显然 $P+P_{\mathrm{I}}=P_R$，即输入电路的功率和电源发出的功率都被电阻消耗了。

(b) 图中

$$I_R=6-2=4\mathrm{A}$$

$$U=U_R=2\times I_R=2\times 4=8\mathrm{V}$$

所以输入电路的功率为

$$P=-U\times 2=-8\times 2=-16\mathrm{W}$$

电流源发出功率

$$P_{\mathrm{I}}=6\times U=6\times 8=48\mathrm{W}$$

电阻消耗功率

$$P_R=2\times {I_R}^2=2\times 4^2=32\mathrm{W}$$

显然仍满足

$$P+P_{\mathrm{I}}=P_R$$

实际上电流源发出的功率被电阻消耗了 32W，还有 16W 输送给了外电路。

(c) 图中

$$I_R=2-4=-2\mathrm{A}$$

$$U=U_R=3\times I_R=3\times(-2)=-6\mathrm{V}$$

所以输入电路的功率为

$$P=U\times 2=-6\times 2=-12\mathrm{W}$$

电流源发出功率

$$P_{\mathrm{I}}=4\times 6=24\mathrm{W}$$

电阻消耗功率

$$P_R=3\times I_R^2=3\times(-2)^2=12\mathrm{W}$$

显然仍满足

$$P+P_{\mathrm{I}}=P_R$$

(d) 图中

$$I_R=5-3=2\mathrm{A}$$

$$U=U_R=4\times I_R=4\times 2=8\mathrm{V}$$

所以输入电路的功率为

$$P=U\times 5=8\times 5=40\mathrm{W}$$

电流源发出功率

$$P_{\mathrm{I}}=-3\times U=-3\times 8=-24\mathrm{W}$$

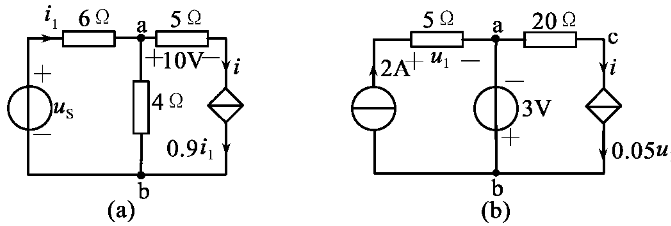
电阻消耗功率 $\quad P_R=4\times {I_R}^2=4\times(-2)^2=16\mathrm{W}$

显然仍满足 $\quad P+P_{\mathrm{I}}=P_R$

○ 1－14　电路如题 1－14 图所示，试求：

（1）电流 i_1 和 u_{ab}［图(a)］；

（2）电压 u_{cb}［图(b)］。



题 1－14 图

解　(1) 受控电流源的电流为

$$0.9i_1 = i = \frac{10}{5} = 2\text{A}$$

所以

$$i_1 = \frac{2}{0.9} \approx 2.222\text{A}$$

$$u_{ab} = 4 \times i_{ab} = 4 \times (i_1 - i) = 4 \times (i_1 - 0.9i_1) = 4 \times 0.1i_1$$
$$= 4 \times 0.1 \times \frac{20}{9} \approx 0.889\text{V}$$

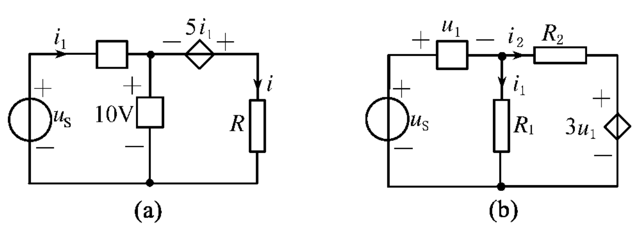
(2) 因为 $u_1 = 2 \times 5 = 10\text{V}$，所以受控电流源的电流为

$$i = 0.05u_1 = 0.05 \times 10 = 0.5\text{A}$$
$$u_{ac} = 20 \times i = 20 \times 0.5 = 10\text{V}$$

