

(原图像由密歇根大学医学院解剖学教研室的 Thomas R. Gest 博士提供)

4.13 给出一幅 $M \times N$ 大小的图像,要求做一个实验,它由截频为 D_0 的高斯型低通滤波器重复进行低通滤波。可以忽略计算的舍入误差。令 k_{\min} 代表完成实验的机器可表示的最小正数。

★(a) 令 K 代表滤波器使用的次数。在没有实验前,你能预测 K 为足够大的值时结果将是什么吗? 如果能,结果是什么?

(b) 推导出 K 最小值的表达式以保证能够得到预测的结果。

4.14 假设你构成了一个空间域低通滤波器。将点 (x, y) 直接相邻的 4 个点取平均值,但排除该点本身。

(a) 在频率域中找到等价的滤波器 $H(u, v)$ 。

(b) 证明你的结果是一个低通滤波器。

★**4.15** 近似一个离散导数(3.7节)的基本方法包括对 $f(x+1, y) - f(x, y)$ 取差分。

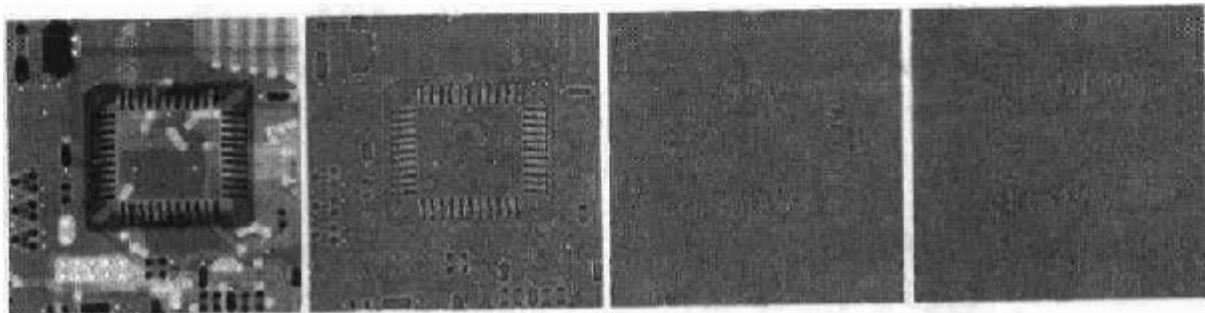
(a) 找到滤波器传递函数 $H(u, v)$, 以在频率域中进行等价操作。

(b) 证明 $H(u, v)$ 是一个高通滤波器。

4.16 考虑下面所示的图像序列。最左边的图是商业印刷电路板的一部分 X 射线图像。右面的图像分别是用一个 $D_0 = 30$ 的高斯高通滤波器进行 1 次、10 次、100 次滤波的结果。图像大小为 330×334 像素点,每个点有 8 比特灰度。为了显示,它们被缩放成适当比例,但对这个问题并没有影响。

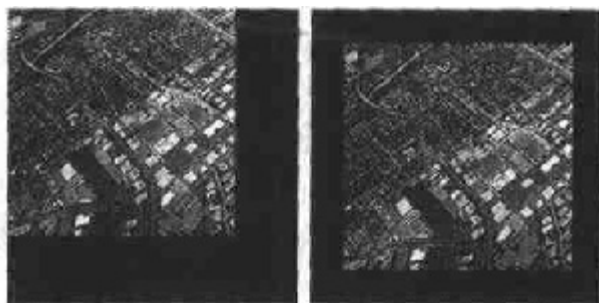
(a) 对于这些结果有一个提示,即在有限次过滤后图像将停止改变。说明实际是否是。可以忽略舍入误差。令 k_{\min} 代表完成此实验的机器可表示的最小正数。

