

式(4.2.30)的卷积元素给出。

把图像复原问题简化为矩阵处理的结论看起来很合理。遗憾的是,并不是这么简单。例如,假定处理一个中等大小的图像,大小为 $M = N = 512$,那么式(5.9.1)的向量为 $262\,144 \times 1$ 维,矩阵 $\mathbf{H}$ 为 $262\,144 \times 262\,144$ 维。计算这样尺寸的向量和矩阵并不是一件简单的任务。由于 $\mathbf{H}$ 对噪声高度敏感,问题被进一步复杂化了(在前面两章中,对于噪声的影响我们已了解到,对此不会感到奇怪)。然而,公式化矩阵形式的复原问题要做复原技术的简化推导。

尽管我们不能完全地推导约束最小二乘方法,但这种方法在矩阵表示法中的确有它的根源。在本章的最后会给出参考资料,指出哪里有详细的推导。该方法的核心是 $\mathbf{H}$ 对噪声的敏感性问题。减少噪声敏感性问题的一种方法以平滑措施的最佳复原为基础,如一幅图像的二阶导数(“拉普拉斯变换”这位“老朋友”)。意味深长的是,复原必须被手边的参量约束。因此,我们期望的是找一个最小的准则函数 C ,定义如下:

$$C = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [\nabla^2 \hat{f}(x, y)]^2 \quad (5.9.2)$$

约束为:

$$\|\mathbf{g} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}}\|^2 = \|\boldsymbol{\eta}\|^2 \quad (5.9.3)$$

这里, $\|\mathbf{w}\|^2 \triangleq \mathbf{w}^T \mathbf{w}$ 是欧几里得矢量范数^①, $\hat{f}$ 是未退化图像的估计值。拉普拉斯算子 ∇^2 在式(3.7.1)中定义。

这个最佳化问题的频域解决方法由下面的表达式给出:

$$\hat{F}(u, v) = \left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \gamma |P(u, v)|^2} \right] G(u, v) \quad (5.9.4)$$

这里, γ 是一个参数,它必须被调整以使式(5.9.3)满足条件, $P(u, v)$ 是函数 $p(x, y)$ 的傅里叶变换。

$$p(x, y) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.9.5)$$

在 3.7.2 节介绍拉普拉斯算子时曾见过这个函数。 $p(x, y)$ 和所有其他相关的空间域函数,在用式(5.9.4)计算它们的傅里叶变换之前要用零进行适当的延拓,这正如 4.6.3 节讨论的那样。注意,当 γ 为 0 时,式(5.9.4)变为逆滤波。

例 5.14 维纳和最小二乘方滤波的比较

图 5.30 显示了用约束最小二乘方滤波处理图 5.29(a), (d) 和 (g) 的结果,其中, γ 被选择了很多值以便寻找最好的视觉效果。使用同样的过程来产生 5.29(c), (f), (i) 中维纳滤波的结果。比较约束最小二乘方滤波和维纳滤波的结果,我们发现前者对于高、中噪声情况下的处理稍有优势,而在低噪条件下两者差不多。当人为地选择参数以取得更好的视觉结果时,约束最小二乘方滤波器有可能要比维纳滤波器更好。参数 γ 在式(5.9.4)中是一个标量, K 在式(5.8.3)中是两个未知频域函数的近似比,比值很少是一个常数。所以,人为选择 γ 将得出未退化图像更准确的估计。

① 回顾一个带有 n 个元素的向量 $\mathbf{w}$, $\mathbf{w}^T \mathbf{w} = \sum_{k=1}^n w_k^2$, 这里, w_k 是 $\mathbf{w}$ 的第 k 个元素。

