

4.12 盲自适应多用户检测

本节以无线通信中码分多址 (CDMA) 系统为例, 介绍如何应用广义旁瓣对消器和自适应滤波算法实现 CDMA 的盲多用户检测, 并比较 LMS、RLS 和 Kalman 滤波三种自适应算法在该应用中跟踪期望用户信号的统计性能。

4.12.1 盲多用户检测的典范表示

考查一直接序列码分多址 (DS-CDMA) 系统, 它有 K 个用户, 无线信道为加性高斯白噪声信道。在经过一系列处理 (码片滤波、码片速率采样) 后, 接收机在一个码元间隔期间的离散时间输出可用信号模型

$$y(n) = \sum_{k=1}^K A_k b_k(n) s_k(n) + \sigma v(n), \quad n = 0, 1, \dots, T_s - 1 \quad (4.12.1)$$

表示。式中 $v(n)$ 为信道噪声; A_k , $b_k(n)$ 和 $s_k(n)$ 分别是第 k 个用户的接收幅值、信息字符序列和特征波形; σ 为一常数。现在假定各个用户的信息字符从 $\{-1, +1\}$ 中独立地、等概率地选取, 还假定特征波形具有单位能量, 即

$$\sum_{n=0}^{T_s-1} |s_k(n)|^2 = 1$$

并且特征波形的支撑区为 $[0, T_s]$, 其中 $T_s = NT_c$ 为码元间隔, 而 N 和 T_c 分别是扩频增益和码片间隔。

盲多用户检测问题的提法是: 只已知一个码元间隔内的接收信号 $y(0), \dots, y(N-1)$ 和期望用户的特征波形 $s_d(0), s_d(1), \dots, s_d(N-1)$, 估计期望用户发射的信息字符 $b_d(0), b_d(1), \dots, b_d(N-1)$ 。这里, “盲的”是指我们不知道其他用户的任何信息。不失一般性, 假定用户 1 为期望用户。

定义

$$\mathbf{y}(n) = [y(0), y(1), \dots, y(N-1)]^T \quad (4.12.2a)$$

$$\mathbf{v}(n) = [v(0), v(1), \dots, v(N-1)]^T \quad (4.12.2b)$$

分别为接收信号向量和噪声向量, 并定义用户 k 的特征波形向量

$$\mathbf{s}_k(n) = [s_k(0), s_k(1), \dots, s_k(N-1)]^T \quad (4.12.2c)$$

则式 (4.12.1) 可以用向量形式写作

$$\mathbf{y}(n) = A_1 b_1(n) \mathbf{s}_1 + \sum_{k=2}^K A_k b_k(n) \mathbf{s}_k + \sigma v(n) \quad (4.12.3)$$

式中, 第一项为期望用户的信号, 第二项为所有其他用户 (统称干扰用户) 的干扰信号之和, 第三项代表信道噪声。

现在针对期望用户, 设计其多用户检测器 \mathbf{c}_1 , 则检测器输出为 $\mathbf{c}_1^T(n) \mathbf{y}(n) = \langle \mathbf{c}_1, \mathbf{y} \rangle$ 。因此, 在第 n 个码元间隔内的期望用户的信息字符可以使用

$$\hat{b}_1(n) = \text{sgn}(\langle \mathbf{c}_1, \mathbf{y} \rangle) = \text{sgn}(\mathbf{c}_1^T(n) \mathbf{y}(n)) \quad (4.12.4)$$

检测。

盲多用户检测器 \mathbf{c}_1 有两种典范表示:

$$\text{典范表示 1: } \mathbf{c}_1(n) = \mathbf{s}_1 + \mathbf{x}_1(n) \quad (4.12.5)$$

$$\text{典范表示 2: } \mathbf{c}_1(n) = \mathbf{s}_1 - \mathbf{C}_{1,\text{null}} \mathbf{w}_1 \quad (4.12.6)$$

