

四、谐振频率

$$Y(j\omega_0) = G + j(\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L})$$

可解得谐振时

$$\text{角频率 } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\text{频率 } f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

该频率称为电路的固有频率。

五、并联谐振的特征

1、输入导纳最小

$$Y(j\omega_0) = G + j(\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L}) = \mathbf{G}$$

或者说输入阻抗最大

$$Z(j\omega_0) = R$$

2、端电压达最大值

$$U(\omega_0) = |Z(j\omega_0)| I_S = RI_S$$

可以根据这一现象**判别**并联电路谐振与否。

六、品质因数

并联谐振时有 $\dot{I}_L + \dot{I}_C = 0$ 所以并联谐振又称**电流谐振**。

$$Q = \frac{I_L(\omega_0)}{I_S} = \frac{I_C(\omega_0)}{I_S} = \frac{1}{\omega_0 LG} = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{G} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

如果 **$Q \gg 1$** ，则谐振时在电感和电容中会出现过电流，

但从**L、C**两端看进去的等效电纳等于零，

即阻抗为无限大，

相当于**开路**。

七、功率和能量

谐振时无功功率

$$Q_L = \frac{1}{\omega_0 L} U^2$$

$$Q_C = -\omega_0 C U^2$$

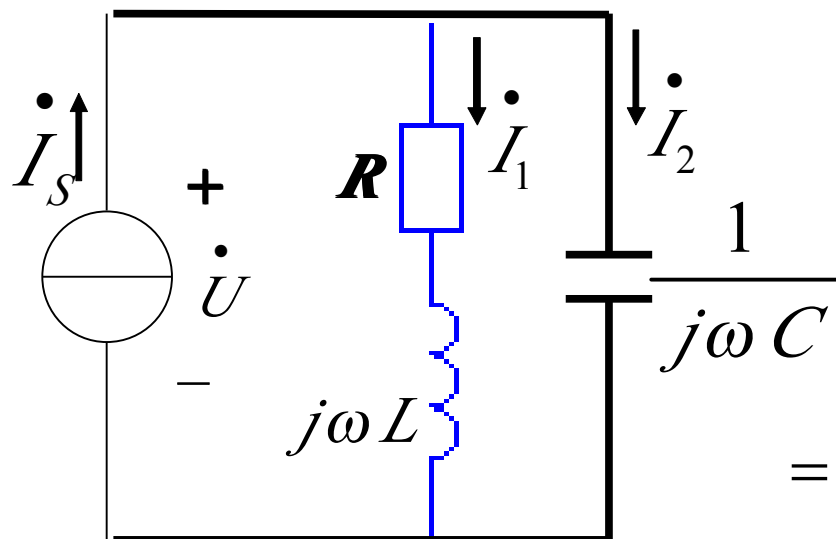
所以 $Q_L + Q_C = 0$

表明在谐振时，电感的磁场能量与电容的电场能量彼此相互交换，两种能量的总和为

$$W(\omega_0) = W_L(\omega_0) + W_C(\omega_0) = L Q^2 I_S^2$$

= 常数

八、电感线圈和电容并联的谐振电路



谐振时, 有 $\text{Im}[Y(j\omega_0)] = 0$

$$\begin{aligned} Y(j\omega_0) &= j\omega_0 C + \frac{1}{R + j\omega_0 L} \\ &= j\omega_0 C + \frac{R}{R^2 + (\omega_0 L)^2} - j \frac{\omega_0 L}{R^2 + (\omega_0 L)^2} \end{aligned}$$