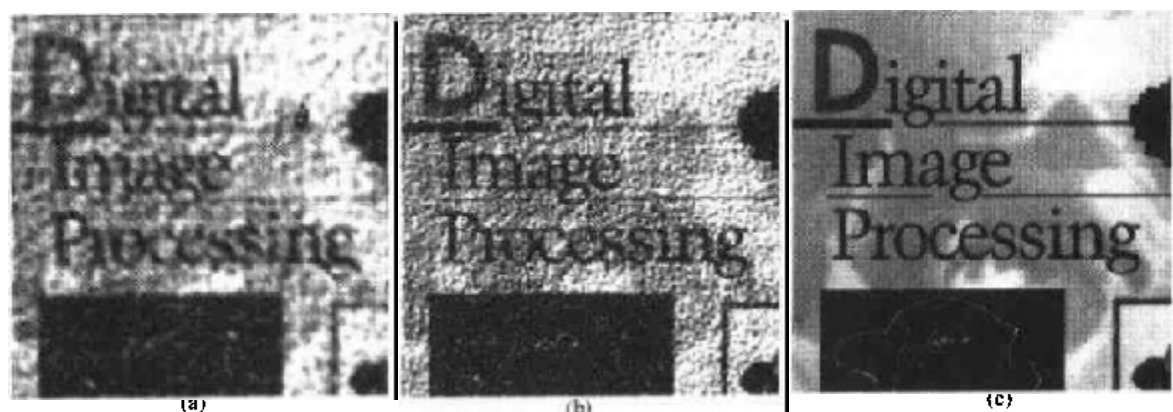


图 5.30 约束最小二乘方滤波的结果,用图 5.29(c),(f)和(i)中的结果分别与维纳滤波(a),(b),(c)相比较

如前面的例子所示,有可能交互地调整参量 γ ,直到取得可接受的结果。然而,如果对最优化感兴趣,那么参量 γ 必须调整,以便满足式(5.9.3)的约束。迭代计算 γ 遵循下面的过程。

定义一个“残数”向量 $\mathbf{r}$:

$$\mathbf{r} = \mathbf{g} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}} \quad (5.9.6)$$

因为由式(5.9.4)的解可知, $\hat{\mathbf{f}}(u, v)$ (即隐含的 $\hat{\mathbf{f}}$) 是 γ 的函数,所以 $\mathbf{r}$ 也是该参数的函数。如下所示(Hunt[1973]):

$$\begin{aligned} \phi(\gamma) &= \mathbf{r}^T \mathbf{r} \\ &= \|\mathbf{r}\|^2 \end{aligned} \quad (5.9.7)$$

它是 γ 的单调递增函数。这里要做的是调整 γ ,以便:

$$\|\mathbf{r}\|^2 = \|\boldsymbol{\eta}\|^2 \pm a \quad (5.9.8)$$

这里, a 是一个精确的因数。在式(5.9.6)看来,如果 $\|\mathbf{r}\|^2 = \|\boldsymbol{\eta}\|^2$,那么式(5.9.3)的约束就完全满足了。

因为 $\phi(\gamma)$ 是单调的,寻找满足要求的 γ 值并不难。一种途径是:

1. 指定初始 γ 值
2. 计算 $\|\mathbf{r}\|^2$
3. 如果式(5.9.8)满足,则停止;否则如果 $\|\mathbf{r}\|^2 < \|\boldsymbol{\eta}\|^2 - a$,增加 γ ,或者如果 $\|\mathbf{r}\|^2 > \|\boldsymbol{\eta}\|^2 + a$,则减少 γ ,并回到第 2 步。使用 γ 的新值,通过式(5.9.4)重新计算最佳估计值 $\hat{\mathbf{f}}(u, v)$ 。

其他的方法,譬如牛顿-拉弗森算法,也可用于改进收敛速度。

为了使用这一算法,需要量化 $\|\mathbf{r}\|^2$ 和 $\|\boldsymbol{\eta}\|^2$ 的值。要计算 $\|\mathbf{r}\|^2$,从式(5.9.6)得:

$$R(u, v) = G(u, v) - H(u, v)\hat{\mathbf{f}}(u, v) \quad (5.9.9)$$

由此,可以通过计算 $R(u, v)$ 的傅里叶反变换得到 $r(x, y)$ 。然后,

$$\|\mathbf{r}\|^2 = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} r^2(x, y) \quad (5.9.10)$$

计算 $\|\boldsymbol{\eta}\|^2$,可以得出重要的结果。首先,对于整幅图像上的噪声方差,可以使用取样平均的方法估计:

$$\sigma_{\eta}^2 = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [\eta(x, y) - m_{\eta}]^2 \quad (5.9.11)$$

这里,

$$m_{\eta} = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \eta(x, y) \quad (5.9.12)$$

是样本均值。参考式(5.9.10),注意到式(5.9.11)的双求和等于 $\|\eta\|^2$ 。这给出了如下表达式:

$$\|\eta\|^2 = MN[\sigma_{\eta}^2 - m_{\eta}] \quad (5.9.13)$$

这是非常有用的结果,它告诉我们,可以仅仅用噪声均值和方差的知识执行最佳复原算法。这些值并不难估计(见 5.2.4 节),这时要假定噪声和图像灰度值不相关。这是本章讨论的所有方法的一个基本假设。

例 5.15 最佳约束最小二乘方的迭代估计

图 5.31(a)显示了使用刚才描述的算法,为复原图 5.25(b)估计最佳滤波器得到的结果。所用的初始值 γ 是 10^{-5} ,调整 γ 的校正因子是 10^{-6} , a 是 0.25。用于产生图 5.25(a)的指定噪声参数相同:噪声的方差是 10^{-5} ,均值为 0。复原结果几乎与图 5.28(c)一样好,它是由维纳滤波得到的结果,其中,人为调整 K 以产生最好的视觉效果。图 5.31(b)显示了使用估计错误的噪声参数时会发生的情况。在这种情况下,指定的噪声方差为 10^{-2} ,并且均值保留为 0。其结果有相当大的模糊。