(b) 如果在(a)中确定有限次迭代后变化将停止,求最小的迭代次数。



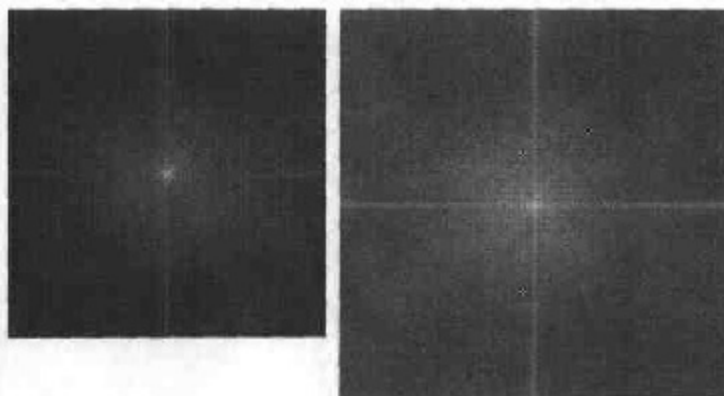
(原图像由 Lixi 公司的 Joseph E. Pascente 先生提供)

- 4.17 如图 4.30 所示,将高频加强和直方图均衡相结合是得到边沿锐化和对比度增强的有效方法。
- (a) 证明它是否与哪个处理第一次应用有关系。
- (b) 如果应用顺序有影响,给出一个第一次采用某个方法的理由。
- ★4.18 能否想出一个用傅里叶变换计算(或部分计算)在图像微分中使用的梯度数值的方法(见 3.7.3 节)? 如果你的回答是肯定的,给出一个实现的方法。如果回答是“否”,解释为什么。
- 4.19 在 4.4.4 节我们以拉普拉斯算子的定义开始,并推导出一个可通过频率域进行等价操作的滤波器。以图 4.27(f)所示的近似模板开始,并在频率域找到实现近似操作的滤波器。
- 4.20 用一个 n 阶巴特沃思型高通滤波器的传递函数构建一个同态滤波器。这个滤波器必须显示出图 4.32 的特性,并且必须包括图中所示的参数。
- ★4.21 在 4.6.3 节较详细地讨论了频率域过滤时需要的图像延拓。在该节中,说明了需要延拓的图像在图像中行和列的末尾要填充 0 值(见下面左图)。你认为如果我们把图像放在中心,四周填充 0 值(见下面右图)而不改变 0 值的总数,会有区别吗? 请解释。



原图像由 NASA 提供

- 4.22 同一幅图像的两个傅里叶频谱如下图所示。左边的频谱是原始图像的,右边的频谱是图像延拓 0 值后获取的。
- (a) 解释总体对比中的不同。
- (b) 解释右图所示的谱沿横轴和纵轴方向的信号强度显著增加的原因。



- 4.23 图 4.41(e)所示的相关函数是根据式(4.6.31)通过频率域计算出来的。图 4.41(d)所示的模板变换的复共轭用于计算。如果用图像变换的共轭来代替,图 4.41(e)将会是什么样子?

4.24 参考图 4.41,如果字母 UTK 只有一个像素偏离以下的各位置,图 4.41(e)所示的相关函数将会是什么样子?

- ★ (a) 图像的左边界
- ★ (b) 图像的右边界
- (c) 图像的顶部
- (d) 图像的底部

在(a)和(b)中,假设字母以通过所有字母中心和图像中心的想像的水平中线为中心。

在(c)和(d)中,假设字母以通过字母“T”中心和图像中心的想像的垂直中线为中心。

★4.25 证明式(4.6.47)和式(4.6.48)的正确性(提示:用归纳证明法)。

4.26 假设给出一个对恒星事件分析的实验生成的图像集合。每幅图像包含一组明亮且松散的点,对应宇宙广袤空间中的星星。问题是这些星星因为大气折射和阶梯型亮度分布几乎不可见。如果这些图像用一组脉冲模型化成恒定照射分量的乘积,请提出一个增强过程,它基于显示星星自身的图像分量的同态滤波。

4.27 一种成熟的医学技术用于检测电子显微镜生成的某类图像。为了简化检查任务,技术人员决定采用数字图像增强技术检查具有代表性的图像以发现如下问题:(a)不感兴趣的明亮的孤立点;(b)缺乏锐化;(c)一些图像对比度不够;(d)平均灰度值的改变,这时该值应该是 V ,以便进行正确的某种强度测量。技术人员要纠正这些问题,在余留的灰度保持正常色调时,用白色显示在 I_1 和 I_2 波段之间的灰度。提出一种处理方案,技术人员可以按该步骤达到目的,可以使用第 3 章、第 4 章的技术。