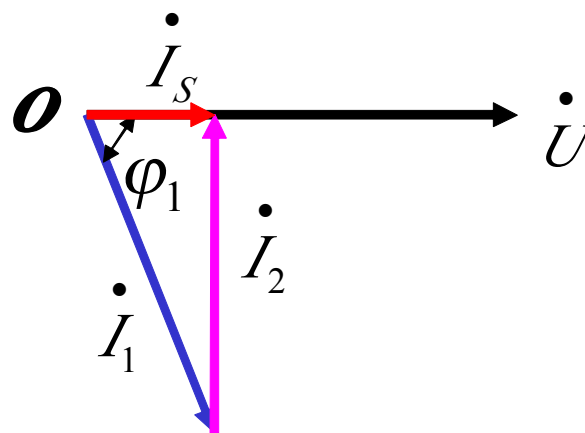
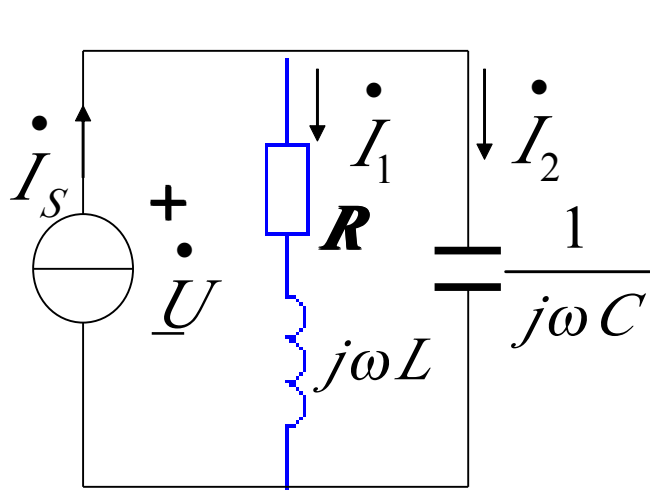
故有 $\omega_0 C - \frac{\omega_0 L}{R^2 + (\omega_0 L)^2} = 0$

由上式可解得

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{CR^2}{L}}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{CR^2}{L}}$$

显然，只有当 $1 - \frac{CR^2}{L} > 0$ ，即 $R < \sqrt{\frac{L}{C}}$ 时， ω_0 才是实数，
所以 $R > \sqrt{\frac{L}{C}}$ 时，电路不会发生谐振。



$$I_2 = I_1 \sin \phi_1 = I_s \tan \phi_1$$

当电感线圈的阻抗角 ϕ_1 很大，

谐振时有过电流出现在电感支路和电容中。

九、复谐振

1、求端口阻抗 $\mathbf{Z}$ ，找 $\omega_{\text{串}}$ ($\mathbf{X} = 0$ 时)

求端口导纳 $\mathbf{Y}$ ，找 $\omega_{\text{并}}$ ($\mathbf{B} = 0$ 时)

2、求 $\mathbf{Z}$ $\mathbf{Z} = \mathbf{R} + \mathbf{jX}$

$$X = \frac{A}{B}$$

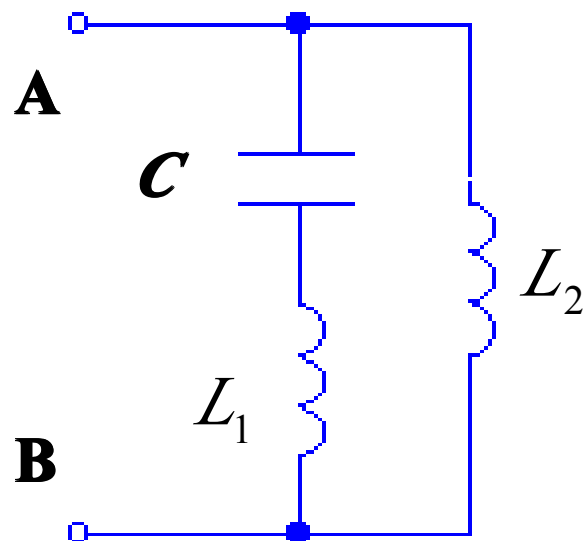
(1) 串联谐振时， $\mathbf{X} = 0$ ， $\mathbf{A} = 0 \rightarrow \omega_{\text{串}}$

(2) 并联谐振时， $\mathbf{X} = \infty$ ， $\mathbf{B} = 0 \rightarrow \omega_{\text{并}}$

例：

左边支路的阻抗为 $j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C}$

右边支路的阻抗为 $j\omega L_2$



$$Z_{AB} = \frac{(j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C}) \times j\omega L_2}{j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L_2}$$
$$= j \frac{\omega L_2 (\omega L_1 - \frac{1}{\omega C})}{\omega L_1 + \omega L_2 - \frac{1}{\omega C}}$$

