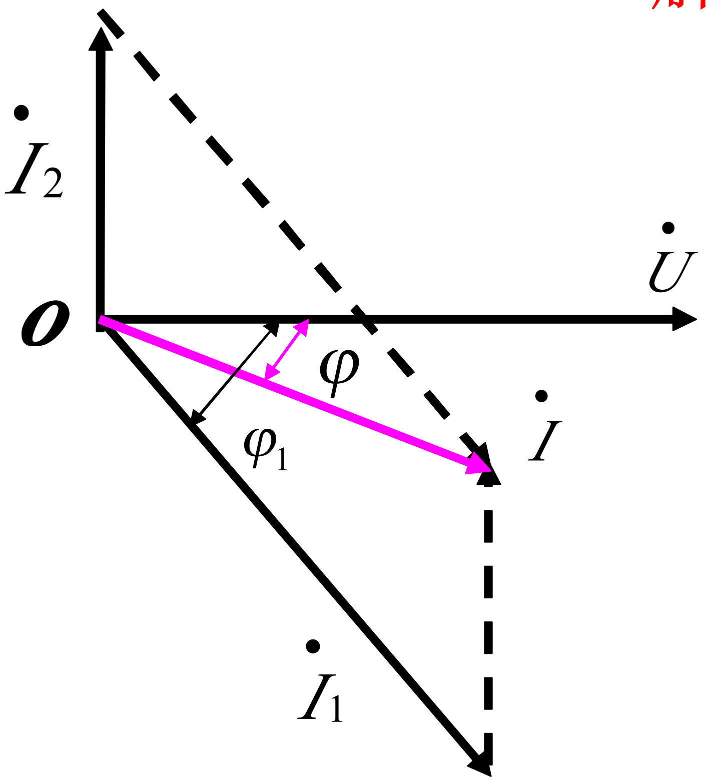
例：正弦电压为**50Hz**，**380V**，感性负载吸收的功率为**20kW**，功率因数**0.6**。若使电路的功率因数提高到**0.9**，求在负载的两端并接的电容值。