第5章 图像复原

正如在图像增强中那样,图像复原技术的最终目的是改善给定的图像。尽管图像增强和图像复原有相交叉的领域,但图像增强主要是一个主观的过程,而图像复原的大部分过程是一个客观过程。图像复原试图利用退化现象的某种先验知识来重建或复原被退化的图像。因而,复原技术就是把退化模型化,并且采用相反的过程进行处理,以便复原出原图像。

这些方法通常都会涉及到设立一个最佳的准则,它将会产生期望结果的最佳估计。对比而言,图像增强技术基本上是一个探索性过程,为了人类视觉系统的生理接受特点而设计一种改善图像的方法。例如,增强技术被认为是一种对比度拉伸,因为它主要基于提供给观看者喜欢接受的图像,而通过去模糊函数去除图像模糊则认为是图像复原技术。

本章中介绍的材料是严谨的引导。仅仅是从给出一幅退化数字图像的角度来考虑复原问题,因此,在传感器,数字转换器和显示退化方面考虑的话题比较浅显。尽管这些主题在图像复原应用的整体处理中是非常重要的,但它们超出了本章所要讨论的范围。

正如第3章,第4章所讲的,一些复原技术在空间域已被很好地公式化了,而另一些较好地适用于频域。例如,当退化仅仅是加性噪声时,空间处理就非常适用。而另一方面,如图像模糊一类的退化通过空间域用较小掩模的方法就很困难。在这种情况下,基于不同的最优性准则的频域过滤是可选择的方法。这些滤波器同样也考虑了现存的噪声。如第4章中所讲的那样(见4.6.7的论述),在频域中用来解决给定应用的复原滤波器通常作为生成一个数字滤波器的基础。这些数字滤波器更适合于用硬件或固件来实现。

5.1 图像退化/复原过程的模型

如图5.1所示,在本章中,退化过程中可以被模型化为一个退化函数和一个加性噪声项,处理一幅输入图像 $f(x, y)$ 产生一幅退化图像 $g(x, y)$ 。给定 $g(x, y)$ 和关于退化函数 H 的一些知识以及外加噪声项 $\eta(x, y)$,图像复原的目的是获得关于原始图像的近似估计 $\hat{f}(x, y)$ 。通常我们希望这一估计尽可能接近原始输入图像,并且 H 和 η 的信息知道得越多,所得到的 $\hat{f}(x, y)$ 就会越接近 $f(x, y)$ 。在本章中使用的大部分方法是基于不同的图像复原滤波器。

如在5.5节中所示的,如果系统 H 是一个线性、位置不变性的过程,那么在空间域中给出的退化图像可由下式给出:

$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + \eta(x, y) \quad (5.1.1)$$

其中, $h(x, y)$ 是退化函数的空间描述;与第4章相同,“*”表示空间卷积。从4.2.4节和4.6.4节知道,空间域上的卷积等同于频域上的乘积,因此,可以把式(5.1.1)的模型写成等价的频域下的描述:

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v) \quad (5.1.2)$$

公式中大写字母项是式(5.1.1)中相应项的傅里叶变换。这两个公式是本章中大部分材料的

基础。

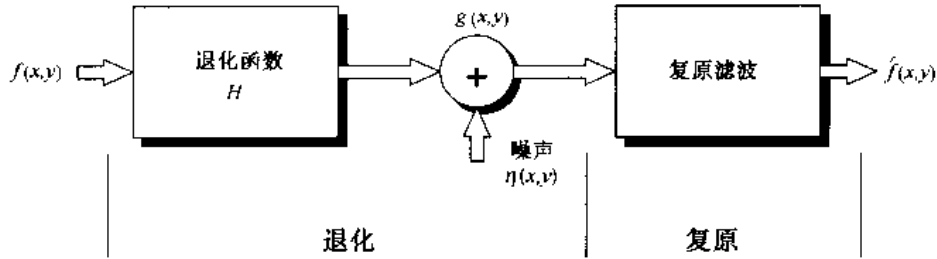


图 5.1 图像退化/复原过程的模型

在后面,我们假设 H 是一个等同的运算符,并且只处理由噪声引起的退化。从 5.6 节开始,考虑若干重要的图像退化函数,而且考虑几个 H 和 η 都存在的情况下的图像复原方法。

