

步骤 5: 扩展节点 n , 得到它的所有后继节点(如果没有后继节点则转到步骤 2)。

步骤 6: 如果一个后继节点 n_i 未被标记, 则设置:

$$r(n_i) = g(n) + c(n, n_i)$$

并将它标记为“开”, 并直接将指针反向指向 n 。

步骤 7: 如果一个后继节点 n_i 被标记为“关”或“开”, 通过下式更新此节点的值:

$$g'(n_i) = \min[g(n_i), g(n) + c(n, n_i)]$$

将这些标记为“关”的后继节点标记为“开”, 其 g' 值被降低, 并且从所有那些 g' 值被降低的节点指针重新指向 n 。转到步骤 2。

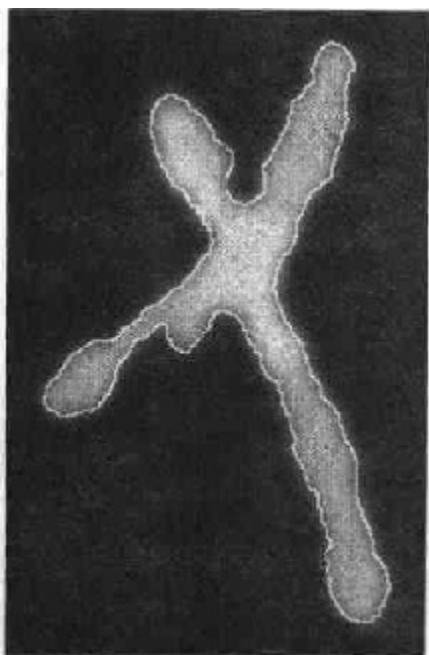


图 10.25 带干扰的染色体轮廓图和由图搜索决定的边缘边界(用白色表示)

这个算法并不能保证得到一个最小开销路径; 它的优点在于通过试探而得到速度优势。然而, 如果 $h(n)$ 对于从节点 n 到一个目标节点的最小开销路径的开销来说是一个更低的界限, 这个方法确实能得到一个通向目标的最佳路径(Hart等[1968])。如果没有可用的试探信息(即 $h=0$), 则这个过程退化成Dijkstra[1959]提出的均匀开销算法。

例 10.9 通过图搜索寻找边缘

图 10.25 显示了一幅带干扰的染色体轮廓图和一条使用试探性的图搜索方法找到的边缘。搜索方法是基于本节中探讨的算法。边缘用白色表示, 并重叠于原图像上。注意, 此时对象的边缘和边界几乎是相同的。开销用式(10.2.6)算出, 并且对图像中每个点的试探, 确定并使用了从被试探点开始向下经过的包含 5 个层次的最佳路径。考虑到图像中存在噪声量, 图搜索方法生成了一个可接受的相当准确的结果。

10.3 门限处理

由于图像门限处理的直观性和易于实现的性质, 使它在图像分割应用中处在中心地位。在 3.1 节中我们第一次介绍了简单的门限处理。在前面的章节中, 我们将这种处理应用于对不同方面的讨论中。本节中, 我们将以更为正式的方式介绍门限处理, 并将这种处理技术进行推广, 使其相对于以前所论述的内容来说更为一般化。

10.3.1 基础

假设图 10.26(a)所示的灰度级直方图对应于一幅图像 $f(x, y)$ 。这幅图像由亮的对象和深的背景组成, 这样的组成方式将对象和背景具有灰度级的像素分成两组不同的支配模式。从背景中提取对象的一种显然的方法是选择一个门限值 T , 将这些模式分离开。然后, 所有 $f(x, y) > T$ 的点 (x, y) 称为对象点; 否则, 就称为背景点。这是 3.1 节中介绍的门限处理类型。

图 10.26(b)显示了这种方法更为一般化的情况。这里 3 个主模式描绘了图像的直方图特性(例如,在暗色背景上的两类亮色对象)。这里,多门限处理把一个点分类,如 $T_1 < (x, y) \leq T_2$ 时将点分为某一对象,而如果 $f(x, y) > T_2$ 时则归为另一个对象,如果 $f(x, y) \leq T_1$ 时归为背景。总的来说,需要多个门限的分割问题用区域生长方法能得到最好的解决。比如 10.4 节中讨论过的那些方法。

基于前面的论述,门限处理也许被看做一种涉及测试下列形式函数 T 的一种操作。

$$T = T[x, y, p(x, y), f(x, y)] \quad (10.3.1)$$

这里 $f(x, y)$ 是点 (x, y) 的灰度级, $p(x, y)$ 表示这个点的局部性质——例如,以 (x, y) 为中心的邻域的平均灰度级。经门限处理后的图像 $g(x, y)$ 定义为:

$$g(x, y) = \begin{cases} 1 & f(x, y) > T \\ 0 & f(x, y) \leq T \end{cases} \quad (10.3.2)$$

因此,标记为 1(或其他任何合适的灰度级)的像素对应于对象,而标记为 0(或任何其他没有被标记为对象的灰度)的像素对应于背景。

当 T 仅取决于 $f(x, y)$ (即,仅取决于灰度级值)时,门限就称为全局的。如果 T 取决于 $f(x, y)$ 和 $p(x, y)$,门限就是局部的。另外,如果 T 取决于空间坐标 x 和 y ,门限就是动态的或自适应的。

