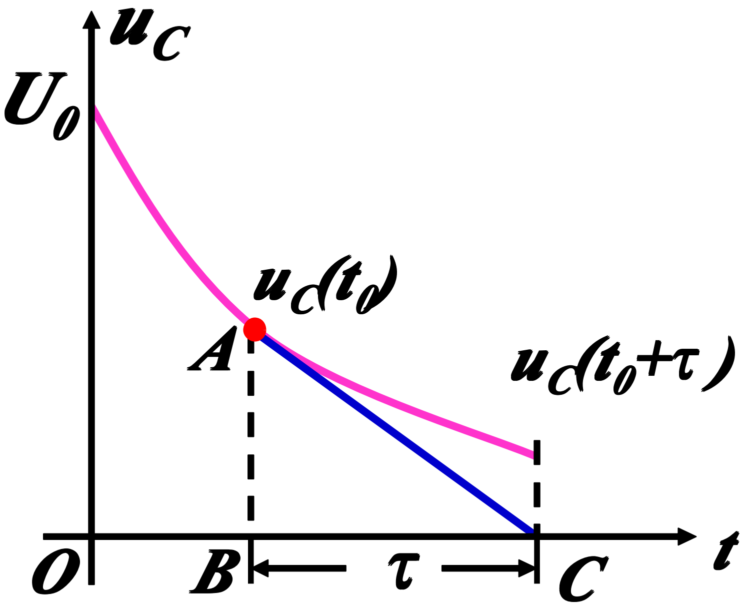
$$\because u_c(t_\circ+\tau)=U_0 e^{-\frac{t_\circ+\tau}{\tau}}=e^{-1}U_0 e^{-\frac{t_\circ}{\tau}}$$

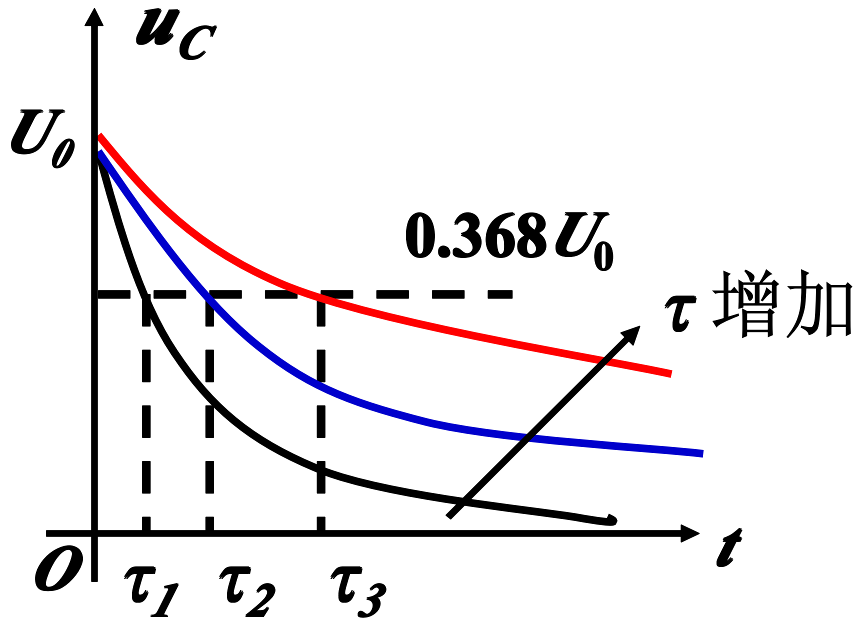
$$=\frac{1}{e}u_c(t_\circ)=0.368\ u_c(t_\circ)$$

- 即：零输入响应在任一时刻$\boldsymbol{t_0}$的值，经过一个时间常数$\boldsymbol{\tau}$后，衰减为原值的**36.8%**。
- 工程上：换路后经过**3 τ～5 τ**后，放电基本结束。

$$\left(\begin{array}{l} u_c(3\tau)=e^{-3}U_0=0.05\,U_0 \\ u_c(5\tau)=e^{-5}U_0=0.007\,U_0 \end{array}\right)$$