5.2 噪声模型

数字图像的噪声主要来源于图像的获取(数字化过程)和传输过程。图像传感器的工作情况受各种因素的影响,如图像获取中的环境条件和传感元器件自身的质量。例如,使用 CCD 摄像机获取图像,光照程度和传感器温度是生成图像中产生大量噪声的主要因素。图像在传输过程中主要由于所用的传输信道的干扰受到噪声污染。比如,通过无线网络传输的图像可能会因为光或其他大气因素的干扰被污染。

5.2.1 噪声的空间和频率特性

相关的讨论是定义噪声空间特性的参数和这些噪声是否与图像相关。频率特性是指噪声在傅里叶域的频率内容(即,相对于电磁波谱),例如,当噪声的傅里叶谱是常量时,噪声通常称为白噪声。这个术语是从白光的物理特性派生出来的,它将以相等的比例包含可见光谱中所有的频率。从第 4 章的讨论中不难看出,以等比例包含所有频率的函数的傅里叶谱是一个常量。

由于空间的周期噪声的异常(5.2.3 节),在本章中假设噪声独立于空间坐标,并且它与图像本身无关联(简言之,噪声分量值和像素值之间不相关)。这些假设至少在某些应用中(有限量子成像,例如 X 光和核医学成像就是一个很好的例子)是无效的,但复杂的处理空间非独立和相关噪声的情况不在我们所讨论的范围。

5.2.2 一些重要噪声的概率密度函数

基于前面章节的假设,所关心的空间噪声描述符是 5.1 节中所提及模型的噪声分量灰度值的统计特性。它们可以被认为是由概率密度函数(PDF)表示的随机变量,下面是在图像处理应用中最常见的 PDF。

高斯噪声

由于高斯噪声在空间和频域中数学上的易处理性,这种噪声(也称为正态噪声)模型经常被用于实践中。事实上,这种易处理性非常方便,使高斯模型经常用于临界情况下。

高斯随机变量 z 的 PDF 由下式给出:

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(z-\mu)^2/2\sigma^2} \quad (5.2.1)$$

其中, z 表示灰度值, μ 表示 z 的平均值或期望值, σ 表示 z 的标准差。标准差的平方 σ^2 , 称为 z 的方差。高斯函数的曲线如图 5.2(a) 所示。当 z 服从式(5.2.1)的分布时, 其值有 70% 落在 $[(\mu - \sigma), (\mu + \sigma)]$ 范围内, 且有 95% 落在 $[(\mu - 2\sigma), (\mu + 2\sigma)]$ 范围内。

瑞利噪声

瑞利噪声的概率密度函数由下式给出:

$$p(z) = \begin{cases} \frac{2}{b}(z-a)e^{-(z-a)^2/b} & z \geq a \\ 0 & z < a \end{cases} \quad (5.2.2)$$

概率密度的均值和方差由下式给出:

$$\mu = a + \sqrt{\pi b/4} \quad (5.2.3)$$

和

$$\sigma^2 = \frac{b(4-\pi)}{4} \quad (5.2.4)$$

图 5.2(b) 显示了瑞利密度的曲线。注意, 距原点的位移和其密度图形的基本形状向右变形的事实。瑞利密度对于近似偏移的直方图十分适用。

伽马(爱尔兰)噪声

伽马噪声的 PDF 由下式给出:

$$p(z) = \begin{cases} \frac{a^b z^{b-1}}{(b-1)!} e^{-az} & z \geq 0 \\ 0 & z < 0 \end{cases} \quad (5.2.5)$$

其中, $a > 0$, b 为正整数且“!”表示阶乘。其密度的均值和方差由下式给出:

$$\mu = \frac{b}{a} \quad (5.2.6)$$

和

$$\sigma^2 = \frac{b}{a^2} \quad (5.2.7)$$

图 5.2(c) 显示了伽马密度的曲线, 尽管式(5.2.5)经常被用来表示伽马密度, 严格地说, 只有当分母为伽马函数 $\Gamma(b)$ 时才是正确的。当分母如表达式所示时, 该密度近似称为爱尔兰密度。

指数分布噪声

指数噪声的 PDF 可由下式给出:

$$p(z) = \begin{cases} ae^{-az} & z \geq 0 \\ 0 & z < 0 \end{cases} \quad (5.2.8)$$

