar{g}(x, y)\} = f(x, y) \quad (3.4.4)$$

$$\sigma_{\bar{g}(x, y)}^2 = \frac{1}{K} \sigma_{\eta(x, y)}^2 \quad (3.4.5)$$

其中, 在所有坐标点  $(x, y)$  上,  $E\{\bar{g}(x, y)\}$  是  $\bar{g}$  的期望值,  $\sigma_{\bar{g}(x, y)}^2$  与  $\sigma_{\eta(x, y)}^2$  分别是  $\bar{g}$  与  $\eta$  的方差。在平均图像中任何一点的标准差为:

$$\sigma_{\bar{g}(x, y)} = \frac{1}{\sqrt{K}} \sigma_{\eta(x, y)} \quad (3.4.6)$$

当  $K$  增加时, 式(3.4.5)和式(3.4.6)指出, 在各个  $(x, y)$  位置上像素值的噪声变化率将减小。因为  $E\{\bar{g}(x, y)\} = f(x, y)$ , 这就意味着随着在图像均值处理中噪声图像使用量的增加,  $\bar{g}(x, y)$  越来越趋近于  $f(x, y)$ 。在实际应用中, 为了防止在输出图像中引入模糊及其他人为

<sup>①</sup> 均值为  $m$  的随机变量  $x$  的方差定义为  $E[(x - m)^2]$ , 这里  $E[\cdot]$  是宗量的期望值。两个随机变量  $x_i$  和  $x_j$  的协方差定义为  $E[(x_i - m_i)(x_j - m_j)]$ 。如果变量是不相关的, 则它们的协方差为 0。

影响,图像  $g_i(x, y)$  必须被配准。

### 例 3.8 用图像平均减少噪声

图像平均处理的一个重要应用是在天文学领域,在天文学中经常用极低亮度水平成像,这经常导致传感器噪声混入单幅图像,从而实际上使图像在分析时无法使用。图 3.30(a)显示了由 NASA 的带有宽视野行星摄像机的 Hubble 太空望远镜拍摄到的一幅星系图,我们称之为 NGC3314。NGC3314 距地球 140 亿光年,其指向南半球 Hydra 星座方向。在星系中心附近形成环形的闪亮星体由星际气体与粉尘组成。图 3.30(b)显示了相同的图像,只是受到了均值为 0 且标准差有 64 级灰度的非相关高斯噪声的干扰,因此,这幅图像对于特殊目的是不能用的。图 3.30(c)到(f)分别是对 8,16,64,128 幅图像取平均后的结果。可以看到,取  $K = 128$  进行平均处理后的图像在视觉上已经与原始图像极为相似。

