四、谐波分析法

1. 应用傅里叶级数展开方法，将非正弦周期激励电压、电流或信号分解为一系列不同频率的正弦量之和；
2. 根据叠加定理，分别计算在各个正弦量单独作用下在电路中产生的同频率正弦电流分量和电压分量；
3. 把所得分量按时域形式叠加。

周期函数分解为傅里叶级数

一、周期函数

$$f(t)=f(t+kT)$$

T为周期函数$f(t)$的周期，

$k=0$，1，2，……

如果给定的周期函数满足狄里赫利条件，它就能展开成一个收敛的傅里叶级数。

电路中的非正弦周期量都能满足这个条件。

二、傅里叶级数的两种形式

1、第一种形式

$$
\begin{aligned}
f(t) &= a_0 + [a_1\cos(\omega_1 t) + b_1\sin(\omega_1 t)] \\
&\quad + [a_2\cos(2\omega_1 t) + b_2\sin(2\omega_1 t)] \\
&\quad + \cdots + [a_k\cos(k\omega_1 t) + b_k\sin(k\omega_1 t)] + \cdots \\
&= a_0 + \sum_{k=1}^{\infty}[a_k\cos(k\omega_1 t) + b_k\sin(k\omega_1 t)]
\end{aligned}
$$

系数的计算公式

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)dt$$

$$a_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos(k\omega_1 t)dt$$

$$= \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\cos(k\omega_1 t)dt$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(t)\cos(k\omega_1 t)d(\omega_1 t)$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\cos(k\omega_1 t)d(\omega_1 t)$$

$$
\begin{aligned}
b_k &= \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin(k\omega_1 t)dt \\
&= \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\sin(k\omega_1 t)dt \\
&= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(t)\sin(k\omega_1 t)d(\omega_1 t) \\
&= \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)\sin(k\omega_1 t)d(\omega_1 t)
\end{aligned}
$$

2、第二种形式

$$f(t) = A_0 + A_{1m}\cos(\omega_1 t + \psi_1)$$
$$+ A_{2m}\cos(2\omega_1 t + \psi_2)$$
$$+ \cdots + A_{km}\cos(k\omega_1 t + \psi_k) + \cdots$$
$$= A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{km}\cos(k\omega_1 t + \psi_k)$$

A0称为周期函数的恒定分量（或直流分量）；

$A_{1m}\cos(\omega_1 t + \psi_1)$称为**1**次谐波（或基波分量），其周期或频率与原周期函数相同；

其他各项统称为高次谐波，

即**2**次、**3**次、**4**次、**……**

3、两种形式系数之间的关系

第一种形式 $f(t)=a_0+\sum_{k=1}^{\infty}[a_k\cos(k\omega_1 t)+b_k\sin(k\omega_1 t)]$

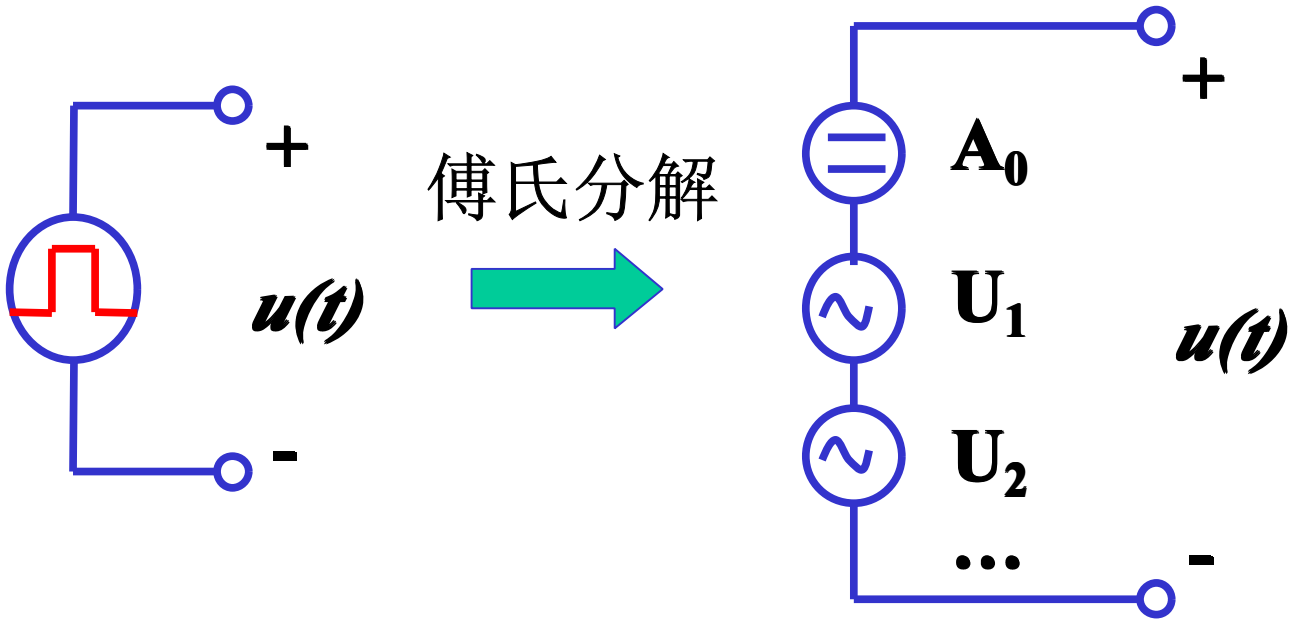
第二种形式 $f(t)=A_0+\sum_{k=1}^{\infty}A_{km}\cos(k\omega_1 t+\psi_k)$