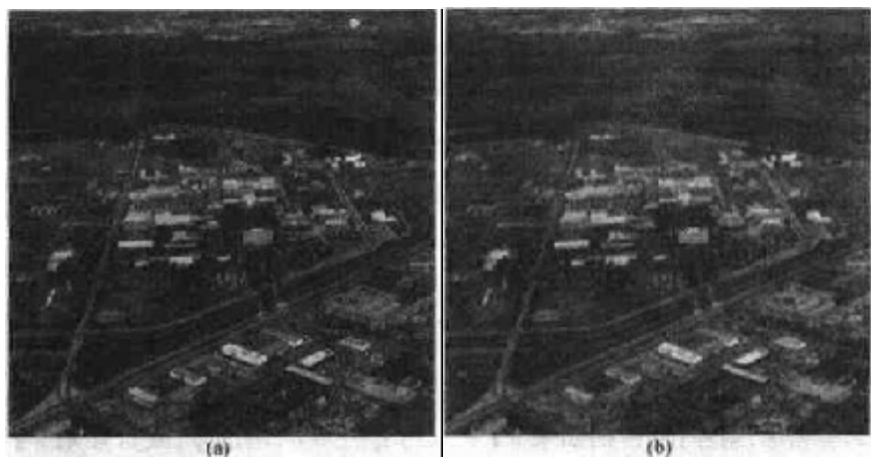


图 5.31 (a)用正确的噪声参数迭代地确定约束最小二乘方,对图 5.16(b)进行复原,(b)用错误的噪声参数得到的结果

正如本章开始指出的那样,约束最小二乘方意义下的最佳复原在视觉效果上并不意味着最好。根据退化和噪声的性质及大小,算法中交互地确定最佳估计的其他参数,在最终结果中也起到很重要的作用。通常,自动确定复原滤波器相比人为调整滤波器参数的复原结果要差。特别是约束最小二乘方滤波器完全由单一的标量参数来决定时更是如此。

5.10 几何均值滤波

在5.8节中讨论了维纳滤波器,可以把它稍微加以普遍化。普遍化时采用几何均值滤波器的形式。

$$\hat{F}(u, v) = \left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2} \right]^\alpha \left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \beta \left[\frac{S_g(u, v)}{S_f(u, v)} \right]} \right]^{1-\alpha} G(u, v) \quad (5.10.1)$$

α, β 是正的实常数。几何均值滤波器由两个括号内的幂次分别为 α 和 $1 - \alpha$ 的表达式组成。

当 $\alpha = 1$ 时,滤波退化为逆滤波;当 $\alpha = 0$ 时,变成所谓的参数维纳滤波;当 $\beta = 1$ 时,退化为标准的维纳滤波。如果 $\alpha = 1/2$,滤波器变成相同次幂的两个量的积,这是几何均值的定义,这样就给出了这种滤波器的命名。当 $\beta = 1, \alpha$ 减到 $1/2$ 以下时,滤波的性能越来越接近逆滤波。当 α 增加到 $1/2$ 以上时,越来越接近维纳滤波。当 $\alpha = 1/2, \beta = 1$ 时,滤波器还是通常的谱均衡滤波器。式(5.10.1)对实现复原滤波器非常有用,因为它确实表示了合并为一个表达式的滤波器族。

5.11 几何变换

在本章的最后介绍一下用于图像复原的几何变换。不像迄今为止讨论过的技术,几何变换可在一幅图像中的像素间修改空间联系。几何变换通常又叫做橡皮片变换,因为它们可以被看做在一片橡皮片上打印图像,然后根据预先确定的规则拉伸这个橡皮片的过程。

在数字图像处理中,几何变换由两个基本操作组成:(1)一个空间变换,它定义了图像平面上像素的重新安排;(2)灰度级插补,它处理空间变换后图像中像素灰度级的赋值。在下面的部分讨论这些基础概念和它们在图像复原中的应用。

5.11.1 空间变换

假设一幅图像 f , 像素点坐标为 (x, y) , 经过几何失真产生了一幅图像 g , 像素点坐标为 (x', y') 。这个变换可以表示为:

$$x' = r(x, y) \quad (5.11.1)$$

$$y' = s(x, y) \quad (5.11.2)$$

这里, $r(x, y)$ 和 $s(x, y)$ 是空间变换,产生了几何失真图像 $g(x', y')$ 。例如,如果 $r(x, y) = x/2$, $s(x, y) = y/2$, 则失真后的图像只是简单地在两个空间方向上将 $f(x, y)$ 的尺寸收缩为一半。