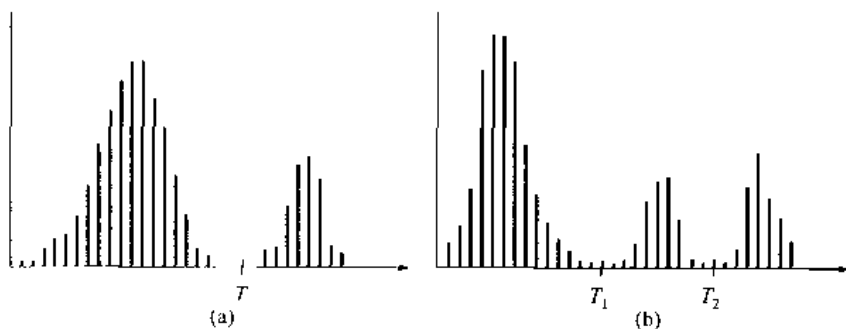


图 10.26 可以用(a)单一的门限和(b)多门限进行分割的灰度级直方图

10.3.2 亮度的作用

在 2.3.4 节中,我们介绍了一种简单的模型,在这种模型中,一幅图像 $f(x, y)$ 是由反射率分量 $r(x, y)$ 和亮度分量 $i(x, y)$ 的乘积组成的。本节的目的是使用这种模型简要讨论亮度对门限处理的影响,特别是对全局门限处理的影响。

考虑图 10.27(a)中计算机生成的反射函数。图 10.27(b)是这个函数的直方图,这个图很明显是双峰的并且可以通过在直方图波谷位置设置单一的全局门限 T 进行分割。用图 10.27(c)中的亮度函数与图 10.27(a)中的反射函数相乘,得到图 10.27(d)中的图像。图 10.27(e)显示了这幅图像的直方图。注意原来的波谷实际上被削去了。这使图像不可能通过单一门限进行分割。尽管我们很少使用反射函数本身对图像进行处理,但这个简单的例子说明对象和背景的反射性质可以使它们易于分离。然而,亮度条件不好的图像(如本例中的不均匀的情况)是难于分割的。