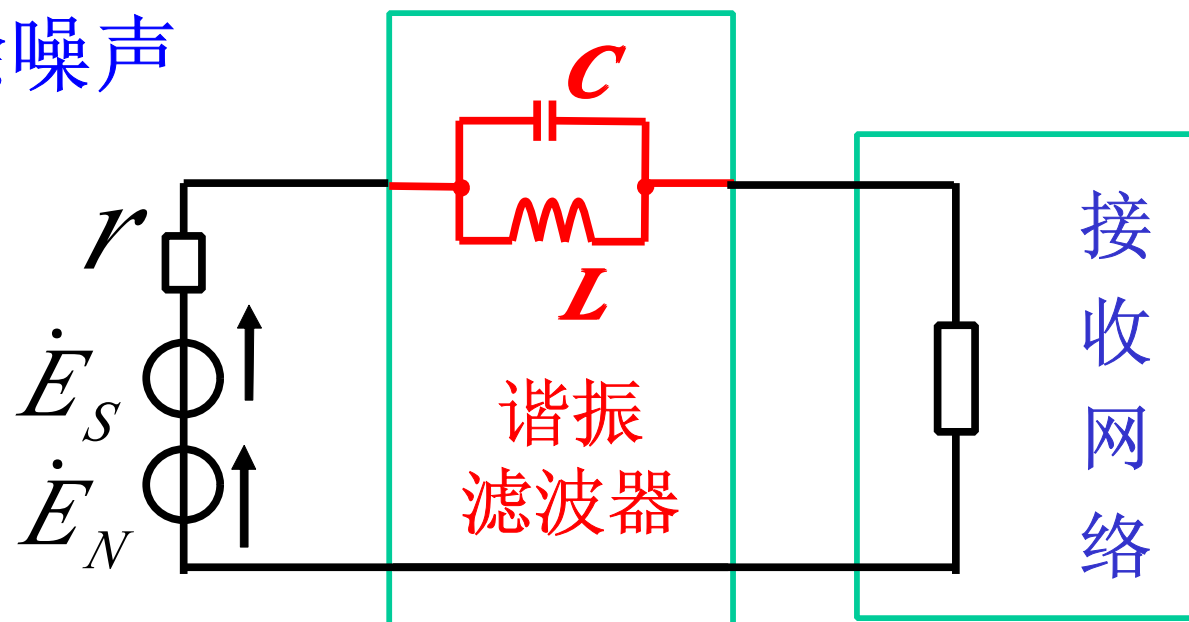
发生串联谐振时，分子 = 0 $\omega_{\text{串}} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C}}$

发生并联谐振时，分母 = 0 $\omega_{\text{并}} = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2) C}}$

谐振滤波器

利用谐振进行选频、滤波。

消除噪声



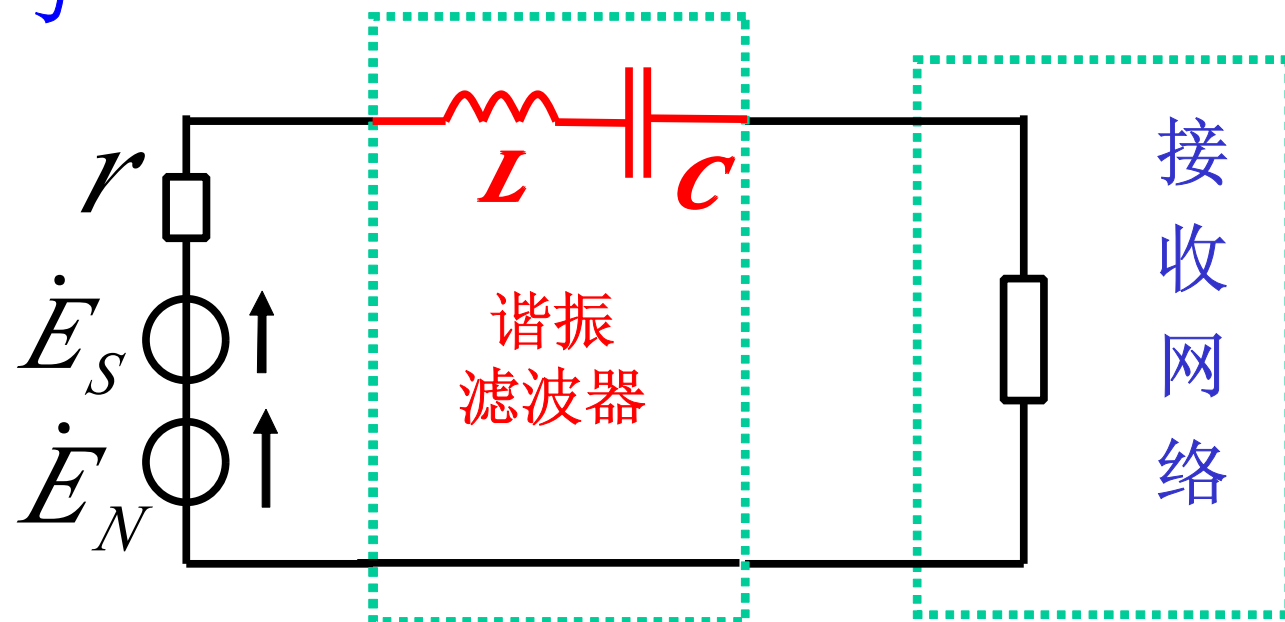
已知：

$$\begin{cases} \dot{E}_s(\omega_s) \text{---信号源} \\ \dot{E}_N(\omega_N) \text{---噪声源} \end{cases}$$