如果 $r(x, y)$ 和 $s(x, y)$ 在解析分析中为已知,理论上可以用相反的变换从失真图像 $g(x', y')$ 复原 $f(x, y)$ 。然而,在实践中,公式化一个解析函数 $r(x, y)$ 和 $s(x, y)$ 的集合是不可能的,这些解析函数描述了整个图像平面上的几何失真过程。最常用的克服这一困难的方法是用“连接点”表达像素的空间重定位,这些点是像素的子集,它们在输入(失真的)和输出(校正的)图像中的位置是精确已知的。

图5.32显示了在失真和相应的校正图像中的四边形区域,四边的顶点是相应的“连接点”。假设四边形区域中的几何变形过程用双线性方程对来建模,即:

$$r(x, y) = c_1 x + c_2 y + c_3 xy + c_4 \quad (5.11.3)$$

$$s(x, y) = c_5 x + c_6 y + c_7 xy + c_8 \quad (5.11.4)$$

从式(5.11.1)和式(5.11.2),可知:

$$x' = c_1 x + c_2 y + c_3 xy + c_4 \quad (5.11.5)$$

$$y' = c_5 x + c_6 y + c_7 xy + c_8 \quad (5.11.6)$$

因为总共有 8 个已知的“连接点”,这些方程可以解出 8 个系数, $c_i, i = 1, 2, \dots, 8$ 。这些系数构成了用于变换四边形区域内所有像素的几何失真模型,该四边形是由导出系数的“连接点”定义的。通常,需要足够多的连接点以产生覆盖整个图像的四边形集,每一个四边形都有它自己的系数集。

一旦有了系数,产生校正(即,复原)图像就不困难了。如果想找到非失真图像在任意点 (x_0, y_0) 的值,需要简单地知道 $f(x_0, y_0)$ 在非失真图像中的什么地方被映射。为此,可以把 (x_0, y_0) 代入

式(5.11.5)和式(5.11.6)得到几何失真坐标 (x'_0, y'_0) 。在无失真图像中被映射到 (x'_0, y'_0) 点的值是 $g(x'_0, y'_0)$ 。这样,简单地令 $\hat{f}(x_0, y_0) = g(x'_0, y'_0)$,就得到了复原图像的值。例如,为产生 $\hat{f}(0, 0)$,可以把 $(x, y) = (0, 0)$ 代入式(5.11.5)和式(5.11.6),得到坐标对 (x', y') 。然后,令 $\hat{f}(0, 0) = g(x', y')$,这里, x' 和 y' 是刚才得到的坐标值。下一步,把 $(x, y) = (0, 1)$ 代入式(5.11.5)和式(5.11.6),从这些公式得到另一对值 (x', y') ,并对于坐标值令 $f(0, 1) = g(x', y')$ 。该过程逐像素和逐行地继续直到得到整个阵列,其尺寸不大于图像 g 的尺寸。按列扫描(而不是行)将得到相同的结果。并且,为了使用合适的系数,需要系统的记录过程,以追踪在给定像素位置的四边形。

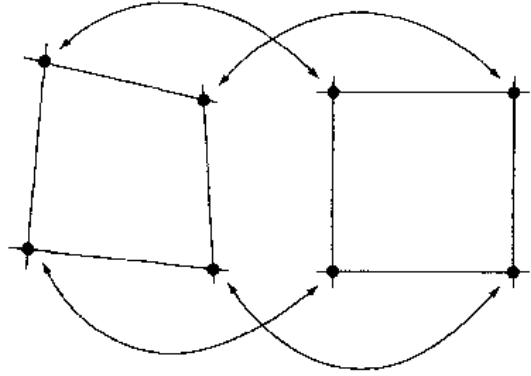


图 5.32 两图像区相应的“连接点”

连接点根据其应用可用多种不同技术建立。例如,一些图像生成系统有物理的人为缺陷(如金属点),镶嵌在图像传感器上。这产生了一个已知点集(叫做网状标记),在图像被获取时直接镶在图像上。如果图像由于一些其他处理(如图像显示或图像重建处理)失真了,图像可以用刚才讨论的技术校正。

5.11.2 灰度级插补

前面一节讨论的方法遍历坐标 (x, y) 的整数值得到复原图像 $\hat{f}(x, y)$ 。然而,根据系数 c_i 的值,式(5.11.5)、式(5.11.6)能产生非整数的 x', y' 值。因为失真图像 g 是数字的,它的像素值只定义在整数坐标。因此,对 x', y' 用非整数值会导致一个到 g 位置的映射,在这些位置没有灰度定义,所以有必要基于整数坐标的灰度值去推断那些位置的灰度值。用于完成该任务的技术叫做灰度级插补。

最简单的灰度级插补是最近邻域法。这种方法也叫做零阶内插,如图 5.33 所示。该图显示了:(1)借助于式(5.11.5)和式(5.11.6)把整数坐标 (x, y) 映射到分数坐标 (x', y') ; (2)与 (x', y') 相邻的最接近整数坐标的选择; (3)为这些最接近的坐标赋以位于 (x, y) 处的像素灰度值。虽然最近邻域内插实现上很简单,但这个方法经常有产生不希望的人为斑点的缺点,如