因为
$$u_{ab} = -3\text{V}$$

所以
$$u_{cb} = -u_{ac} + u_{ab} = -10 - 3 = -13\text{V}$$

● 1－15　对题 1－15 图示电路：



题 1－15 图

（1）已知图(a)中，$R = 2\Omega$，$i_1 = 1\text{A}$，求电流 i；

（2）已知图(b)中，$u_S = 10\text{V}$，$i_1 = 2\text{A}$，$R_1 = 4.5\Omega$，$R_2 = 1\Omega$，求 i_2。

分析　根据图(a)右边回路的 KVL 方程即可求解 i，由图(b)左边回路 KVL 方程即可求出 u_1。

解　(1) 对图(a)中右边的回路列 KVL 方程(顺时针方向绕行)有

$$Ri-10-5i_1=0$$

所以
$$i=\frac{10+5i_1}{R}=\frac{10+5\times1}{2}=7.5\mathrm{A}$$

(2) 图(b) 中，电路 R_1 两端的电压为

$$u_{R_1}=R_1i_1=4.5\times2=9\mathrm{V}$$

对左边回路列 KVL 方程顺时针方向绕行有

$$u_{R_1}-u_S+u_1=0$$

所以

$$u_1=u_S-u_{R_1}=10-2\times4.5=10-9=1\mathrm{V}$$

从图(b) 中右边回路的 KVL 方程顺时针方向绕行得

$$R_2i_2+3u_1-u_{R_1}=0$$

所以

$$i_2=\frac{u_{R_1}-3u_1}{R_2}=\frac{2\times4.5-3\times1}{1}=6\mathrm{A}$$

小结　掌握回路的 KVL 方程是本题的解题关键。

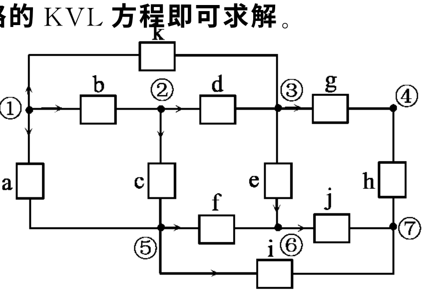
○ 1－16　(1) $i_4=1\mathrm{A}, i_5=13\mathrm{A}$；

(2) $i_1=\frac{10}{3}\mathrm{A}, i_2=\frac{1}{3}\mathrm{A}, i_3=-\frac{11}{3}\mathrm{A}, i_4=1\mathrm{A}, i_5=13\mathrm{A}$。

◎ 1－17　在题 1－17 图所示电路中，已知 $u_{12}=2\mathrm{V}, u_{23}=3\mathrm{V}, u_{25}=5\mathrm{V}, u_{37}=3\mathrm{V}, u_{67}=1\mathrm{V}$，尽可能多地确定其它各元件的电压。

分析　求解各元件的电压只需根据各个回路的 KVL 方程即可求解。

解　已知 $u_b=u_{12}=2\mathrm{V}, u_d=u_{23}=3\mathrm{V}, u_c=u_{25}=5\mathrm{V}, u_j=u_{67}=1\mathrm{V}$，选取回路列 KVL 方程。



题 1－17 图

对回路(①②⑤①) 有

$$u_a=u_{15}=u_{12}+u_{25}=2+5=7\mathrm{V}$$

对回路(①②③①) 有

$$u_k=u_{13}=u_{12}+u_{23}=2+3=5\mathrm{V}$$

对回路(②③④⑦⑥⑤②) 有

$$u_{23}+u_{37}-u_{67}-u_{56}-u_{25}=0$$

所以

$$\begin{aligned}u_f=u_{56}&=u_{23}+u_{37}-u_{67}-u_{25}\\&=3+3-1-5=0\end{aligned}$$