4、曲线：





u_c、u_R、i 的曲线上任意一点的次切距长度

$$\overline{BC} = \tau$$

τ 不同，衰减快慢也不同。

5、能量关系

C放电，C不断放能，电阻R不断耗能

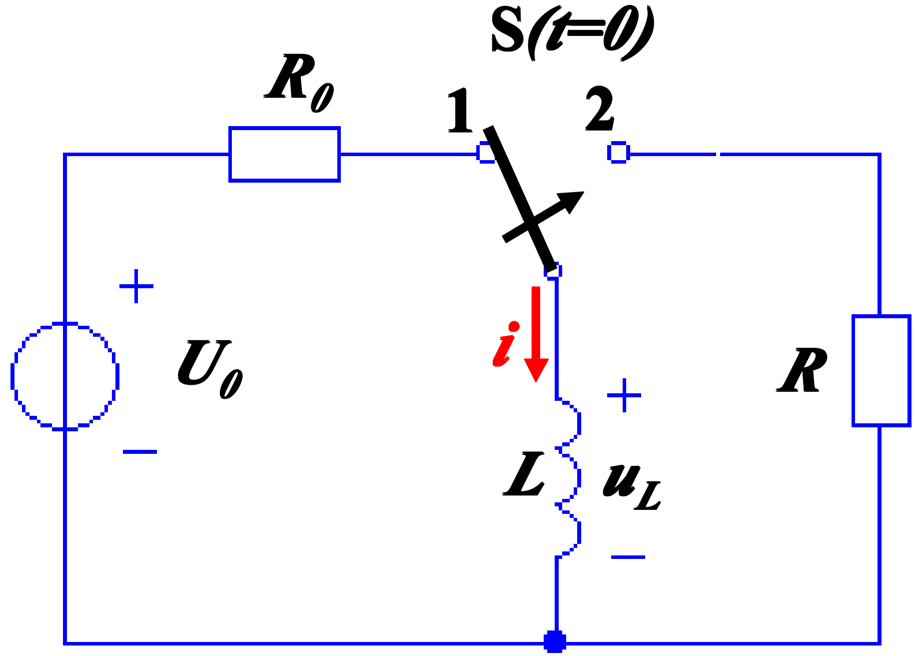
直至C上电场能量衰减为0。

$$W_R = \int_0^\infty i^2(t) R dt = \int_0^\infty \left(\frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}\right)^2 R dt$$

$$= \frac{U_0^2}{R} \int_0^\infty e^{-\frac{2t}{RC}} dt = -\frac{1}{2} C U_0^2 e^{-\frac{2t}{RC}} \Big|_0^\infty = \frac{1}{2} C U_0^2$$

三、*RL*电路的零输入响应

1、推导过程：



初始，**K**打开前 $(t \le 0)$

$$i_L(0_-) = I_0 = \frac{U_\circ}{R_\circ}$$

换路，**K**打开 $(t = 0)$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = I_0$$

$$t \ge 0_+ : L\frac{di}{dt} + iR = 0$$

求解一阶齐次微分方程：

令$\boldsymbol{i=Ae^{pt}}$　　则$\boldsymbol{(Lp+R)e^{pt}=0}$

特征方程：$\boldsymbol{Lp+R=0}$

得特征根　$p=-\dfrac{R}{L}$

$$\therefore i=Ae^{-\frac{R}{L}t}$$

由初始条件定A：

$$i_L(0_+)=I_0=Ae^{-\frac{R}{L}t}\Big|_{t=0_+}\Rightarrow A=I_0$$

解为：　$i(t)=I_0e^{-\frac{R}{L}t}$

2、结论：

$$\begin{cases} i(t) = i(0_+)e^{-\frac{R}{L}t} = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \\ u_R = iR = RI_0 e^{-\frac{R}{L}t} = RI_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \\ u_L = L\frac{di}{dt} = -RI_0 e^{-\frac{R}{L}t} = -RI_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \end{cases}$$