图 10.27(e)中的直方图有很大失真的原因在参考 4.5 节的讨论的基础上可以得到解释。

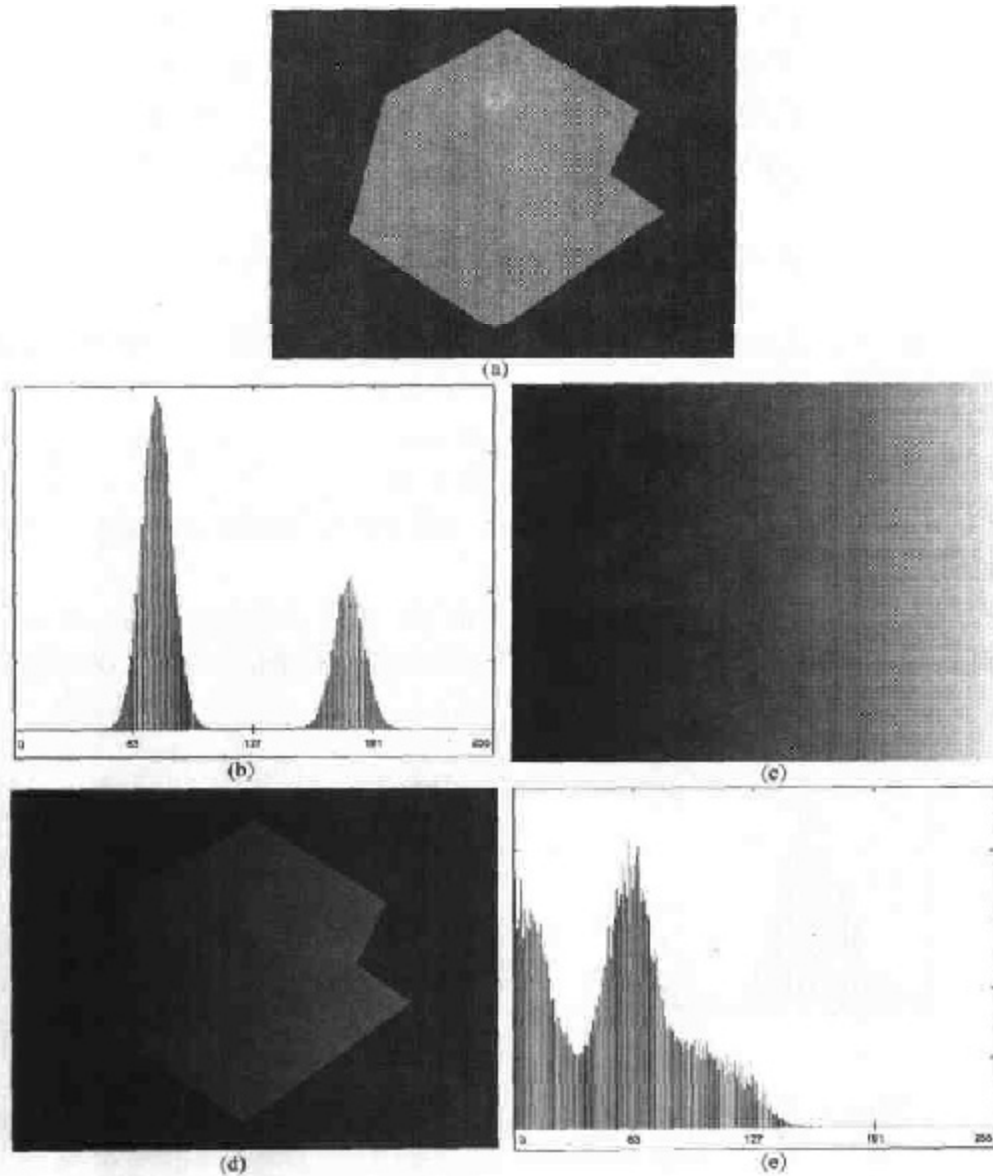


图 10.27 (a)计算机生成的反射函数,(b)反射函数的直方图,(c)计算机生成的亮度函数,(d)(a)和(c)的乘积,(e)乘积图像的直方图

由式(4.5.1),

$$f(x, y) = i(x, y)r(x, y) \quad (10.3.3)$$

取这个公式的自然对数得到和:

$$\begin{aligned} z(x, y) &= \ln f(x, y) \\ &= \ln i(x, y) + \ln r(x, y) \\ &= i'(x, y) + r'(x, y) \end{aligned} \quad (10.3.4)$$

根据概率理论(Papoulis[1991]),如果 $i'(x, y)$ 和 $r'(x, y)$ 是独立的随机变量,则 $z(x, y)$ 的直方图就依据 $i'(x, y)$ 和 $r'(x, y)$ 的直方图卷积给出。如果 $i(x, y)$ 是常量,则 $i'(x, y)$ 也是常量,且它的直方图是一个简单的尖峰(类似脉冲信号)。这个类似脉冲函数与 $r'(x, y)$ 直方图的卷积将保留这一不变的直方图基本形状(回顾 4.2.4 节中提到的,一个函数与一个脉冲卷积在脉

冲的位置上复制了该函数)。但如果 $i'(x, y)$ 有稍宽的直方图(不均匀亮度产生的结果), 卷积处理会抹去 $r'(x, y)$ 的直方图, 生成 $z(x, y)$ 的直方图, 这个直方图的形状与 $r'(x, y)$ 的直方图形状有很大不同。失真的程度取决于 $i'(x, y)$ 直方图的宽度, 而 $i'(x, y)$ 直方图的宽度又取决于亮度函数的不均匀性。

我们已经处理了 $f(x, y)$ 的对数, 而不是直接处理图像函数, 但这个问题的要点是通过使用取对数方法分离亮度分量和反射分量得到清晰解释的。这种方法允许将直方图形式看做一个卷积过程, 因此可以解释, 为什么反射函数的直方图中, 可区分的波谷会由异常的亮度而被抹去。

当可得到的光源是可用的时候, 实际中经常用的一种用于补偿不均匀性的解决方法是, 将亮度图投影到一个不变的、白色反射面上。这样做生成一幅图像 $g(x, y) = ki(x, y)$, 这里 k 是取决于反射面的常量, 而 $i(x, y)$ 是亮度图。对于得到的具有相同亮度函数的任何图像 $f(x, y) = i(x, y)r(x, y)$, 简单地用 $g(x, y)$ 除 $f(x, y)$ 得到一个标准函数 $h(x, y) = f(x, y)/g(x, y) = r(x, y)/k$ 。这样, 如果 $r(x, y)$ 能用一个单一的门限 T 进行分割, 则 $h(x, y)$ 可以用一个单一的值为 T/k 的门限分割。

10.3.3 基本全局门限

参考 10.3.1 节中的讨论, 所有门限处理技术中最简单的, 是使用单一的全局门限分割图像的直方图, 正如在图 10.26(a) 中说明的那样。这样, 通过对图像进行逐像素扫描并将像素标记为对象或背景就实现了对图像的分割, 对像素的标记取决于像素的灰度级大于还是小于 T 值。正如前面指出的那样, 这种方法能否成功完全取决于图像的直方图能否被很好地分割。

例 10.10 全局门限处理

图 10.28(a) 显示了一幅简单的图像, 图 10.28(b) 显示了它的直方图。图 10.28(c) 显示了使用门限 T 分割图 10.28(a) 得到的结果, 门限 T 是灰度级最大值和最小值的中间值。这个门限去除了阴影部分, 只留下对象本身, 实现了对图像“干净的”分割。此时, 我们关注的对象比背景更暗, 所以, 任何灰度级 $\leq T$ 的像素都被标记为黑色(0), 任何灰度级 $> T$ 的像素被标记为白色(255)。关键目的是生成一幅二值图像, 以便倒转黑白关系。

能够预期, 上述类型的全局门限处理能够在高度可控环境中得到成功应用。其可能的领域之一就是工业检测方面的应用, 在这种应用环境中, 亮度控制通常是可行的。

前述例子中的门限以直方图视觉检测为基础, 通过一种试探性的方法确定的。下面的算法可以用于自动地得到 T :