对回路(③④⑦⑥③) 有

$$u_e=u_{36}=u_{37}-u_{67}=3-1=2\mathrm{V}$$

对回路（⑤⑥⑦⑤）有

$$u_i = u_{57} = u_{56} + u_{67} = 0 + 1 = 1\text{V}$$

○ 1－18　对上题所示电路，指定各支路电流的参考方向，然后列出所有结点处的 KCL 方程，并说明这些方程中有几个是独立的。

解　支路电流的参考方向如题 1－17 图所示，各结点的 KCL 方程分别为（以流出结点的电流为正）

①$i_a + i_b + i_k = 0$　　②$-i_b + i_c + i_d = 0$

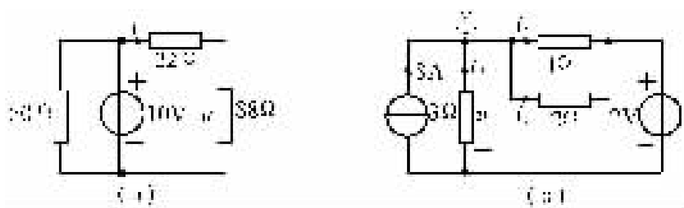
③$-i_d + i_e + i_g - i_k = 0$　　⑤$-i_a - i_c + i_f + i_i = 0$

⑥$-i_e - i_f + i_j = 0$　　⑦$-i_j - i_i - i_g = 0$

把以上 6 个方程相加，得到 $0 = 0$ 的结果，说明这 6 个方程不是相互独立的，但其中任意 5 个方程是相互独立的。

○1－19　略

○ 1－20　利用 KCL 和 KVL 求解题 1－20 图示电路中的电压 u。



题 1－20 图

解　在(a) 图中，设电流 i，右边网孔的 KVL 方程为

$$22i + 88i = 10$$

解得
$$i = \frac{10}{110} \approx 0.091\text{A}$$

所以

$$u = 88i = 88 \times \frac{10}{110} = 8\text{V}$$

在(b) 图中，设电流 i_1, i_2, i_3，① 号结点上的 KCL 方程为

$$i_1 + i_2 + i_3 = 8$$

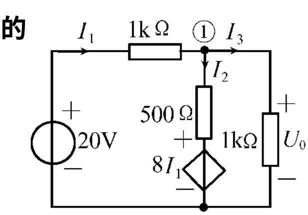
对右边大孔和其中的小孔分别按顺时针列出的 KVL 方程为

$$i_1 + 2 - 3i_3 = 0,\qquad i_1 - 2i_2 = 0$$

由以上三个方程解得

$$i_3 = 2\text{A}$$

所以



题 1－21 图

$$u = 3i_3 = 3\times 2 = 6\text{V}$$

●1－21　**试求题** 1－21 **图示电路中控制量** I_1 **及** U_0。

分析　**根据图示电路列出结点的** KCL **及回路的** KVL **方程即可求解。**

解　**设电流** I_1, I_2, I_3。**对结点** ① **和两个网孔列** KCL(**电流流入为正,流出为负**) **和** KVL **方程,有**

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ 1000I_1 + 500I_2 + 8I_1 = 20 \\ 8I_1 + 500I_2 - 1000I_3 = 0 \end{cases}$$

应用行列式求解以上方程组,有

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1008 & 500 & 0 \\ 8 & 500 & -1000 \end{vmatrix} = -2008\times 10^3$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 20 & 500 & 0 \\ 0 & 500 & -1000 \end{vmatrix} = -30\times 10^3$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1008 & 500 & 20 \\ 8 & 500 & 0 \end{vmatrix} = -10160$$

则

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-30\times 10^3}{-2008\times 10^3} = 14.94\text{mA}$$

$$I_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-10160}{-2008\times 10^3} = 5.06\text{mA}$$

所以

$$U_0 = 1000\times I_3 = 1000\times \frac{10160}{2008\times 10^3} = 5.06\text{V}$$

小结　**求解电路中的变量,利用** KCL、KVL **方程是最基本的方法。**

○1－22　$u_1 = 20\text{V}, u = 200\text{V}$

第二章

电阻电路的等效变换

学习要求

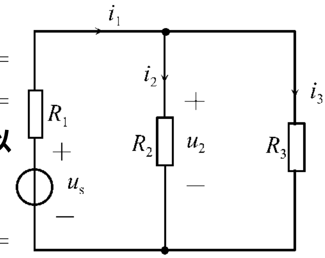
1. 理解等效变换的概念,利用等效变换分析电路。
2. 掌握电阻的等效变换:串并混联、Y↔△ 的等效变换。
3. 理解、掌握两种电源的等效变换。
4. 深刻理解单口电路输入电阻 R_{in} 的定义,并会计算。
5. 理解二端电阻电路等效电阻的定义,熟练掌握求等效电阻的方法。

