冲激函数有如下两个主要性质

（1）单位冲激函数对时间的积分等于单位阶跃函数

$$\int_{-\infty}^{t} \delta(\xi)\, d\xi = \varepsilon(t)$$

（2）单位冲激函数的“筛分性质”

$$f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t)$$

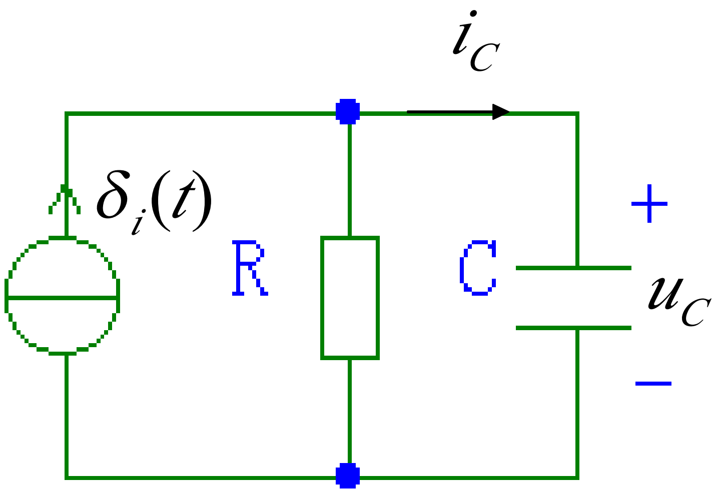
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t)dt = f(0)\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = f(0)$$

当把一个单位冲激电流 $\delta_i(t)$加到初始电压为零，且 C=**1F**的电容，

电容电压
$$u_C = \frac{1}{C}\int_{0-}^{0+}\delta_i(t)\,dt$$
$$= \frac{1}{C} = 1V$$

电容电压从零跃变到**1V**。

当冲激函数作用于零状态的一阶***RC***或***RL***电路，
电路中将产生相当于初始状态引起的零输入响应。



$$C\frac{du_C}{dt}+\frac{u_C}{R}=\delta_i(t),\ t\geq 0-$$

$$\int_{0-}^{0+}C\frac{du_C}{dt}dt+\int_{0-}^{0+}\frac{u_C}{R}dt=\int_{0-}^{0+}\delta_i(t)dt$$

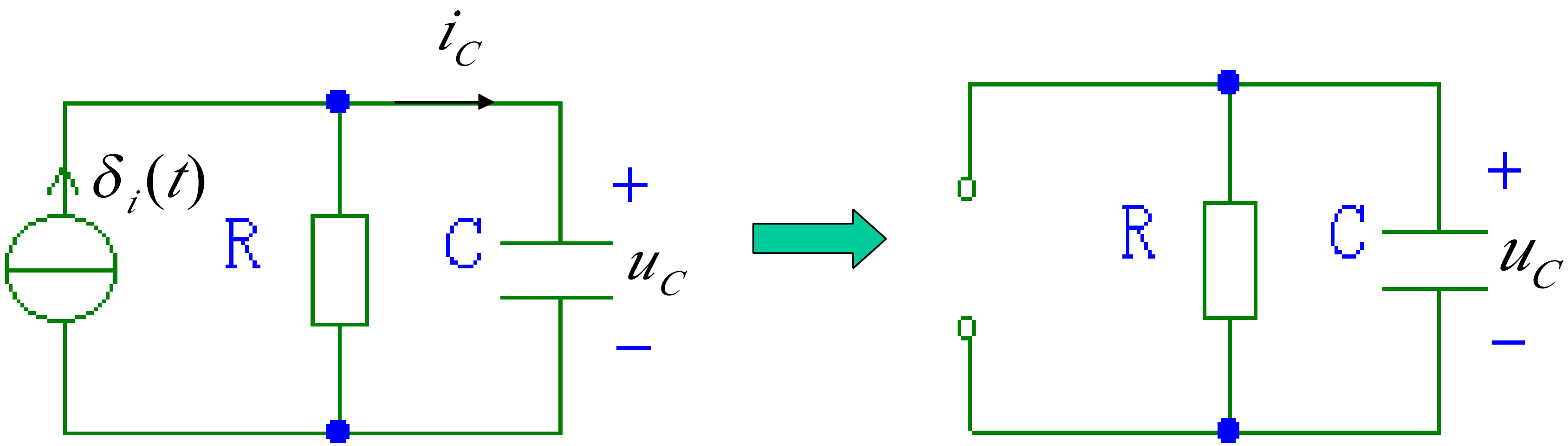
由于$\boldsymbol{u_C}$不可能为冲激函数，所以上式方程左边第二项的积分为零。