1. 选择一个 T 的初始估计值。
2. 用 T 分割图像。这样做会生成两组像素: G_1 由所有灰度值大于 T 的像素组成, 而 G_2 由所有灰度值小于或等于 T 的像素组成。
3. 对区域 G_1 和 G_2 中的所有像素计算平均灰度值 μ_1 和 μ_2 。
4. 计算新的门限值:

$$T = \frac{1}{2}(\mu_1 + \mu_2)$$

5. 重复步骤 2 到 4, 直到逐次迭代所得的 T 值之差小于事先定义参数 T_e 。

当有理由认为背景和对象在图像中占据的面积相近时,则好的 T 初始值就是图像的平均灰度值。如果对象所占的面积小于背景(反之亦然),则一个像素组会在直方图中占主要地位,平均灰度值就不是好的初始选择。此时, T 更合适的初值是诸如灰度值的中间值一类的初值。参数 T_0 用于在参数 T 变得很小时停止算法的运行。这个参数在迭代的速度问题比较重要的时候应用。

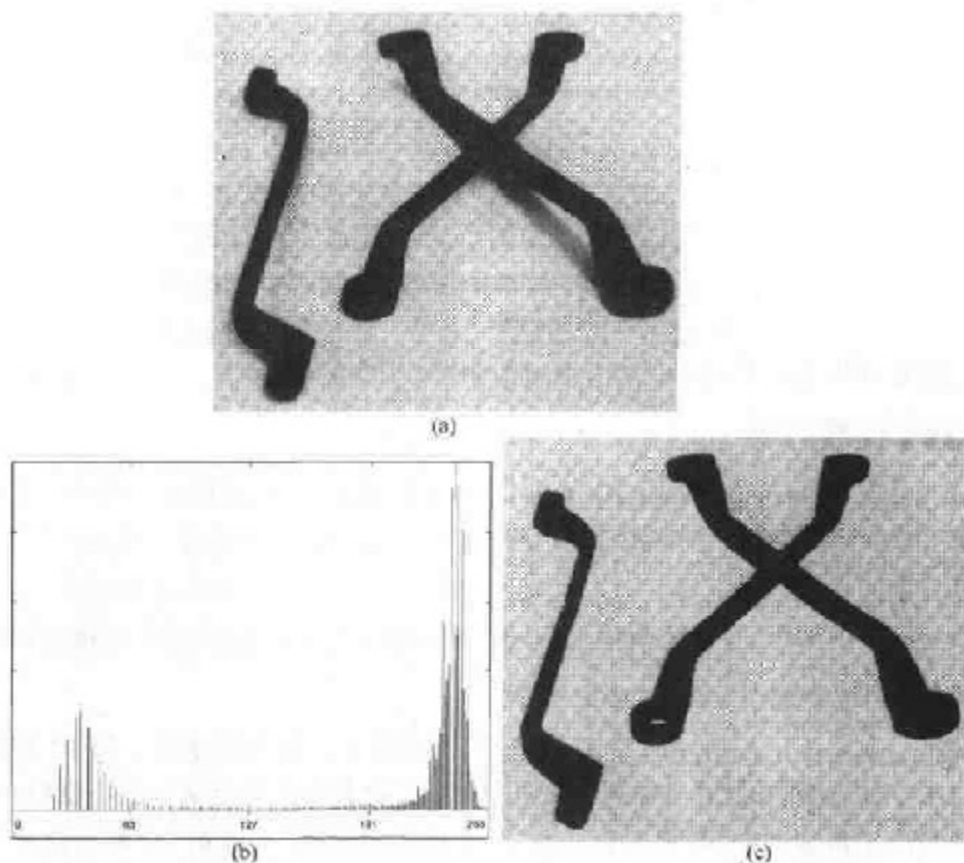


图 10.28 (a)原图,(b)图像的直方图,(c)使用全局门限 T 处理图像得到的结果,门限 T 是灰度级最大值和最小值的中间值

例 10.11 使用估计的全局门限进行图像分割

图 10.29 显示了使用基于前述算法估计的全局门限进行图像分割的例子。图 10.29(a)是原图,图 10.29(b)是图像的直方图。请注意直方图清晰的波谷。迭代算法的应用在初始时使用平均灰度级,同时令 $T_0 = 0$ 的情况下,进行 3 次迭代得到值 125.4 的结果。图 10.29(c)中显示的图像是用 $T = 125$ 分割原图所得的结果。如我们从用直方图的分割方式所预料的那样,在对象和背景之间的分割是非常有效的。

10.3.4 基本自适应门限

如图 10.27 中的说明那样,像不均匀亮度这样的成像因素会导致本来可以进行很有效分割的直方图变成用单一全局门限无法有效分割的直方图。一种处理这种情况的方法就是将图像进一步细分为子图像,并对不同的子图像使用不同的门限进行分割。这种方法的关键问题

是如何将图像进行细分和如何为得到的子图像估计门限值。由于每个像素的门限取决于像素在子图像中的位置,这类门限处理是自适应的。我们用一个简单的例子对自适应门限处理进行说明。在下一节中我们将给出一个更综合性的例子。