知识网络图

- 电阻电路的等效变换
  - 电阻的等效变换
    - 电阻的串联
    - 电阻的并联
    - 电阻的 Y↔△
  - 电源的串联、并联等效变换
    - n 个电压源串联
    - n 个电流源并联
    - n 个电压源并联:要求电压相同
    - n 个电流源串联:要求电流相同
  - "实际电源" 的等效变换
    - 实际电压源 → 实际电流源
    - 实际电流源 → 实际电压源
    - 等效互换的原则:端口 VAR 不变
  - 输入电阻
    - 输入电阻的定义
    - 输入电阻的求法
      - 电阻变换法
      - 外加电压 / 电流法

课后习题全解

○ 2－1　电路如题 2－1 图所示，已知 $u_S = 100V$，$R_1 = 2k\Omega$，$R_2 = 8k\Omega$。若：(1) $R_3 = 8k\Omega$；(2) $R_3 = \infty$（R_3 处开路）；(3) $R_3 = 0$（R_3 处短路）。试求以上 3 种情况下电压 u_2 和电流 i_2，i_3。



题 2－1 图

解　(1) R_2 和 R_3 为并联且相等，其等效电阻 $R = \frac{8}{2} = 4k\Omega$，则

$$i_1 = \frac{u_S}{R_1 + R} = \frac{100}{2+4} = \frac{50}{3}\text{mA}$$

$$i_2 = i_3 = \frac{i_1}{2} = \frac{50}{6} = 8.333\text{mA}$$

$$u_2 = R_2 i_2 = 8 \times \frac{50}{6} = 66.667\text{V}$$

(2) 因 $R_3 = \infty$，则有　$i_3 = 0$

$$i_2 = \frac{u_S}{R_1 + R_2} = \frac{100}{2+8} = 10\text{mA}$$

$$u_2 = R_2 i_2 = 8 \times 10 = 80\text{V}$$

(3) 因 $R_3 = 0$，则有 $i_2 = 0$，得 $u_2 = 0$，

$$i_3 = \frac{u_S}{R_1} = \frac{100}{2} = 50\text{mA}$$

○ 2－2　电路如题 2－2 图所示，其中电阻、电压源和电流源均为已知，且为正值。求：(1) 电压 u_2 和电流 i_2；(2) 若电阻 R_1 增大，对哪些元件的电压、电流有影响？影响如何？

解　(1) 因为 R_2 和 R_3 为并联，且该并联部分的总电流为电流源的电流 i_S，根据分流公式，有

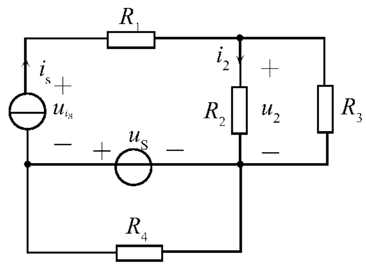
$$i_2 = \frac{R_3}{R_2 + R_3} i_S$$

$$u_2 = R_2 i_2 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} i_S$$

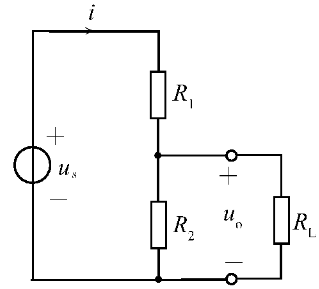
(2) 由于 R_1 和电流源串接支路对其余电路来说可以等效为一个电流源。因此当 R_1 增大，对 R_2，R_3，R_4 及 u_S 的电流和端电压都没有影响。但 R_1 增大，R_1 上的电压增大，将影响电流源两端的电压，即

