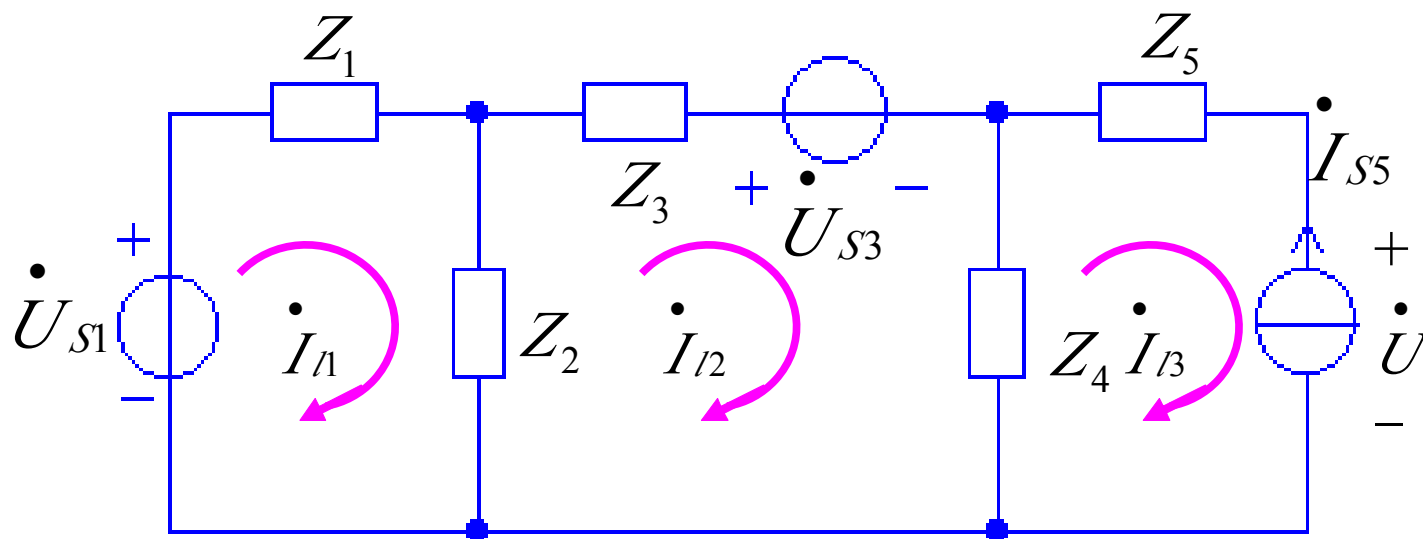
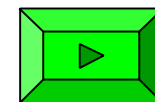


回路电流方程



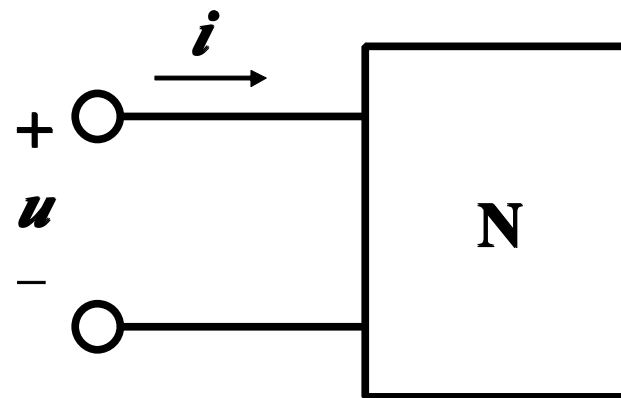
$$\begin{aligned}
 (Z_1 + Z_2) \dot{I}_{l1} - Z_2 \dot{I}_{l2} + 0 \dot{I}_{l3} &= + \dot{U}_{S1} \\
 - Z_2 \dot{I}_{l1} + (Z_2 + Z_3 + Z_4) \dot{I}_{l2} - Z_4 \dot{I}_{l3} &= - \dot{U}_{S3} \\
 0 \dot{I}_{l1} - Z_4 \dot{I}_{l2} + (Z_4 + Z_5) \dot{I}_{l3} &= - \dot{U} \\
 \dot{I}_{l3} &= - \dot{I}_{S5}
 \end{aligned}$$