例 10.12 基本的自适应门限处理

图 10.30(a)显示了来自图 10.27(d)的图像,对这幅图像我们认为无法用一个单一的全局门限进行有效的处理。实际上,图 10.30(b)显示了用一个全局门限处理后得到的结果,此门限是用人工在直方图的波谷处设置的,见图 10.27(e)。减少亮度不均匀性带来的一种方法是,将图像细分为更小的子图像,使每个子图像内的亮度近似于均匀。图 10.30(c)显示了这样分割的图像。这幅图像是通过将图像细分为 4 个大小相等的部分,然后再对每个子图像重复进行四等分得到的。

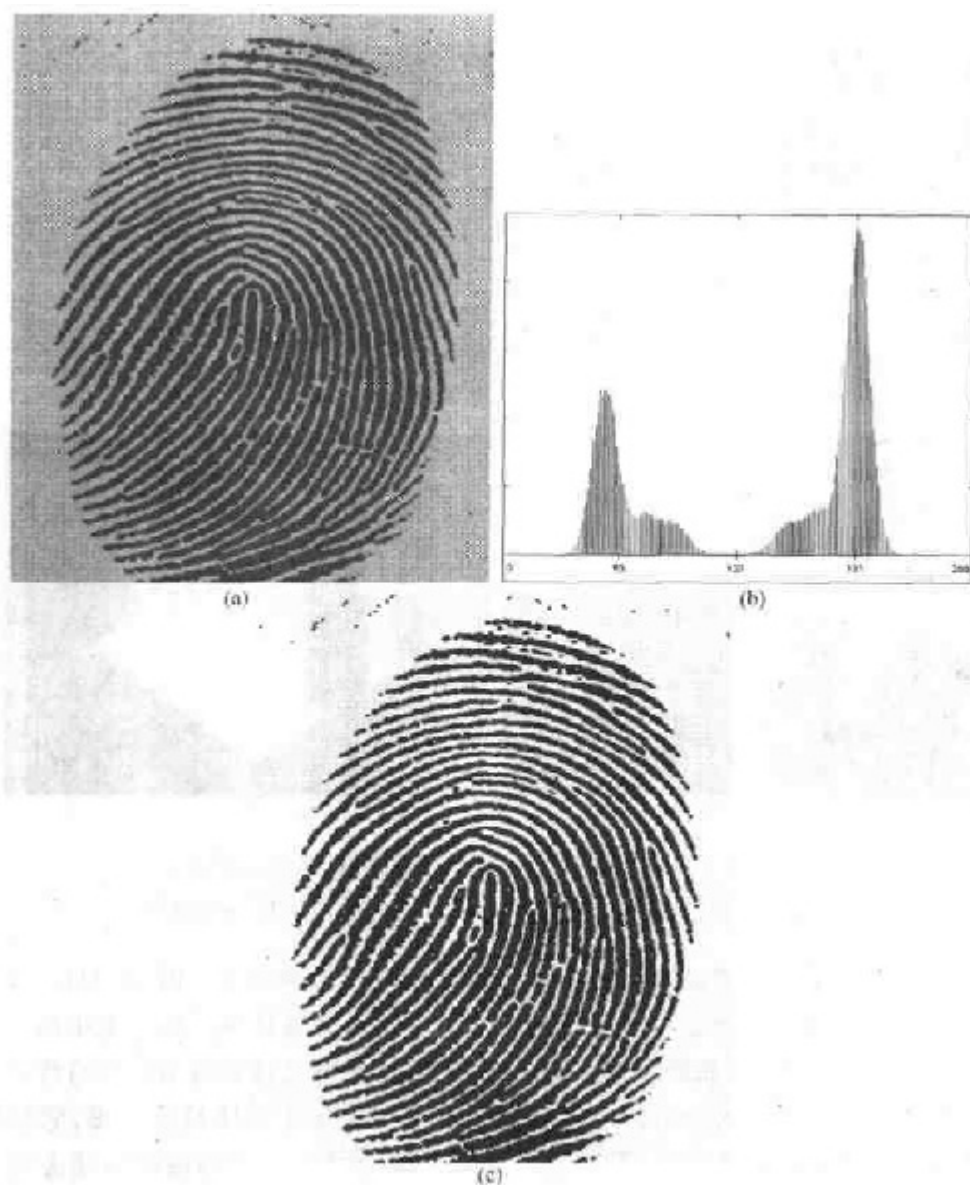


图 10.29 (a)原图,(b)图像的直方图,(c)通过用迭代估计的门限对图像进行分割的结果(由美国国家标准技术研究所提供)

所有不包含对象和背景间边界的子图像都具有小于 75 的方差。所有包含边界的子图像都具有大于 100 的方差。每幅方差大于 100 的子图像都用专门为本幅子图像计算的门限进行分割,门限的计算用前一节中提到的算法。处理每幅子图像时选取子图中灰度级最大值和最小值的中间值作为 T 的初值。所有方差小于 100 的子图像作为一幅合成图像,用与前面相同的算法估计的单一门限进行分割。