$$u_{i_S} = R_1 i_S + u_2 - u_S$$

显然，u_{i_S} 随 R_1 的增大而增大。



题 2－2 图



题 2－3 图

◎2－3　**电路如题 2－3 图所示。**(1) **求**$\frac{u_o}{u_S}$；(2) **当** $R_L \gg R_1 /\!/ R_2 \left(=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\right)$ **时，**$\frac{u_o}{u_S}$ **可近似为**$\frac{R_2}{R_1+R_2}$**，此时引起的相对误差为**

$$\frac{\frac{u_o}{u_S}-\frac{R_2}{R_1+R_2}}{\frac{u_o}{u_S}}\times 100\%$$

当 R_L **为**$(R_1 /\!/ R_2)$ **的** 100 **倍**、10 **倍时，分别计算此相对误差。**

分析　R_2 **与** R_L **并联，然后与** R_1 **串联，则**$\frac{u_o}{u_S}=\frac{R_2 /\!/ R_L}{R_2 /\!/ R_L+R_1}$。

解　(1)

$$R=\frac{R_2\times R_L}{R_2+R_L}$$

$$i=\frac{u_S}{R_1+R}$$

$$u_o=Ri=\frac{u_SR}{R_1+R}$$

所以

$$\frac{u_o}{u_S}=\frac{R}{R_1+R}=\frac{R_2R_L}{R_1R_2+R_1R_L+R_2R_L}$$

(2) **设** $R_L=K\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$**，代入上述**$\frac{u_o}{u_S}$ **式子中，可得**

$$\frac{u_o}{u_S}=\frac{R_2\times K\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}{R_1R_2+(R_1+R_2)\times K\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}=\frac{K}{(1+K)}\times\frac{R_2}{R_1+R_2}$$

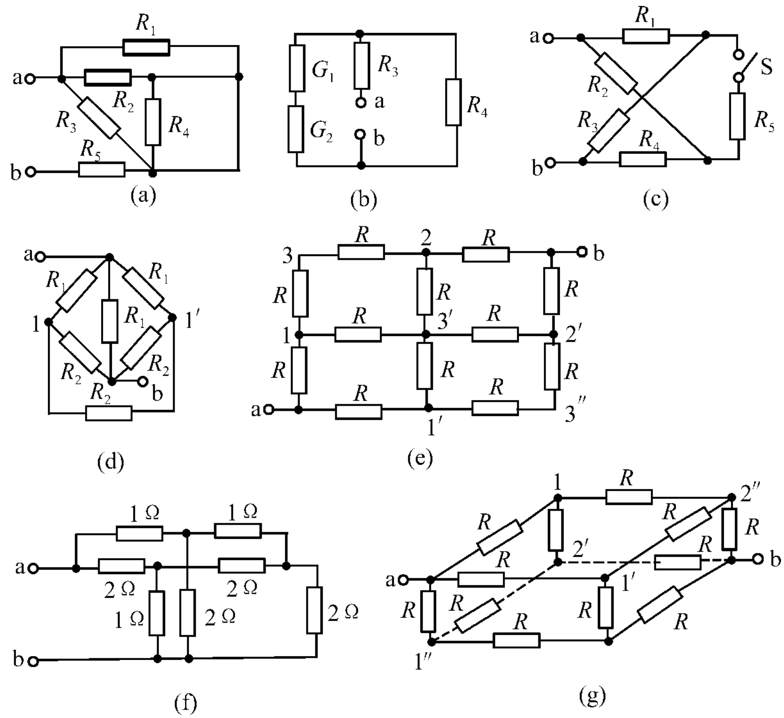
相对误差为

$$\eta=\frac{\left(\frac{u_o}{u_S}-\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)\times 100\%}{\frac{u_o}{u_S}}=\frac{\frac{K}{1+K}\frac{R_2}{R_1+R_2}-\frac{R_2}{R_1+R_2}}{\frac{K}{1+K}\frac{R_2}{R_1+R_2}}\times 100\%$$

$$= \frac{\frac{K}{1+K}-1}{\frac{K}{1+K}} \times 100\% = -\frac{1}{K} \times 100\%$$