高分辨率图像直边的扭曲。可以用更完善的技术得到较平滑的结果,例如,立方卷积内差。这种技术为了在任何希望的点得到较平滑的灰度估计,通过大得多的邻域(比如 16)拟合 $\sin(z)/z$ 的表面。要求更平滑近似的典型应用领域是三维图形学(Watt[1993])和医学成像(Lehman 等[1999])。更平滑的近似所付出的代价是附加的计算开销。对于通常目的图像处理,双线性内插法很实用,该方法用 4 个最近邻点。这个方法很简单;因为非整数坐标对 (x', y') 的 4 个整数最近邻点的灰度级都是已知的,定义在这些坐标上的灰度级 $v(x', y')$ 用下面的关系从它的邻点值被插补。

$$v(x', y') = ax' + by' + cx'y' + d \quad (5.11.7)$$

这里,4 个系数很容易从用 (x', y') 4 个已知邻点写出的含 4 个未知数的 4 个方程确定。当确定这些系数后,计算 $v(x', y')$,并且这个值被赋给 $f(x, y)$ 中的位置,这就是到位置 (x', y') 的空间映射。用图 5.33 可视化这一过程很容易。一个例外是,不是使用 (x', y') 最近邻点的灰度级,而是实际上在 (x', y') 点内插一个值,并用这个值在 (x, y) 点赋灰度级。

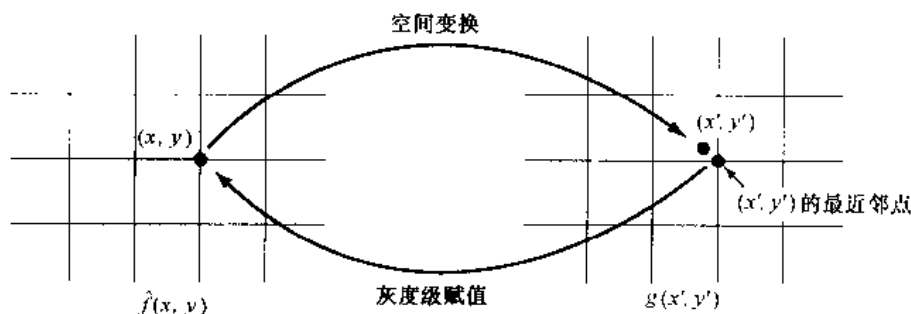


图 5.33 基于最近邻点概念的灰度级插补

例 5.16 几何变换的说明

图 5.34(a)显示了一幅具有 25 个等间隔连接点(图像中重点加强的点以增强可见性)的图像。图 5.34(b)显示了引起几何失真的连接点安排。结合式(5.11.5)和式(5.11.6)并参考讨论过的过程,这些方程的系数是从未失真坐标到失真坐标的映射。一旦系数已知,我们就有了一个模型,可以畸变一幅图像(为了说明)或者可以复原一幅图像,该图像是在由一组系数定义的条件下的几何失真。

假设要失真图 5.34(a)的图像。可以简单地将该幅图像的任何像素 (x_0, y_0) 的值代入式(5.11.5)和式(5.11.6),产生相应的坐标 (x'_0, y'_0) ,并四舍五入为最接近的整数值。失真图像在那一点的值由 $g(x'_0, y'_0) = f(x_0, y_0)$ 给出,或者可以用 (x_0, y_0) 邻域中的 f 值的灰度内插。这是描述过的关于式(5.11.5)和式(5.11.6)的相同处理过程。这里简单地反向应用它。

用刚才讨论的方法失真图 5.34(a)的结果示于图 5.34(c)中。这里,应用了最近邻点灰度赋值方法。注意,这是不成功的严重失真。如果这是给定的图像,可以用讨论过的与式(5.11.5)和式(5.11.6)相联系的方法和在 5.11.2 节讨论过的灰度赋值技术。这一过程的结果示于图 5.34(d),并再次使用了最近邻点灰度赋值方法。注意,几何校正是可接受的,但是在灰度级赋值上有大量明显的错误,特别是沿着灰和黑区域间的边界处。图 5.34(e)和(f)显示了同样的实验序列,但是使用了双线性内插法。可以看到在灰和黑

区域间的边界处的改进特别明显。

刚才讨论的图像是有规律的,并且在尖锐的边界中没有多少灰度级,几乎任何类型的几何失真都会导致明显的退化。当图像有较多的纹理时,几何校正错误变得不太明显了。例如,考虑图 5.35。图 5.35(b)是图 5.35(a)以图 5.34(e)相同的方式几何失真的结果。图 5.35(b)的这一失真近于不可见。图 5.35(a)和(b)间的差别很重要,如图 5.35(c)所示的差别图像。它们是不可见的,因为在图像中有纹理的变化。最后,图 5.35(d)显示了几何校正过的图像。这幅图像与原始图像的质量相同。