经过这一过程得到的分割结果显示于图 10.30(d)中。除了两幅子图像外,对图 10.30(b)的改进之处是很明显的。

分割不当的子图像中对象和背景间的边界细而暗,而且得到的直方图几乎都是单峰的。图 10.31(a)显示了来自图 10.30(c)顶部未经适当分割的子图像和位于此图上面经过适当分割的子图像。经过适当分割的子图像的直方图很明显是双峰的,且具有明确的波峰和波谷。另一个直方图近于单峰,在对象和背景之间没有明确的区分。

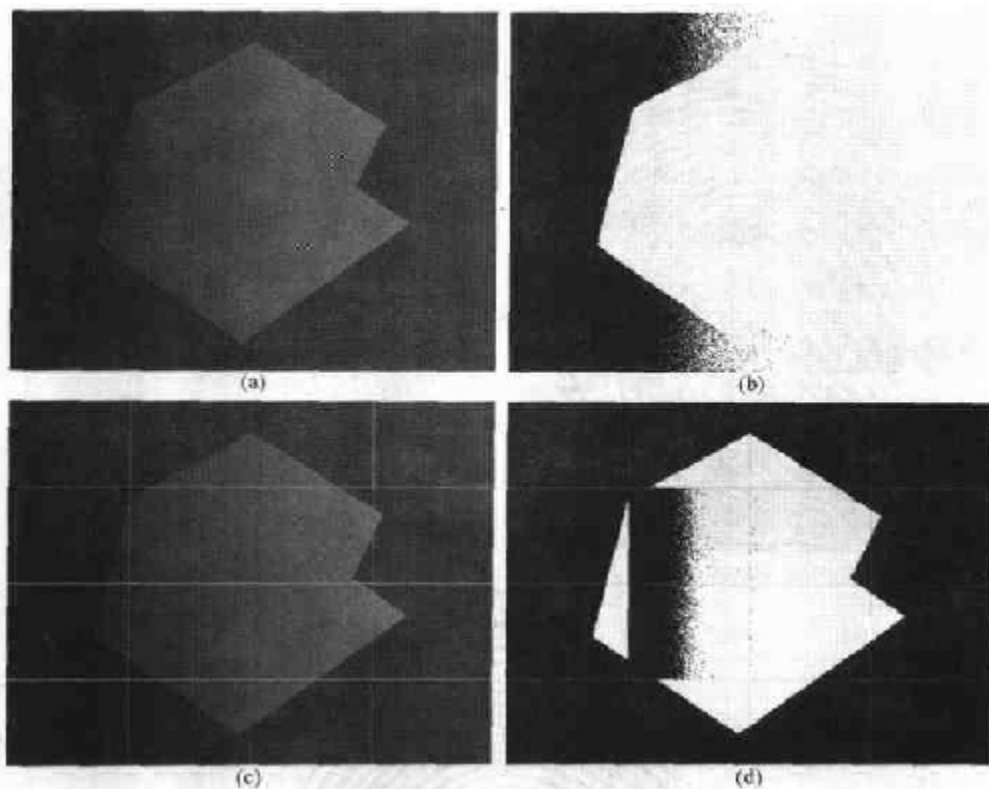


图 10.30 (a)原图,(b)经全局门限处理后的结果,(c)被细分为单个子图的图像,(c)经自适应处理后得到的结果

图 10.31(d)显示了进一步分割为更小的子图像时失败的子图像。图 10.31(e)显示了左上角子图像的直方图。这个子图包含了从对象到背景的过渡区域。这个更小的子图像有一幅清晰的双峰直方图,并且很容易分割。实际上,这种情况就如图 10.31(f)所示。这幅图还显示了其他小子图像的分割。所有这些子图像都有近于单峰的直方图,它们的平均灰度级更接近于对象而不是背景,所以它们都被归类为对象。这幅图像给读者留下了一种解决方案,说明通过将图 10.30(a)中的整幅图像细分为图 10.31(d)中所示大小的子图像可以对图像进行更为精确的分割。