当 $K = 100$ 时，$\eta = -1\%$；$K = 10$ 时，$\eta = -10\%$。

◎ 2－4　求题 2－4 图示各电路的等效电阻 R_{ab}，其中 $R_1 = R_2 = 1\Omega$，$R_3 = R_4 = 2\Omega$，$R_5 = 4\Omega$，$G_1 = G_2 = 1S$，$R = 2\Omega$。



题 2－4 图

分析　根据串联、并联，$Y \leftrightarrow \triangle$ 变换等电阻电路的等效方法即可求解。

解　图(a) 中将短路线缩为点后，可知 R_4 被短路，R_1，R_2 和 R_3 为并联，于是有

$$R_{ab} = [R_1 \mathbin{/\!/} R_2 \mathbin{/\!/} R_3] + R_5 = [1 \mathbin{/\!/} 1 \mathbin{/\!/} 2] + 4 = 4.4\Omega$$

图(b) 中 G_1 和 G_2 所在支路的电阻

$$R = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} = 2\Omega$$

所以　$$R_{ab} = [R \mathbin{/\!/} R_4] + R_3 = [2 \mathbin{/\!/} 2] + 2 = 3\Omega$$

图(c) 改画后可知，这是一个电桥电路，由于 $R_1 = R_2$，$R_3 = R_4$ 处于电桥平衡，故开关闭合与打开时的等效电阻相等。即

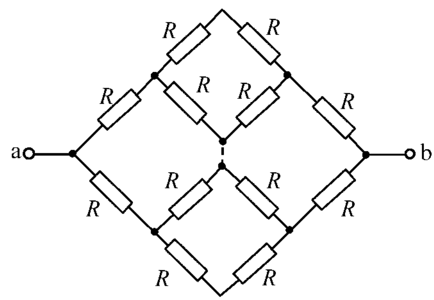
$$R_{ab} = (R_1 + R_3) \mathbin{/\!/} (R_2 + R_4) = (1+2) \mathbin{/\!/} (1+2) = 1.5\Omega$$

图(d)中结点1,1′同电位(电桥平衡),所以1—1′间跨接电阻R_2可以拿去(也可以用短路线替代),故

$$\begin{aligned} R_{ab} &= (R_1+R_2) \mathbin{/\!/} (R_1+R_2) \mathbin{/\!/} R_1 \\ &= (1+1) \mathbin{/\!/} (1+1) \mathbin{/\!/} 1 = 0.5\Omega \end{aligned}$$

图(e)为非串联电路,其具有某种对称结构,称之为平衡对称网络。

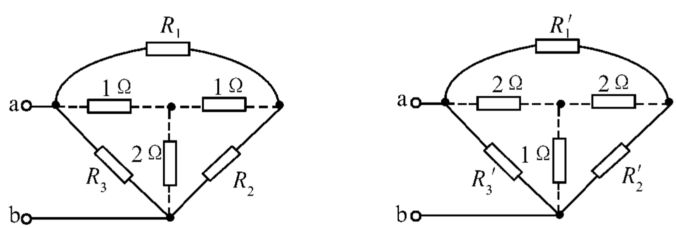
因为该电路为对称电路,因此可将电路从中心点断开(因断开点间的连线没有电流)如题解2—4图(a)所示。



题解2—4图(a)

则
$$R_{ab} = \frac{2R+(2R \mathbin{/\!/} 2R)}{2} = \frac{3}{2}R = 3\Omega$$

图(f)中(1Ω,1Ω,2Ω)和(2Ω,2Ω,1Ω)构成两个Y形连接,分别将两个Y形转化成等值的三角形连接,如题解2—4图(b)所示。等值三角形的电阻分别为



题解2—4图(b)

$$R_1 = (1+1+\frac{1\times 1}{2}) = 2.5\Omega$$

$$R_2 = (1+2+\frac{1\times 2}{1}) = 5\Omega$$

$$R_3 = R_2 = 5\Omega$$

$$R'_1 = 2+2+\frac{2\times 2}{1} = 8\Omega$$

$$R'_2 = 1+2+\frac{1\times 2}{2} = 4\Omega$$