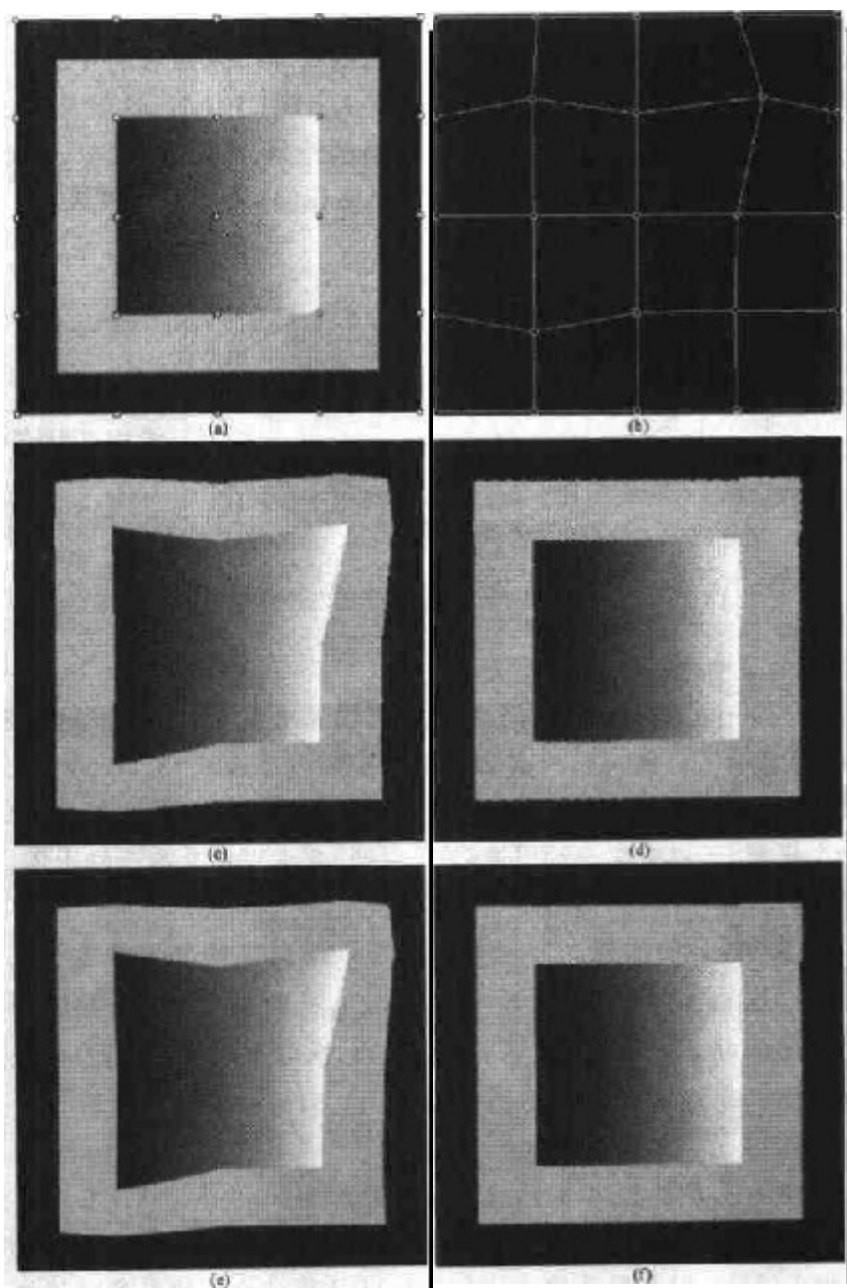


图 5.34 (a)显示连接点的图像,(b)几何失真后的连接点,(c)用最近邻点内插失真的图像,(d)复原结果,(e)使用双线性内插的失真图像,(f)复原图像

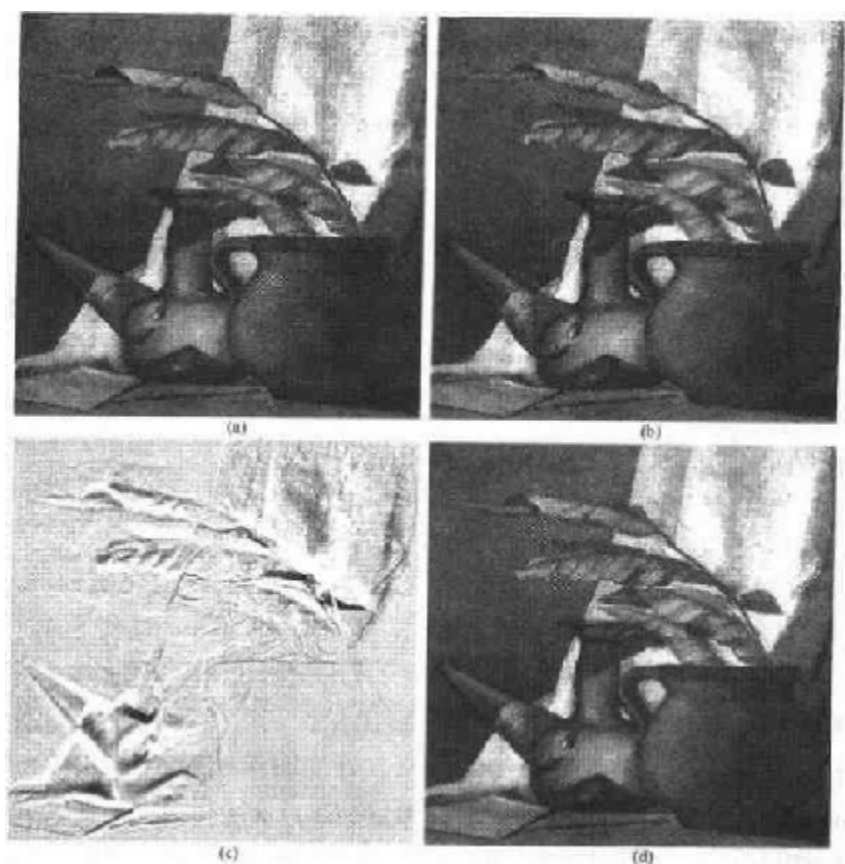


图 5.35 (a)几何失真前的图像,(b)用与图 5.34 (e) 相同的参数几何失真的图像,(c)(a)和(b)间的差,(d)几何复原的图像

小结

这一章的主要结果建立在假定图像退化为线性的位置不变过程并带有加性噪声的模型,噪声与图像值无关。甚至当这些假设并不完全符合时,用前几章开发的方法得到有用的结果也常常是可能的。

在这一章推导的复原技术基于各种最佳准则。在此文中“最佳”一词的使用涉及到严格的数学概念,而不是人类视觉系统的最佳响应。事实上,对于视觉感知知识的缺乏妨碍了图像复原问题的一般表达,图像复原问题要考虑观察者的爱好与能力。在这些限制条件下,本章介绍的概念的优势是基础方法的发展,它有合理的预测能力和坚实的基础知识的支持。

第3节和第4节中的一般复原任务(比如随机噪声减少)是在空间域使用卷积模板来执行的。我们也发现频域对减少周期性噪声和对某些重要的退化建模(如在图像获取时由运动导致的模糊)也是很理想的。并且,对于表达复原滤波器,如维纳和约束最小二乘方滤波器,频域也是很有用的工具。

第4节提到过,频域对实验提供了一个直觉、可靠的基础。一旦对于给定的应用令人满意的一种滤波方法被发现,其实现通常是通过设计一个数字滤波器在频域近似解决来执行的,在计算机或专用的硬件/固件系统中运行速度要快得多。数字滤波器的设计超出了本书的范围,

但是这一课题的很多参考书都包括在下面的部分中。

参考资料