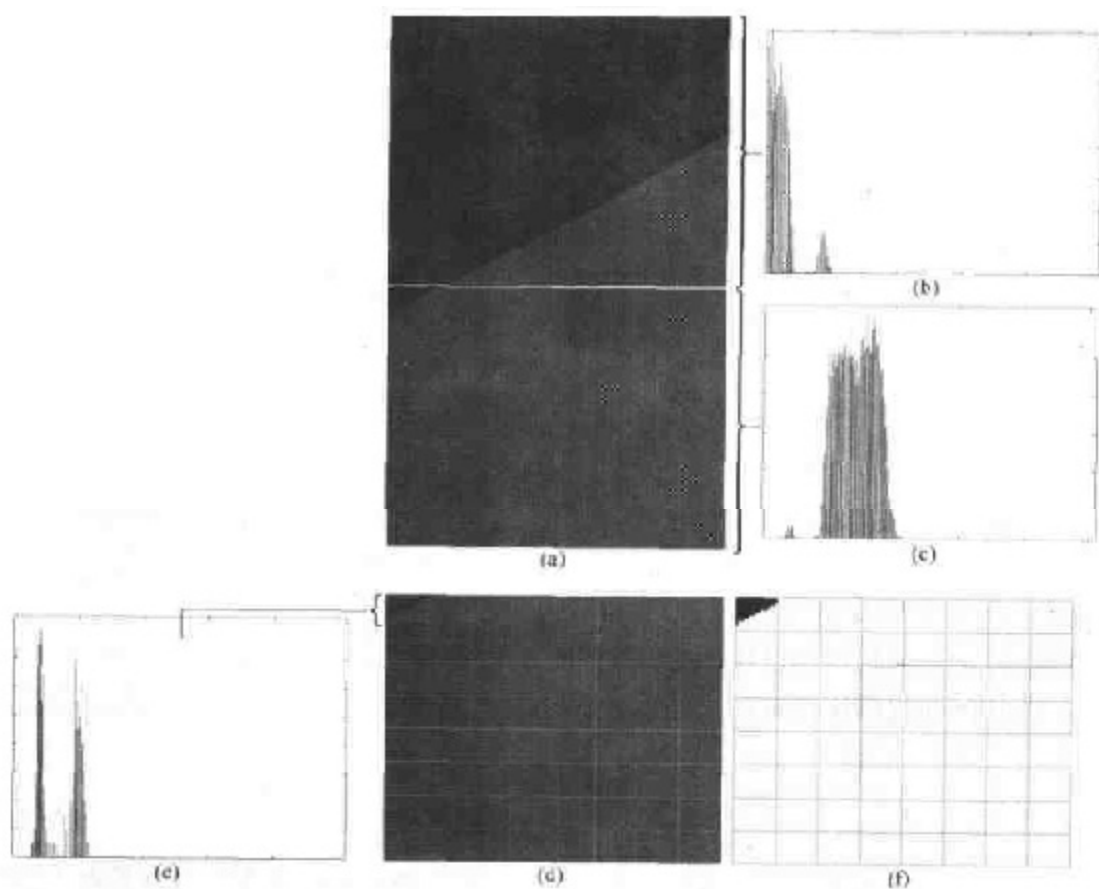


图 10.31 (a)来自图 10.30 的进行了适当和不适当分割的子图,(b)~(c)对应的直方图,(d)对进行了不适当分割的子图像进一步的细分,(e)左上角的小子图的直方图,(f)对(d)进行自适应分割的结果

10.3.5 最佳全局和自适应门限

本节中,我们讨论一种产生最小平均分割误差的估计门限的方法。正如所说明的那样,这种方法被应用于解决实际使用门限处理方法的过程中经常出现的几个重要问题。

假设一幅图像仅包含两个主要的灰度级区域。令 z 表示灰度级值。我们将这些值看做随机量,并且它们的直方图可以被看做它们的概率密度函数(PDF)的估计 $p(z)$ 。这个总密度函数是两个密度的和或混合。一个是图像中亮区域的密度,另一个是暗区域的密度。再有,混合参数与相关的亮和暗区域是成比例的。如果密度的表达式已知或进行了假设,则它能够确定一个最佳门限(具有最低的误差)将图像分割为两个可区分的区域。

图 10.32 说明了两个概率密度函数。假设两个 PDF 中较大的一个对应于背景的灰度级,而较小的一个描述了图像中对象的灰度级。描述图像中整体灰度级变化的混合概率密度函数是:

$$p(z) = P_1 p_1(z) + P_2 p_2(z) \quad (10.3.5)$$

这里 P_1 和 P_2 是两类像素出现的概率;即 P_1 是随机像素的概率,该像素是具有值 z 的对象像素(一个数)。同样, P_2 是像素属于背景像素的概率。我们假设任何给定的像素不是属于对象就是属于背景,使得:

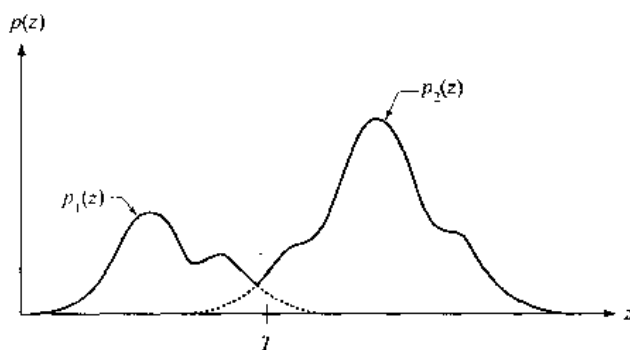


图 10.32 一幅图像中两个区域的灰度级概率密度函数

$$P_1 + P_2 = 1 \quad (10.3.6)$$

一幅图像通过将像素灰度级值大于门限 T (见图 10.32) 的像素归类为背景进行分割。所有其他像素归类为对象。主要的目的是选择一个 T 值,使得在决定一个给定的像素是属于对象还是背景时的平均出错率降至最小。