解：

$$P = UI_1 \cos\varphi_1 \qquad I_1 = 87.72\text{A}$$

$$\cos\varphi_1 = 0.6 \qquad \varphi_1 = 53.13°$$

$$P = UI\cos\varphi \qquad I = 58.48\ \text{A}$$

$$\cos\varphi = 0.9 \qquad \varphi = 25.84°$$

$$I_2 = I_1 \sin\varphi_1 - I\sin\varphi$$

$$= 44.69\ \text{A}$$

$$C = \frac{I_2}{\omega U} = 375\ \mu\text{F}$$

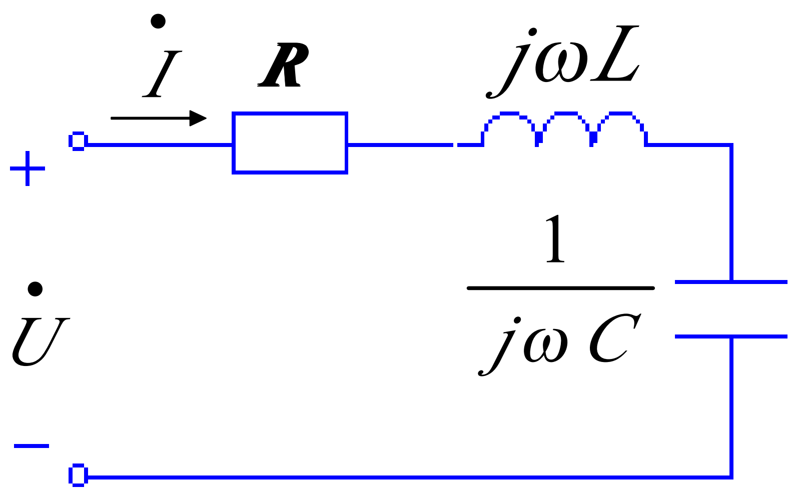
串联电路的谐振

谐振现象的研究有重要的实际意义。

一方面谐振现象得到广泛的应用，

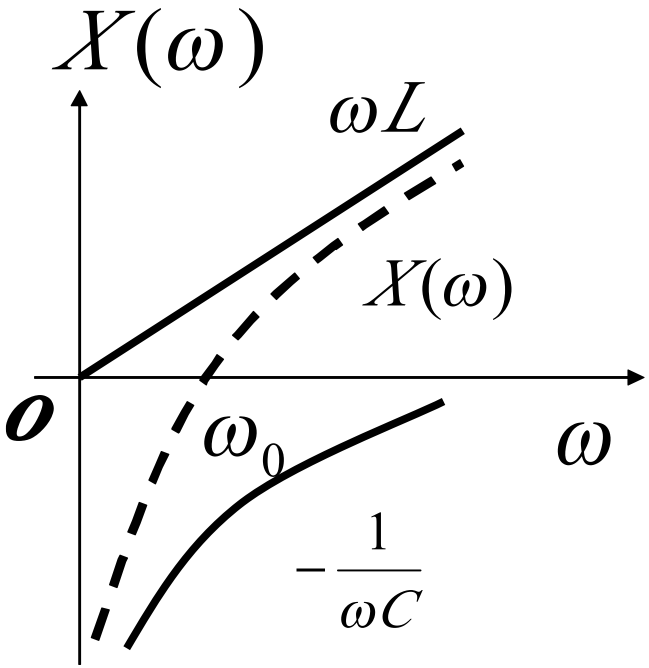
另一方面在某些情况下电路中发生谐振会破坏正常工作。

一、*RLC*串联电路

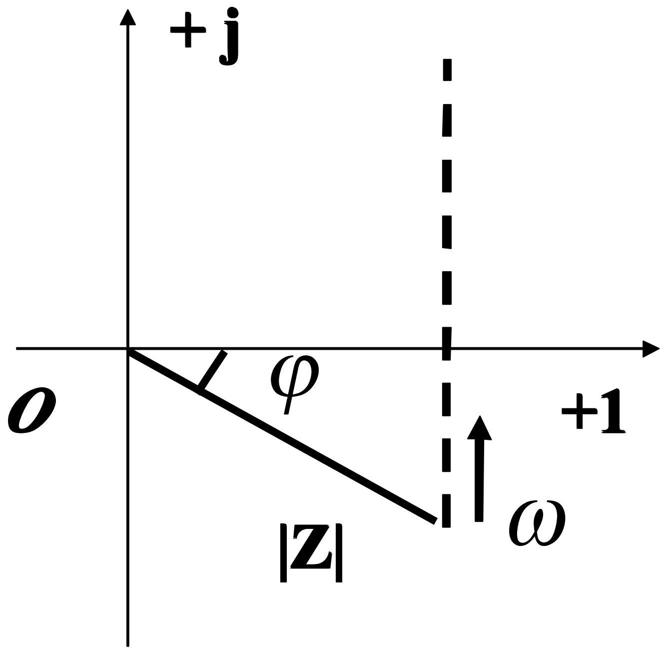


$$Z(j\omega) = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

$$Z(j\omega) = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$



电抗随频率变化
的特性曲线



阻抗随频率变化时在
复平面上表示的图形

二、串联谐振的定义

由于串联电路中的感抗和容抗有相互抵消作用，

所以，当 $\omega=\omega_0$时，出现$\mathbf{X(\omega_0)=0}$，

这时端口上的电压与电流同相，

工程上将电路的这种工作状况称为谐振，

由于是在***RLC***串联电路中发生的，故称为串联谐振。

三、串联谐振的条件

$$Z(j\omega)=R+j(\omega L-\frac{1}{\omega C})$$

$$\mathbf{Im\,[\,Z(j\omega)\,]=0}$$

$$\omega_0 L-\frac{1}{\omega_0 C}=0$$

四、谐振频率

$$\mathbf{Im}\,[\,\mathbf{Z}(\,\mathbf{j}\,\omega\,)\,] = \mathbf{0}$$

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$$

角频率 $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

频率 $f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

谐振频率又称为电路的固有频率，
是由电路的结构和参数决定的。
串联谐振频率只有一个，
是由串联电路中的**L**、**C**参数决定的，
而与串联电阻**R**无关。