令滤波器工作在噪声频率下，即可消除噪声。

$$f_0 = f_N = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

提取信号



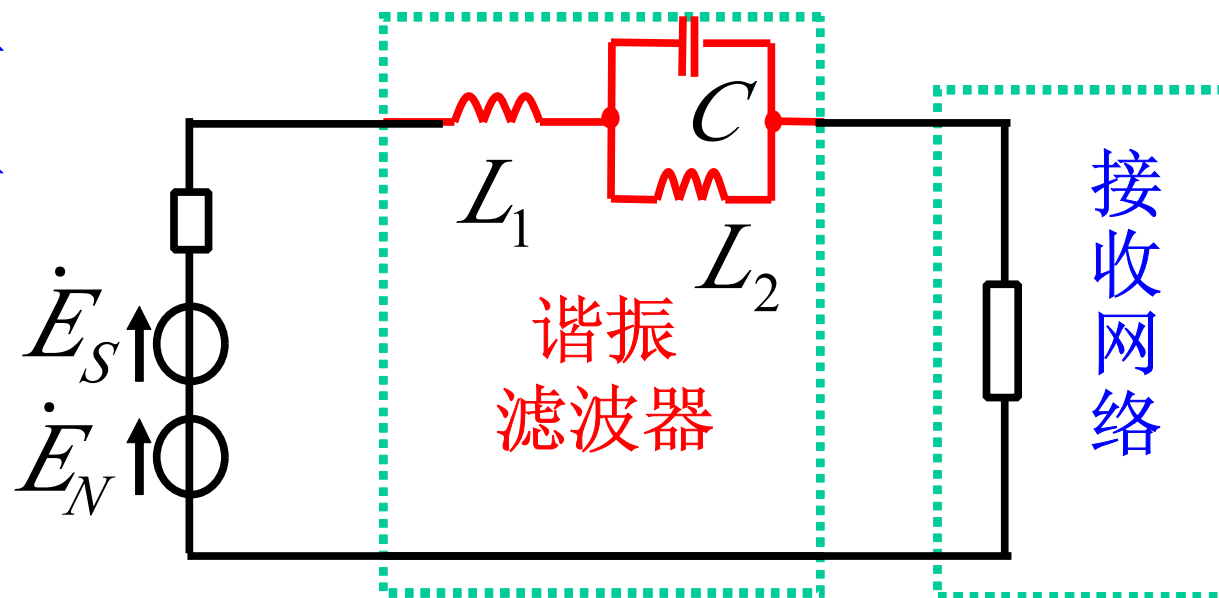
已知：

$$\begin{cases} \dot{E}_s(\omega_s) \text{---信号源} \\ \dot{E}_N(\omega_N) \text{---噪声源} \end{cases}$$

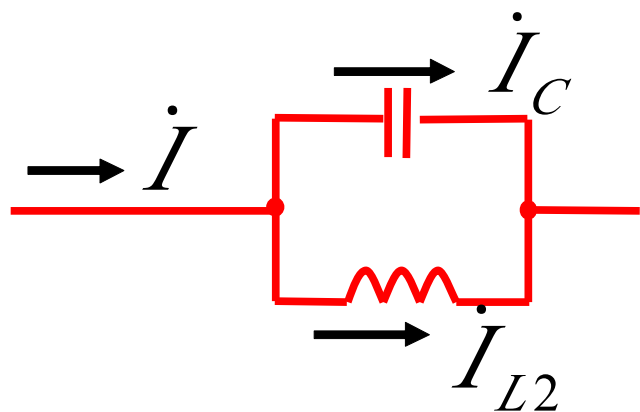
令滤波器工作在 f_s 频率下，
信号即可顺利地到达接收网络。

$$f_0 = f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

消除噪声
提取信号



分析（一）：抑制噪声



$$\text{令: } f_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}} = f_N$$

$\dot{E}_N$ 信号被滤掉了