在 5.1 节提供的线性退化模型方面的其他读物可见 Castleman[1996]和 Pratt[1991]的著述。Peebles[1993]的论著提供了噪声概率密度函数及其特性的一般水平的概括(5.2 节)。由 Papoulis[1991]所写的书更深入、更详细地概括了这些概念。5.3 节的参考材料有 Umbaugh[1998], Boie 和 Cox[1992]的书籍, Hwang 和 Haddad[1995], Wilburn[1998], Eng 和 Ma[2001]的书籍。自适应滤波器设计的一般领域对于 5.3 节中所讨论的自适应滤波器是一个很好的背景。由 Haykin[1996]所著的书籍对这一题目进行了很好的介绍。5.4 节介绍的滤波器是第 4 章材料的直接延伸。对于 5.5 节材料的其他读物可见 Rosenfeld 和 Kak[1982]及 Pratt[1991]的著述。

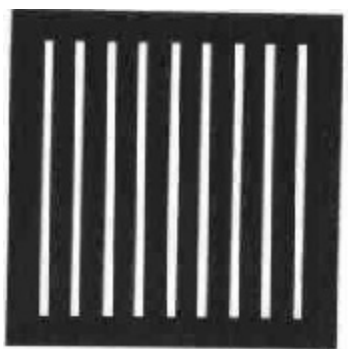
估计退化函数的课题(5.6 节)是当前一个有趣的领域。估计退化函数的早期技术由 Andrews 和 Hunt[1977], Rosenfeld 和 Kak[1982], Bates 和 McDonnell[1986]及 Stark[1987]给出。因为退化函数很少能精确知道,过去一些年有大量的技术被提出,其中,强调了特殊复原。例如, Geman 和 Reynolds[1992], Hum 和 Jennison[1996]提出保护灰度尖锐过渡以加强尖锐化, Boyd 和 Meloche[1998]集中于退化图像中的细小物体复原。处理图像模糊技术的例子是 Yitzhaky 等人[1998], Harikumar 和 Bresler[1999], Mesarović[2000]及 Giannakis 和 Heath[2000]的著述。序列图像的复原也是考虑的重点。由 Kokaram[1998]所著的书籍提供了这一领域很好的基础。