$$C[u_C(0+)-u_C(0-)]=1$$

$$u_C(0+)=\frac{1}{C}$$

当$t \geq 0+$时，

冲激电流源相当于开路，

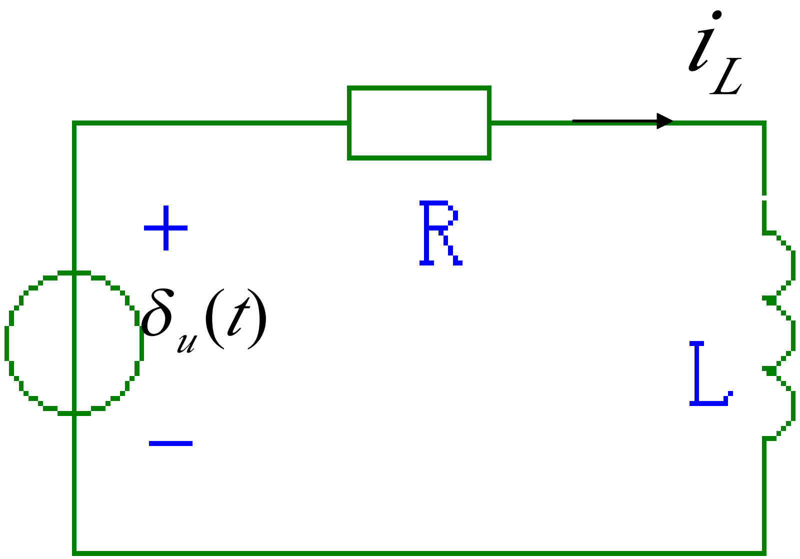


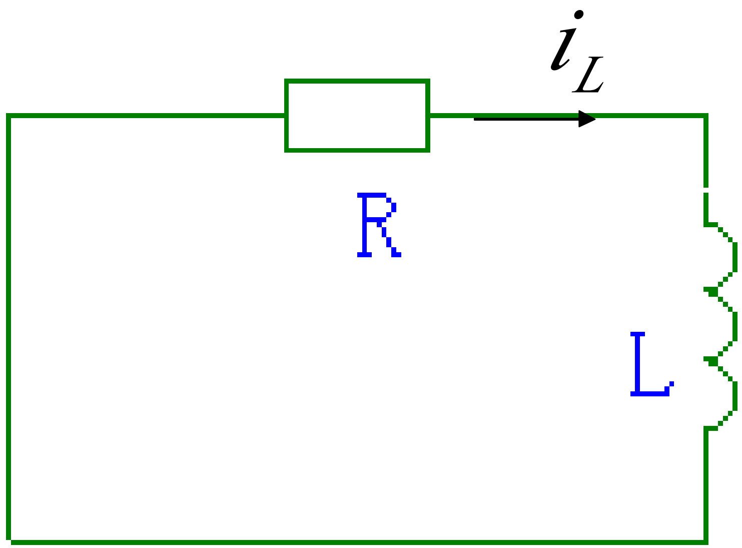
$$u_C = u_C(0+)e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{1}{C}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

式中 $\tau = RC$，为给定RC电路的时间常数。

用相同的分析方法，可求得下图所示**RL**电路在单位冲激电压 $\delta_u(t)$激励下的零状态响应。

$$i_L = \frac{1}{L} e^{-\frac{t}{\tau}}$$





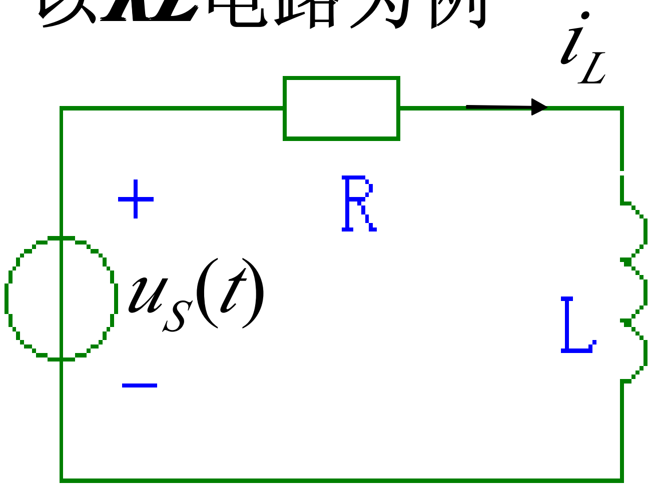
线性电路中阶跃响应与冲激响应之间也具有一个很重要关系。

如果以***s(t)***表示某电路的阶跃响应，而***h(t)***为同一电路的冲激响应，

则两者之间存在下列数学关系：

$$h(t)=\frac{ds(t)}{dt} \qquad\qquad s(t)=\int h(t)\,dt$$

以***RL***电路为例



零状态响应

阶跃响应 ***s(t)***	冲激响应 ***h(t)***
$u_S(t)=\varepsilon(t)$	$u_S(t)=\delta(t)$
$i_L=\frac{1}{R}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})\varepsilon(t)$	$i_L=\frac{1}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}\varepsilon(t)$

第六章
结束