其中, $a > 0$ 。概率密度函数的期望值和方差是:

$$\mu = \frac{1}{a} \tag{5.2.9}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{a^2} \tag{5.2.10}$$

注意,指数分布的概率密度函数是当 $b = 1$ 时爱尔兰概率分布的特殊情况。图 5.2(d)显示了该密度函数的曲线。

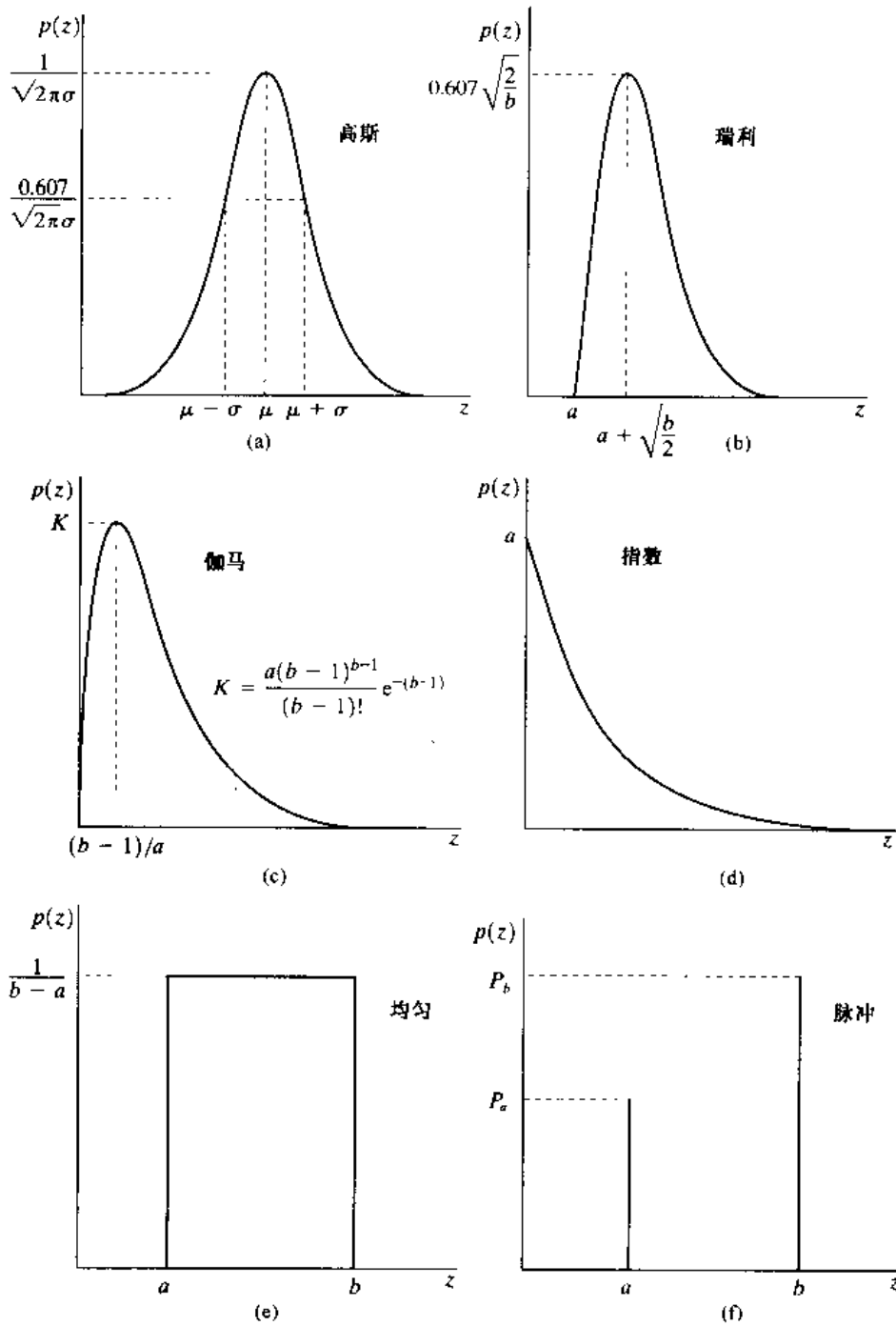


图 5.2 某些重要的概率密度函数

均匀分布噪声

均匀分布噪声的概率密度,可由下式给出:

$$p(z) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq z \leq b \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (5.2.11)$$