正弦稳态电路的功率

一、瞬时功率

一端口内部不含独立电源，仅含电阻、电感和电容等无源元件。



它吸收的瞬时功率 p 等于电压 u 和电流 i 的乘积

$$p = u i$$

在正弦稳态情况下，设

$$u = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \psi_u)$$

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi_i)$$

瞬时功率

$$\begin{aligned} p &= \sqrt{2}U \cos(\omega t + \psi_u) \times \sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi_i) \\ &= UI \cos(\psi_u - \psi_i) + UI \cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i) \end{aligned}$$

令 $\varphi = \psi_u - \psi_i$ 为电压和电流之间的相位差

$$p = UI \cos \varphi + UI \cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i)$$

瞬时功率有两个分量：

第一个为**恒定**分量，第二个为**正弦**分量。

$$p = UI \cos \varphi \{1 + \cos[2(\omega t + \psi_u)]\} + UI \sin \varphi \sin(2\omega t + \psi_u)$$

第一项是**不可逆**部分；

第二项是**可逆**部分，说明能量在外施电源与一端口之间来回交换。

二、平均功率

又称有功功率，是指瞬时功率在一个周期内的平均值。

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_0^T p dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T UI [\cos \varphi + \cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i)] dt \\ &= UI \cos \varphi \end{aligned}$$

单位：瓦（**W**）

定义： 功率因数 $\lambda = \cos \varphi$

电阻**R** $\varphi = 0$ $\lambda = \mathbf{1}$ $P_R = UI = I^2 R = GU^2$

电感**L** $\varphi = 90^\circ$ $\lambda = \mathbf{0}$ $P_L = 0$

电容**C** $\varphi = -90^\circ$ $\lambda = \mathbf{0}$ $P_C = 0$

三、无功功率

$$Q \stackrel{def}{=} UI \sin \varphi$$

反映了内部与外部往返交换能量的情况。

单位：乏（**Var**）

$$\text{电阻}\mathbf{R} \quad \varphi = 0 \quad Q_R = 0$$

$$\text{电感}\mathbf{L} \quad \varphi = 90^\circ \quad Q_L = UI = \omega LI^2 = \frac{U^2}{\omega L}$$

$$\text{电容}\mathbf{C} \quad \varphi = -90^\circ \quad Q_C = -UI = -\frac{1}{\omega C} I^2 = -\omega CU^2$$