大小均按指数规律衰减，最终趋于0。

3、时间常数

$$\tau = \frac{L}{R}$$

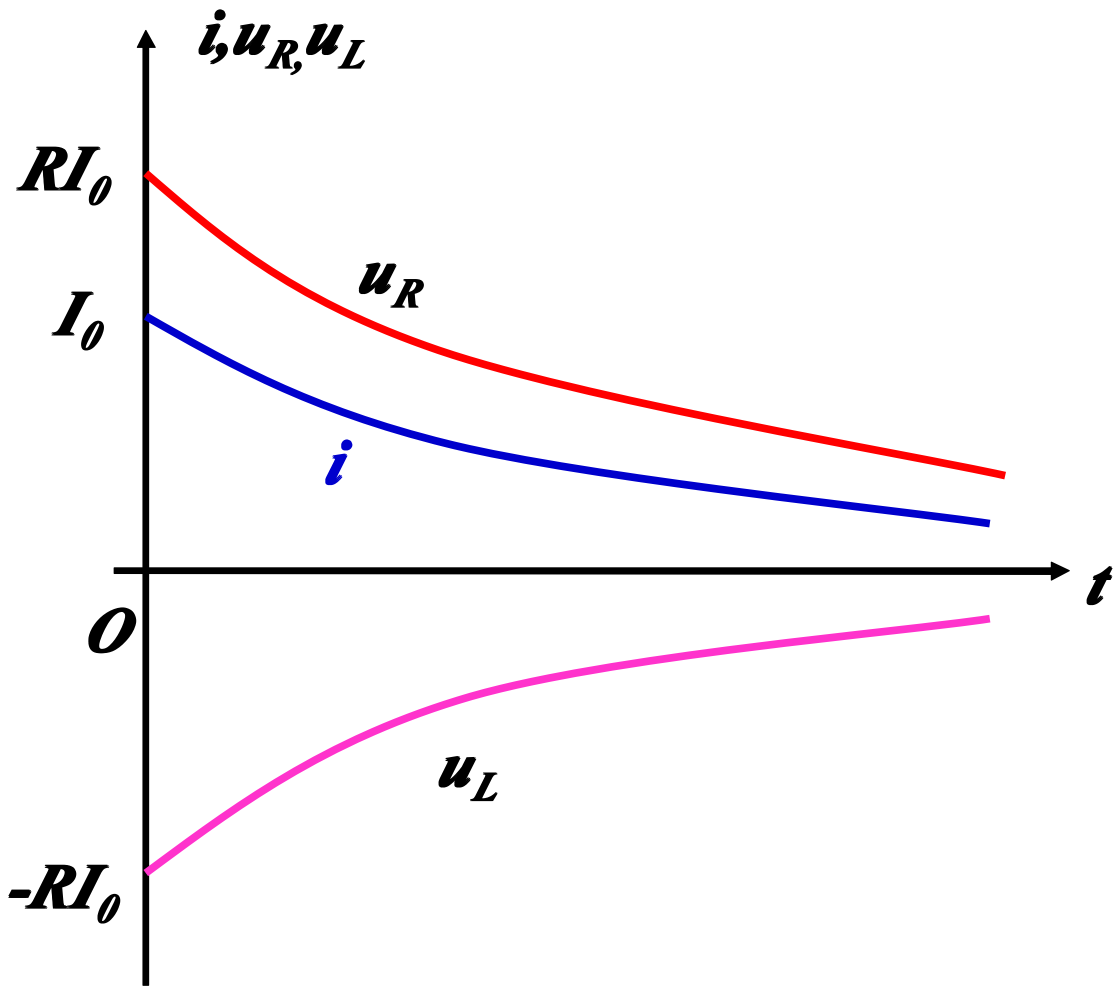
R大 τ小　　衰减快

R小 τ大　　衰减慢

与***RC***串联电路相反

$\left\{\begin{array}{l}C\text{：电压不能突变，}R\text{大，}i\text{小，电荷释放慢} \\ \boldsymbol{L}\text{：电流不能突变，}\boldsymbol{R}\text{大，}\boldsymbol{u}\text{大，释放热能快}\end{array}\right.$

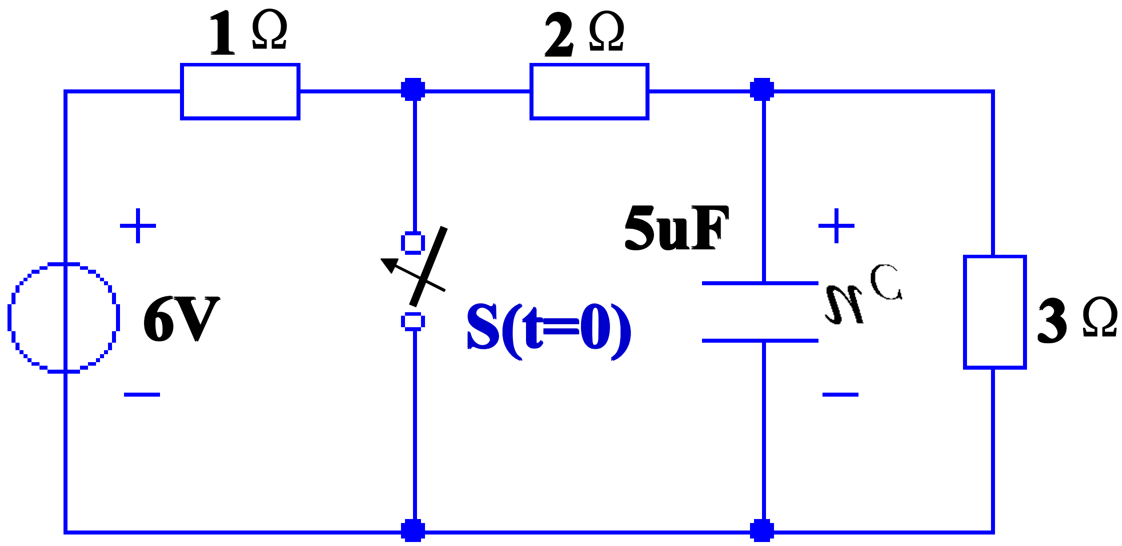
4、曲线：



5、能量关系：

L不断把储存的磁场能量放出，R不断吸收 并转化为热能，直至L上的磁场能量为0为止。

例：求电容两端电压。



解：$u_c(0+) = u_c(0-)$ =3V

$\tau = RC$ $\qquad$ $R = 2//3 = \frac{6}{5}\Omega$

$$\tau = RC = \frac{6}{5}\times 5\times 10^{-6} = 6\times 10^{-6} S$$

$$u_C = u_C(0+)e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad u_C = 3e^{-\frac{10^6}{6}t} V$$