概率密度函数的期望值和方差可由下式给出:

$$\mu = \frac{a+b}{2} \quad (5.2.12)$$

$$\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12} \quad (5.2.13)$$

图 5.2(e)显示了均匀密度的曲线。

脉冲噪声(椒盐噪声)

(双极)脉冲噪声的 PDF 可由下式给出:

$$p(z) = \begin{cases} P_a & z = a \\ P_b & z = b \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (5.2.14)$$

如果 $b > a$, 灰度值 b 在图像中将显示为一个亮点, 相反, a 的值将显示为一个暗点。若 P_a 或 P_b 为零, 则脉冲噪声称为单极脉冲。如果 P_a 和 P_b 均不可能为零, 尤其是它们近似相等时, 脉冲噪声值将类似于随机分布在图像上的胡椒和盐粉微粒。由于这个原因, 双极脉冲噪声也称为椒盐噪声。同时, 它们有时也称为散粒和尖峰噪声。在我们的讨论中, 将交替使用脉冲噪声和椒盐噪声这两个术语。

噪声脉冲可以是正的, 也可以是负的。标定通常是图像数字化过程的一部分。因为脉冲干扰通常与图像信号的强度相比较, 因此, 在一幅图像中, 脉冲噪声总是数字化为最大值(纯黑或纯白)。这样, 通常假设 a, b 是饱和值, 从某种意义上看, 在数字化图像中, 它们等于所允许的最大值和最小值。由于这一结果, 负脉冲以一个黑点(胡椒点)出现在图像中。由于相同的原因, 正脉冲以白点(盐点)出现在图像中。对于一个 8 位图像, 这意味着 $a = 0$ (黑), $b = 255$ (白)。图 5.2(f)显示了脉冲噪声的概率密度函数。

前述的一组 PDF 为在实践中模型化宽带噪声干扰状态提供了有用的工具。例如, 在一幅图像中, 高斯噪声的产生源于电子电路噪声和由低照明度或高温带来的传感器噪声。瑞利密度分布在图像范围内特征化噪声现象时非常有用。指数密度分布和伽马密度分布在激光成像中有一些应用。像前几章所提及的那样, 脉冲噪声主要表现在成像中的短暂停留中, 例如, 错误的开关操作。均匀密度分布可能是在实践中描述得最少的, 然而, 均匀密度作为模拟随机数产生器的基础是非常有用的。

例 5.1 样本噪声图像和它们的直方图

图 5.3 显示了一个非常适合于阐述刚刚所讨论的噪声模型的测试图。之所以选择它, 是因为它是由简单、恒定的区域所组成, 且其从黑到近似于白仅仅有 3 个灰度级增长跨度。

这方便了对附加在图像上的各种噪声分量特性的视觉分析。

图 5.4 显示了叠加了本节讨论的 6 种噪声的测试图。所示的每幅图像的下面是从图像直接计算而来的直方图。在每种情况下选择噪声的参数,这样对应于测试图中 3 种灰度的直方图将开始合并。这可以使噪声十分显著,而不会使构成图像的基本结构变暗。

比较图 5.4 的直方图和图 5.2 中的概率密度函数,可以看到相近的对应关系。椒盐噪声实例的直方图在光谱的白端有一个额外的尖峰,因为噪声分量是纯黑或纯白,并且在测试图中最亮的分量(圆)是亮灰度。除了少许亮度不同外,在图 5.4 中很难区别出前 5 幅图像有什么显著的不同,即使它们的直方图有明显的区别。椒盐噪声是惟一一种引起退化的视觉可见的噪声类型。