$\mathbf{A_0=a_0}$ $\qquad A_{km}=\sqrt{a_k^2+b_k^2}$

$\boldsymbol{a_k=A_{km}}\cos\psi_k$ $\qquad \boldsymbol{b_k=-A_{km}}\sin\psi_k$

$$\psi_k=\arctan(\frac{-b_k}{a_k})$$

4、傅里叶分解式的数学、电气意义



分解后的电源相当于无限个电压源串联

对于电路分析应用的方法是

叠加定理

三、*f(t)*的频谱

傅里叶级数虽然详尽而又准确地表达了周期函数分解的结果，但不很直观。

为了表示一个周期函数分解为傅氏级数后包含哪些频率分量以及各分量所占“比重”，

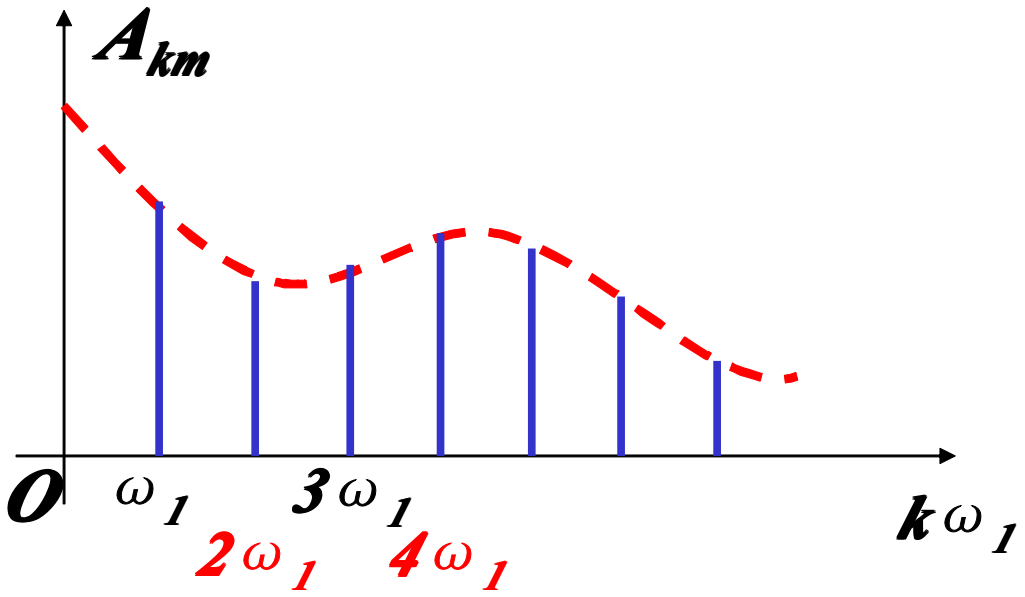
用长度与各次谐波振幅大小相对应的线段，

按频率的高低顺序把它们依次排列起来，

得到的图形称为*f(t)*的频谱。

1、幅度频谱

各次谐波的振幅用相应线段依次排列。



2、相位频谱

把各次谐波的初相用相应线段依次排列。