四、视在功率

$$S \stackrel{def}{=} UI$$

电机和变压器的容量是由视在功率来表示的。

单位：伏安（**VA**）

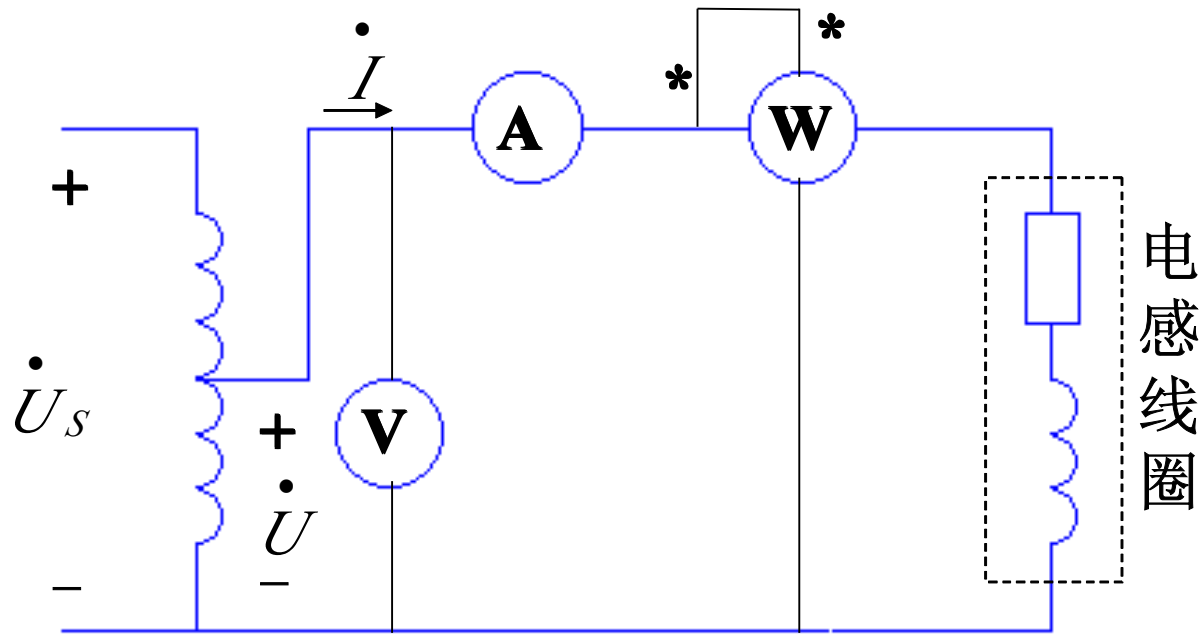
有功功率**P**、无功功率**Q**和视在功率**S**存在下列关系：

$$P = S \cos \varphi \quad Q = S \sin \varphi$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{Q}{P}\right)$$

例：测量电感线圈 R 、 L 的实验电路，已知电压表的读数为**50V**，电流表的读数为**1A**，功率表读数为**30W**，电源的频率 **$f=50\text{Hz}$** 。试求 R 、 L 之值。



解：可先求得线圈的阻抗

$$Z = |Z| \angle \varphi = R + j\omega L$$

$$|Z| = \frac{U}{I} = 50 \Omega$$

$$UI \cos \varphi = 30$$

$$\varphi = 53.13^\circ$$

解得：

$$Z = 50 \angle 53.13^\circ \Omega$$

$$= \mathbf{30 + j40} \Omega$$

$$\mathbf{R = 30} \Omega$$

$$L = \frac{40}{\omega} = \mathbf{127 \text{ mH}} \quad \omega = \mathbf{2\pi f = 314 \text{ rad/s}}$$

另一种解法

$$I^2 R = 30$$

$$\mathbf{R = 30} \Omega$$

$$\text{而} \quad |Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$\text{故可求得: } \omega L = \sqrt{50^2 - 30^2} = \mathbf{40} \Omega$$

§9.6 复功率

一、复功率

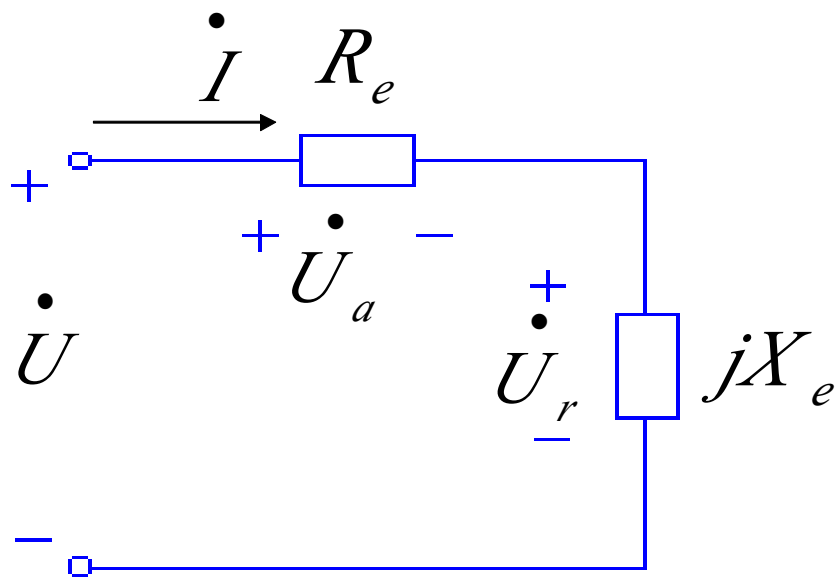
设一个一端口的电压相量为 $\dot{U}$ ，电流相量为 $\dot{I}$ ，
复功率定义为

$$\begin{aligned}\bar{S} &\stackrel{def}{=} \dot{U} \dot{I}^* \\ &= UI \angle \psi_u - \psi_i \\ &= UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi \\ &= \boldsymbol{P} + j\boldsymbol{Q}\end{aligned}$$

式中 $\dot{I}^*$ 是 $\dot{I}$ 的共轭复数

二、有功分量和无功分量

一个不含独立电源的一端口可以用等效阻抗 $\mathbf{Z}$ 表示。



相量图