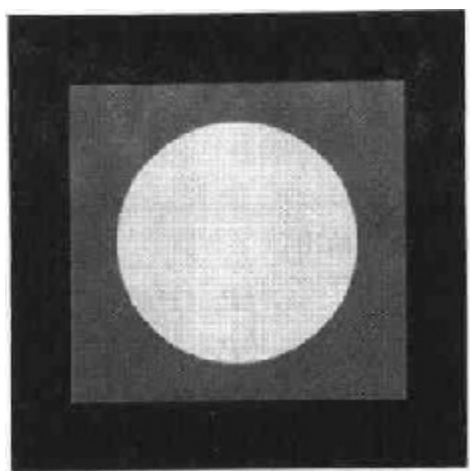


图 5.3 用于说明示于图 5.2 的噪声 PDF 特性的测试图

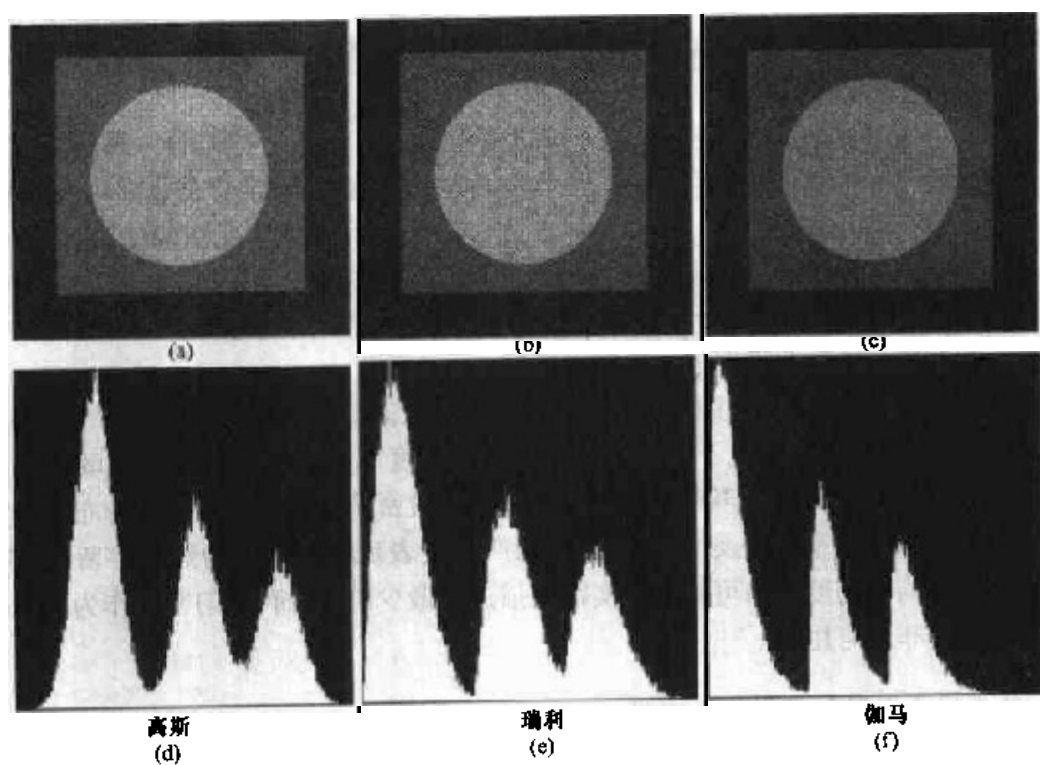


图 5.4 在图 5.3 中附加高斯、瑞利和伽马噪声后的图像和直方图

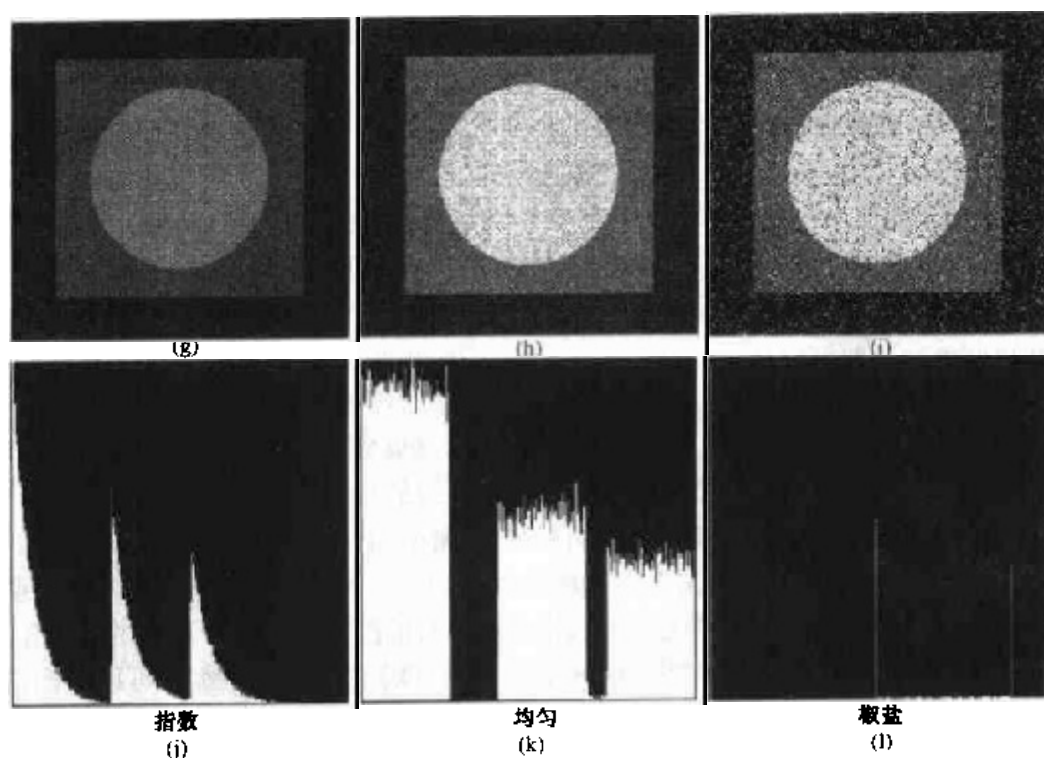


图 5.4(续) 在图 5.3 中附加指数、均匀和椒盐噪声的图像和直方图

5.2.3 周期噪声

在一幅图像中,周期噪声是在图像获取中从电力或机电干扰中产生的。这是惟一的一种空间依赖型噪声,将在本章中讨论。