五、谐振的特征

1、阻抗

$$Z(j\omega) = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) \quad \boldsymbol{= R}$$

谐振时阻抗为最小值。

2、电流

$$I = \frac{U}{|Z|} \quad = \frac{U}{R}$$

在输入电压有效值 $\boldsymbol{U}$不变的情况下，电流为最大。

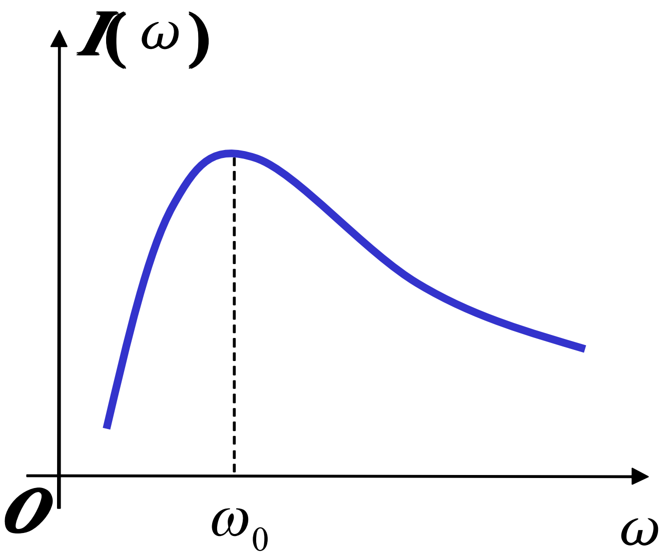
3、电阻电压

$$U_R = RI = U$$

实验时可根据此特点判别串联谐振电路发生谐振与否。

六、谐振曲线

除了阻抗 Z 和频率的特性外，还应分析电流和电压随频率变化的特性，这些特性称为频率特性，或称频率响应，它们随频率变化的曲线称为谐振曲线。



七、品质因数

谐振时有 $\dot{U}_L + \dot{U}_C = 0$

所以串联谐振又称为电压谐振。

串联谐振电路的品质因数

$$Q = \frac{U_L(\omega_0)}{U} = \frac{U_C(\omega_0)}{U} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

如果**Q>1**，则有 $U_L = U_C > U$

当**Q>>1**，表明在谐振时或接近谐振时，会在电感和电容两端出现大大高于外施电压**U**的高电压，称为过电压现象，往往会造成元件的损坏。

但谐振时**L**和**C**两端的等效阻抗为零（相当于短路）。

八、功率

谐振时，电路的无功功率为零，这是由于阻抗角为零，

所以电路的功率因数 $\lambda=\cos\varphi=\mathbf{1}$

$$P(\omega_0)=UI\lambda=UI=\frac{1}{2}U_m I_m$$

$$Q_L(\omega_0)=\omega_0 LI^2 \qquad Q_C(\omega_0)=-\frac{1}{\omega_0 C}I^2$$

整个电路的复功率 $\overline{S}=P+j(Q_L+Q_C)=\boldsymbol{P}$

$$Q_L(\omega_0)+Q_C(\omega_0)=0$$

谐振时电路不从外部吸收无功功率

但 $Q_L(\omega_0)$，$Q_C(\omega_0)$ 分别不等于零。

但电路内部的电感与电容之间周期性地进行磁场能量和电场能量的交换,

这一能量的总和为

$$W(\omega_0) = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}Cu_C^2$$

谐振时，有

$$i = \sqrt{2}\frac{U}{R}\cos(\omega_0 t)$$

$$u_C = \sqrt{2}QU\sin(\omega_0 t)$$

并有 $$Q^2 = \frac{1}{R^2}\frac{L}{C}$$