在区间 $[a, b]$ 内取值的随机变量的概率是它的概率密度函数从 a 到 b 的积分,即在这两个上下限之间PDF曲线围住的面积。因此,将一个背景点当做对象点进行分类时,错误发生的概率为:

$$E_1(T) = \int_{-\infty}^T p_2(z) dz \quad (10.3.7)$$

这是在曲线 $p_2(z)$ 下方位于门限左边区域的面积。同样,将一个对象点当做背景点进行分类时,错误发生的概率为:

$$E_2(T) = \int_T^{\infty} p_1(z) dz \quad (10.3.8)$$

这是在曲线 $p_1(z)$ 下方位于 T 右边区域的面积。出错率的整体概率是:

$$E(T) = P_2 E_1(T) + P_1 E_2(T) \quad (10.3.9)$$

请注意公式是如何用对象或背景像素出现的概率对量 E_1 和 E_2 进行加权的。同时请注意它们的脚标是相对应的。公式的这种形式很好解释。例如,考虑背景点从不出现的极端情况,此时 $P_2 = 0$ 。因为背景点从不出现,所以将背景点归类为对象点(出错率为 E_1)的概率在整体出错率(E_1)中的分布可以不加考虑。此时的出错率可以通过用 $P_2 = 0$ 乘以 E_1 表示。如果背景和对象点以等可能性出现,则权值 $P_1 = P_2 = 0.5$ 。

要找到出错最少的门限值需要将 $E(T)$ 对 T 求微分(使用莱布尼兹法则)并令微分式等于 0。结果是:

$$P_1 p_1(T) = P_2 p_2(T) \quad (10.3.10)$$

这个等式解出 T ,即为最佳门限。注意如果 $P_1 = P_2$,则最佳门限位于曲线 $p_1(z)$ 和 $p_2(z)$ 的交点处(见图 10.32)。

得到一个 T 的分析表达式需要知道两个PDF的等式。在实践中并不是总可以对这两个密度进行估计。通常做法是利用参数比较易于得到的密度。这种情况下使用的主要密度之一是高斯密度。高斯密度可以用两个参数完全描述:均值和方差。此时,

$$p(z) = \frac{P_1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{(z-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}} + \frac{P_2}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{(z-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}} \quad (10.3.11)$$

这里 μ_1 和 σ_1^2 分别是某一类像素(即对象)的高斯密度的均值和方差, μ_2 和 σ_2^2 分别是另一个类的均值和方差。将这个方程用于解式(10.3.10)的一般解得到下列门限 T 的解:

$$AT^2 + BT + C = 0 \quad (10.3.12)$$

这里:

$$\begin{aligned} A &= \sigma_1^2 - \sigma_2^2 \\ B &= 2(\mu_1\sigma_2^2 - \mu_2\sigma_1^2) \\ C &= \sigma_1^2\mu_2^2 - \sigma_2^2\mu_1^2 + 2\sigma_1^2\sigma_2^2\ln(\sigma_2P_1/\sigma_1P_2) \end{aligned} \quad (10.3.13)$$

由于二次方程有两个可能的解,所以要得到最佳解需要两个门限值。

如果方差都相等, $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$, 则单一的门限就足够了:

$$T = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} + \frac{\sigma^2}{\mu_1 - \mu_2} \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \quad (10.3.14)$$

如果 $P_1 = P_2$, 最佳门限是均值的平均数。如果 $\sigma = 0$, 结果也一样。对其他已知形式的密度, 比如瑞利和log-normal密度, 决定最佳门限的方法相似。

与为 $p(z)$ 假设一种函数形式不同, 一种最小均方误差方法能由图像的直方图估计一幅图像复合灰度级的PDF。例如, (连续的)混合密度 $p(z)$ 和 (离散的)图像直方图 $h(z_i)$ 之间的均方误差为:

$$e_{ms} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [p(z_i) - h(z_i)]^2 \quad (10.3.15)$$

这里 n 点直方图是假设的。对全部密度进行估计的主要原因是, 要确定PDF中是否存在主模式。例如, 两个主模式典型地指出在图像(或区域)中存在边缘。这种方式优于计算图像的PDF。

一般来讲, 在分析上确定能使均方误差最小的参数不是一件简单的事。甚至对高斯分布, 令偏导数为0的简单计算也会导出一组联立超越方程, 通常这种方程只能通过诸如共轭梯度或用于解联立非线性方程组的牛顿法一类的数学方案才能解决。

例 10.13 使用最佳门限处理对图像进行分割

接下来的是在图像处理中最早将最佳门限应用于分割的例子之一(也是最有启发性的例子之一)。在此处, 这个例子非常有意思, 因为它说明了如何通过使用预处理技术改善图像分割的效果, 这一预处理技术以我们在讨论图像增强时所展开的方法为基础。另外, 这个例子也说明了局部直方图估计和自适应门限处理的用处。这个例子中的一般问题是要在心血管造影照片(已经注射了造影剂的X射线图像)中自动地描绘心室边界。此处讨论的方法由Chow和Kaneko[1972]发明, 目的是描绘心脏的左心室边界。

在分割之前, 所有的图像要进行如下的预处理: (1) 每个像素用取对数的方法(见3.2.2节)进行映射以减少由于辐射吸收引起的指数效应; (2) 为了去除两幅图像中的脊柱, 从注入造影剂后获取的图像中减去使用造影剂之前得到的图像(见3.4.1节); (3) 将几张血管造影片相加以便减少随机噪声(见3.4.2节)。图10.33显示了预处理前后的心血管造影照片(在下面的段落中将对A和B区域进行解释)。