如同 5.4 节中讨论的那样,周期噪声通过频域滤波可以显著地减少。例如,考虑图 5.5(a)所示的图像。这一图像被不同频率的正弦噪声严重干扰了。一个纯正弦的傅里叶变换是位于正弦波共轭频率处的一对共轭脉冲(如表 4.1)。因此,如果在空间域上,正弦波的振幅足够强,将在图像谱中看到对应图像中每个正弦波的脉冲对。如图 5.5(b)所示,确实如此,由于在这个特殊例子中频率值是那样安排的,脉冲以近似于圆的形状出现。将在 5.4 节进一步讨论此问题和关于周期噪声的其他例子。

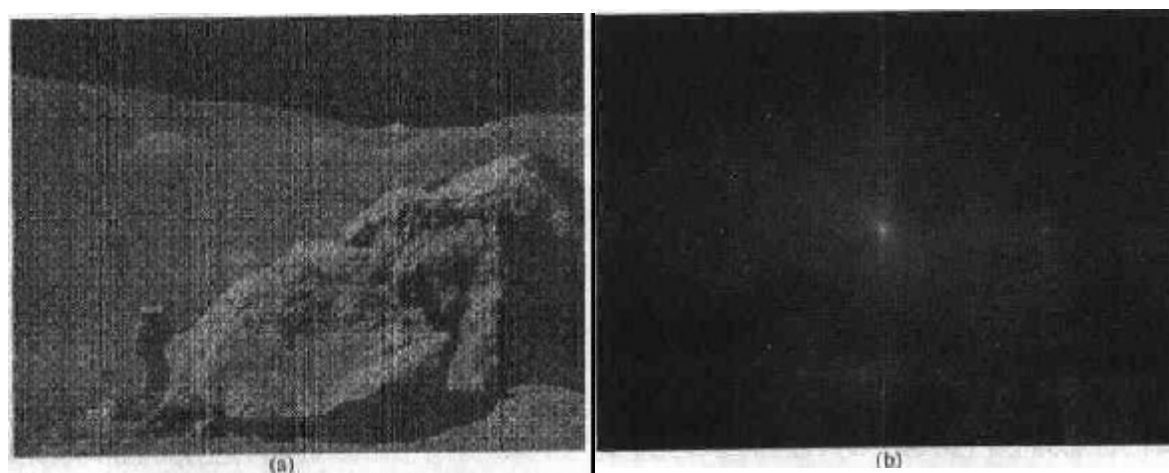


图 5.5 (a)由正弦噪声污染的图像,(b)谱(与一个正弦波相对应的每一对共轭脉冲)(原图像由 NASA 提供)