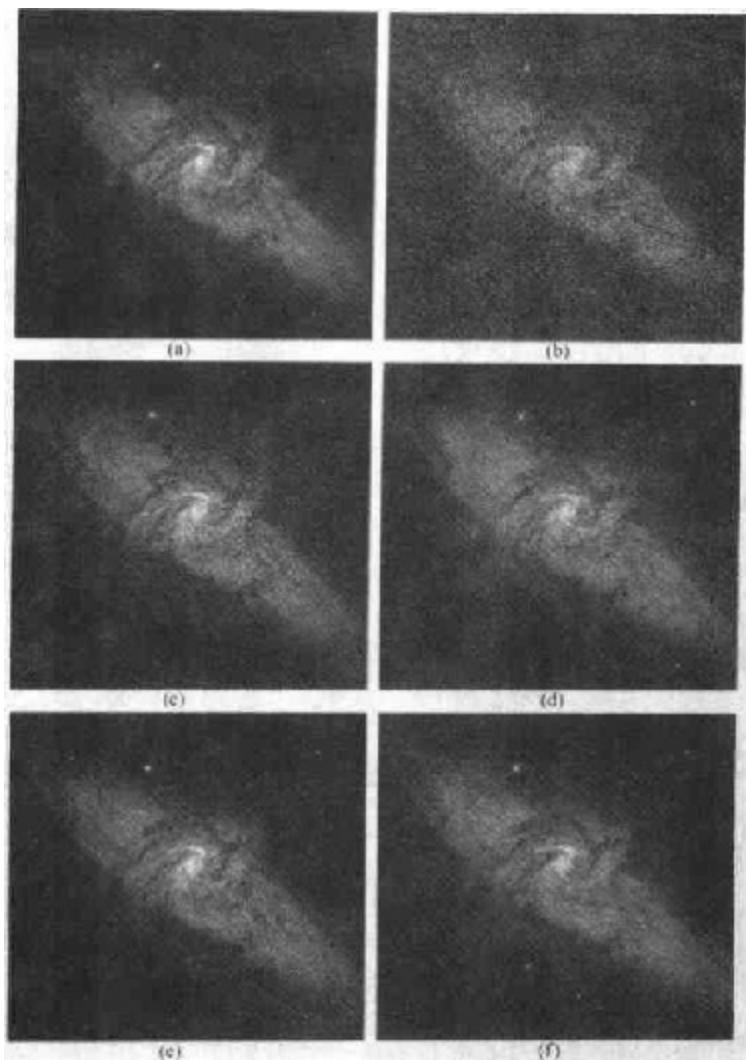


图 3.30 (a) NGC 3314 星团对图像,(b) 由 0 均值和 64 级灰度标准差的加性高斯噪声污染了的图像,(c)到(f)是  $K = 8, 16, 64$  和 128 的带噪声图像取平均的结果(原图像由 NASA 提供)

从图 3.31 我们可以更好地体会到随着  $K$  函数的增加,视觉噪声减少的现象是怎样产生的。该图像也显示了原始图像[图 3.30(a)]与图 3.30(c)到(f)中每一幅均值处理后图像

的差别。图中还显示了差值图像所对应的直方图。通常，直方图的垂直比例尺代表了像素的数目，其范围在 $[0, 2.6 \times 10^4]$ ，而水平比例尺代表了灰度级，其范围在 $[0, 255]$ 。我们注意到在直方图中，随着 $K$ 的增加差值图像的均值和标准差减小了。这正如所期望的那样，因为根据式(3.4.3)和式(3.4.4)，随着 $K$ 的增加，均值图像越来越趋近于原始图像。我们还可以看到图3.31左列中差值图像减小均值的效果， $K$ 越大则图像越暗。