对于 5.7 节到 5.10 节讨论的滤波方法,这些年在图像处理方面的书籍和论文中已用各种方法进行了解释。有两个主要方法作为这些滤波器的开发基础。一个是使用矩阵理论基于通常的表示法,如 Andrews 和 Hunt[1977]的介绍。这个方法精致而通用,但是对于新涉猎该领域的人来说比较困难,因为它缺乏直观性。直接基于频率域的方法(在这一章所遵循的方法)对于初次接触复原的人来说通常比较容易,但是缺少矩阵方法统一的数学严谨性。两种方法可达到相同的结果,但是根据我们教授这些材料的经验,初涉这一领域的学生更喜欢后一种方法。对于 5.7 节到 5.10 节讲解的滤波概念的补充读物是 Castleman[1996], Umbaugh[1998], Petrou 和 Bosdogianni[1999]的著述。最后的参考书在二维频率域滤波器和相应的数字滤波器之间提供了很好的联系,二维数字滤波器的设计见 Lu 和 Antoniou[1992]的著述。虽然在本章没有包括其内容,但计算机化的轴向形态学领域有时作为复原的课题也被包括进来。对这一领域, Kak 和 Slaney[2001]给出了全面的介绍。5.11 节进一步的基本读物见 Sonka 等人[1999]的著述。Unser 等人[1995]和 Carey 等人[1999]的论文也很重要。

习题

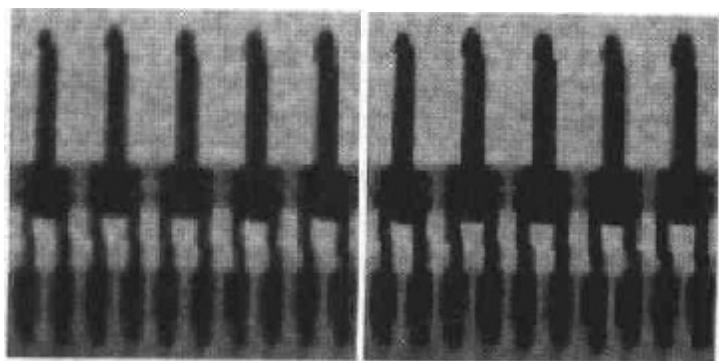
★5.1 图中的白条是 7 像素宽, 210 像素高。两个白条之间的宽度是 17 像素, 当应用下面的处理时图的变化结果是什么?

- (a) 3×3 算术均值滤波。
- (b) 7×7 算术均值滤波。
- (c) 9×9 算术均值滤波。



注意:这个问题及跟随它的一个关系到滤波图像的问题看来有些麻烦。然而,它们值得尝试,因为它们可帮助理解这些滤波器如何工作。理解了特殊图像滤波效果之后,回答可以是简短的关于结果图像的描述。例如,“结果图像将由3个像素宽,206个像素高的白条组成”。一定要描述白条的任何变形,例如,圆角。可以忽略边界影响,其中模板只部分地包含图像像素。

- 5.2 用几何均值滤波重复习题5.1的问题。
- ★5.3 用谐波均值滤波重复习题5.1的问题。
- 5.4 用逆谐波均值滤波($Q=1$)重复习题5.1的问题。
- ★5.5 用逆谐波均值滤波($Q=-1$)重复习题5.1的问题。
- 5.6 用中值滤波重复习题5.1的问题。
- ★5.7 用最大值滤波重复习题5.1的问题。
- 5.8 用最小值滤波重复习题5.1的问题。
- ★5.9 用中点滤波重复习题5.1的问题。
- 5.10 所示的是从顶部提取的两个子图像,分别是图5.7(c)和(d)的右上角图像,左边的子图像是使用尺寸为 3×3 的算术均值滤波器的结果,另一个使用了同样尺寸的几何均值滤波器。
- ★(a) 解释为什么用几何均值滤波的子图像有一点模糊。提示:用一维阶跃边缘剖面图分析(见图3.38的例子)。
- (b) 解释为什么右边图像的黑色部分更粗了?



5.11 根据式(5.3.6)给出的逆谐波滤波回答下列问题:

- (a) 解释为什么当 Q 是正值的时候滤波对去除“胡椒”噪声有效?
- (b) 解释为什么当 Q 是负值的时候滤波对去除“盐”噪声有效?