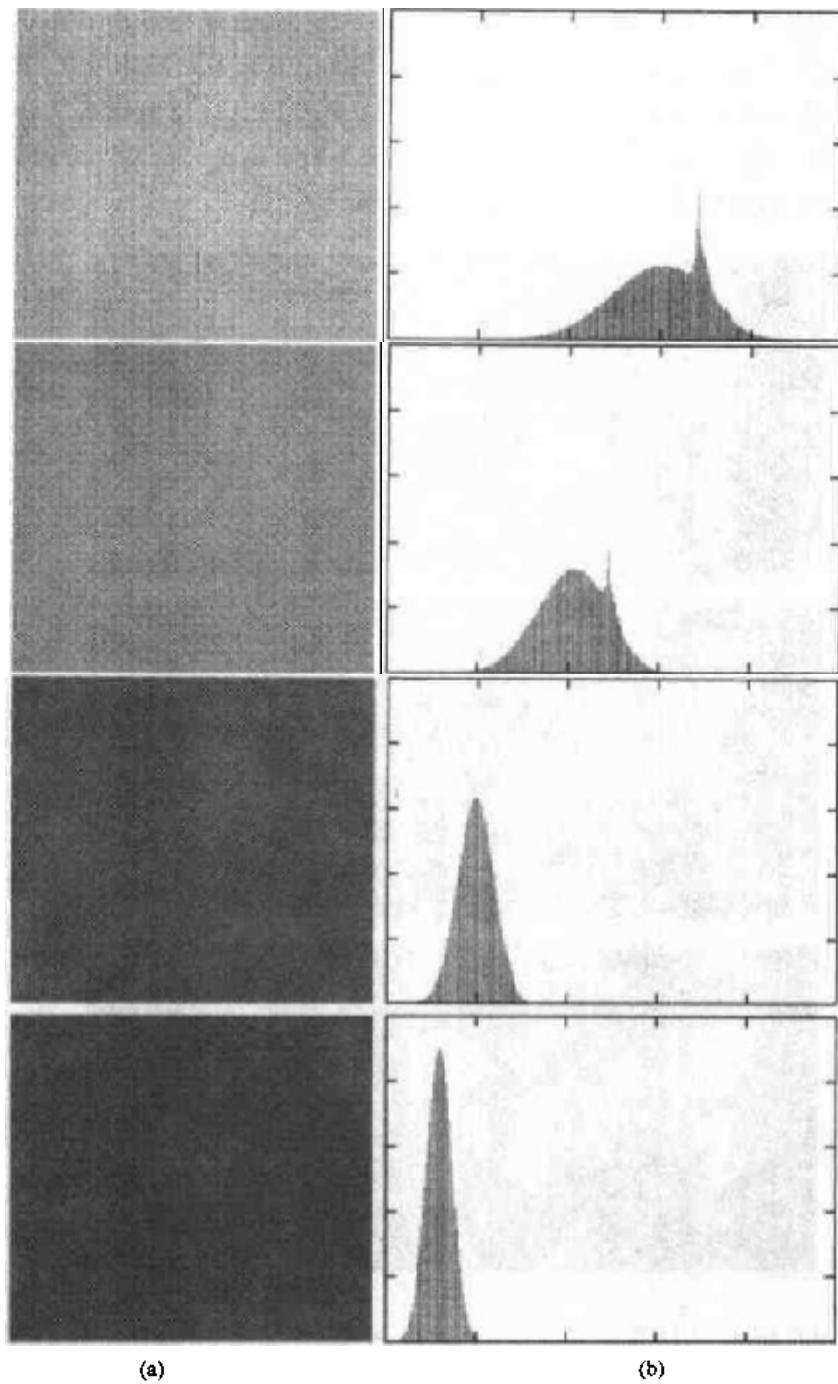


图3.31 (a) 从上到下：图3.30(a)分别与图3.30(c)到(f)4幅图像间的差值图像，(b)相应的直方图

加处理是连续积分的离散形式。在天文观测中,与上述方法等效的一种方法是使用 CCD 或类似的传感器积累功能,通过长时间观测同一场景来减少噪声。然而,净效果与刚才讨论的相类似。我们可以通过冷却传感元件来进一步减少噪声。

正如在图像减处理过程中那样,当在 8 比特显示器上显示处理结果时,两幅或多幅 8 比特图像相加需要特别注意。由于  $K$  幅 8 比特图像求和的值的可能取值范围为 0 到  $255 \times K$ ,在这种情况下,简单地用  $K$ 去除求和的结果把其重新标定为 8 比特,一般来说,在处理过程中精度会下降,但如果显示的范围被限制在 8 比特内,精度则不变。

当噪声加入一幅图像中时,图像求平均处理的某些实现中,有可能会出现负值。实际上,在刚刚给出的例子中,这是更精确的情况,因为,具有零均值和非零方差的高斯随机变量具有负值及正值。对上例中的图像我们采用了前节末尾讨论过的第二种标定方法。即,在给定的平均图像中,得到的最小值及它的负值加到图像上,然后,在改进后的图像中,采用  $255/\text{Max}$  去乘被改进图像的每一个像素的方法重新标定回  $[0,255]$  的范围,这里,Max 是该图像中的最大值。

### 3.5 空间滤波基础

在 3.1 节中已经提到,某些邻域处理工作是操作邻域的图像像素值以及相应的与邻域有相同维数的子图像的值。这些子图像可以被称为滤波器、掩模、核、模板或窗口,其中前三个词是更为普遍的术语。在滤波器子图像中的值是系数值,而不是像素值。

滤波的概念来源于在频率域对信号进行处理的傅里叶变换,这个题目将在第 4 章中详细阐述。在本章中,我们的兴趣在于直接对图像像素处理的操作。这里使用空间滤波这一词汇区别更传统的频率域滤波处理。

空间滤波的机理示于图 3.32。该处理就是在待处理图像中逐点地移动掩模。在每一点  $(x, y)$  处,滤波器在该点的响应通过事先定义的关系来计算。对于线性空间滤波(见 2.6 节线性的定义),其响应由滤波器系数与滤波掩模扫过区域的相应像素值的乘积之和给出。图 3.32 所示为  $3 \times 3$  的掩模,在图像中的点  $(x, y)$  处,用该掩模线性滤波的响应  $R$  为:

$$R = w(-1, -1)f(x - 1, y - 1) + w(-1, 0)f(x - 1, y) + \dots \\ + w(0, 0)f(x, y) + \dots + w(1, 0)f(x + 1, y) + w(1, 1)f(x + 1, y + 1)$$

我们看到的是掩模系数与直接在掩模下的相应像素的乘积之和。注意,具体地说,系数  $w(0,0)$  与图像值  $f(x, y)$  相符合是指当乘积求和计算发生时,掩模位于  $(x, y)$  的中心。对于一个尺寸为  $m \times n$  的掩模,我们假设  $m = 2a + 1$  且  $n = 2b + 1$ ,这里  $a, b$  为非负整数。即,在后续的讨论中,处理的掩模的长与宽都为奇数,其有意义的最小尺寸为  $3 \times 3$ (在我们的讨论中排除了无足轻重的  $1 \times 1$  掩模)。

一般来说,在  $M \times N$  的图像  $f$  上,用  $m \times n$  大小的滤波器掩模进行线性滤波由下式给出:

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t)f(x + s, y + t) \quad (3.5.1)$$

这里,与上一段一样  $a = (m - 1)/2$  且  $b = (n - 1)/2$ 。为了得到一幅完整的经过滤波处理的图像,必须对  $x = 0, 1, 2, \dots, M - 1$  和  $y = 0, 1, 2, \dots, N - 1$  依次应用公式。这样,就保证了对图像