这两种典范表示都将自适应多用户检测器分解为固定部分 \mathbf{s}_1 与另一个自适应部分之和, 并且这两部分正交 (正交分解), 即分别要求

$$\langle \mathbf{s}_1, \mathbf{x}_1 \rangle = 0 \quad (4.12.7)$$

和

$$\langle \mathbf{s}_1, \mathbf{C}_{1,\text{null}} \mathbf{w}_1 \rangle = 0 \quad (4.12.8)$$

典范表示 1 是 Honig 等人^[89]提出的。约束条件 (4.12.5) 可以等价表示为

$$\langle \mathbf{c}_1, \mathbf{s}_1 \rangle = \langle \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_1 \rangle = 1 \quad (4.12.9)$$

由于 $\langle \mathbf{c}_1, \mathbf{s}_1 \rangle = 1$, 故称 $\mathbf{c}_1(n)$ 是一个规范化的多用户检测器, 这就是典范表示的涵义所在。

典范表示 2 是 Kapoor 等人^[97]在广义旁瓣对消器的框架下, 通过约束条件 $\langle \mathbf{c}_1, \mathbf{s}_1 \rangle = 1$ 得到的。在这种典范表示里, 矩阵 $\mathbf{C}_{1,\text{null}}$ 张成期望用户特征波形向量 \mathbf{s}_1 的零空间, 即 $\langle \mathbf{s}_1, \mathbf{C}_{1,\text{null}} \rangle = 0$ 。容易看出, 典范表示 1 和 2 等价。

4.12.2 盲多用户检测的 LMS 和 RLS 算法

下面考虑使用典范表示 1 推导盲多用户检测的 LMS 算法和 RLS 算法。

1. LMS 算法

考虑使用典范表示 1 描述的盲多用户检测器 $c_1(n)$, 其输出信号 $\langle c_1, \mathbf{y} \rangle$ 的平均输出能量 (MOE) 和均方误差 (MSE) 分别为

$$\text{MOE}(c_1) = E \{ \langle c_1, \mathbf{y} \rangle^2 \} = E \{ (\mathbf{c}_1^T(n) \mathbf{y}(n))^2 \} \quad (4.12.10)$$

$$\text{MSE}(c_1) = E \{ (A_1 b_1 - \langle c_1, \mathbf{y} \rangle)^2 \} \quad (4.12.11)$$

若定义

$$e(n) = \langle c_1, \mathbf{y} \rangle = \mathbf{c}_1^T(n) \mathbf{y}(n) \quad (4.12.12)$$

则 $e(n)$ 的均值为零、方差为 ^{[89],[198,p.317]}

$$\text{cov}\{e(n)\} = E\{e^2(n)\} = A_1^2 + \text{MSE}(c_1(n)) \quad (4.12.13)$$

求平均输出能量关于 $c_1(n)$ 的无约束梯度, 得

$$\nabla \text{MOE} = 2E\{(\mathbf{y}, \mathbf{s}_1 + \mathbf{x}_1)\} \mathbf{y} \quad (4.12.14)$$

于是, 盲多用户检测器 $c_1(n)$ 的自适应部分 $\mathbf{x}_1(i)$ 的随机梯度自适应算法为

$$\mathbf{x}_1(i) = \mathbf{x}_1(i-1) - \mu \hat{\nabla} \text{MOE} \quad (4.12.15)$$

式中, $\hat{\nabla} \text{MOE}$ 是 ∇MOE 的估计, 这里采用瞬时梯度, 即式 (4.12.14) 的数学期望直接用其瞬时值代替后, 有

$$\hat{\nabla} \text{MOE} = 2(\mathbf{y}, \mathbf{s}_1 + \mathbf{x}_1) \mathbf{y} \quad (4.12.16)$$

容易证明

$$\left[\mathbf{y} - \langle \mathbf{y}, \mathbf{s}_1 \rangle \mathbf{s}_1 \right]^T \mathbf{s}_1 = \mathbf{y}^T \mathbf{s}_1 - \mathbf{y}^T \mathbf{s}_1 \mathbf{s}_1^T \mathbf{s}_1 = 0$$

这里使用了 $\langle \mathbf{y}, \mathbf{s}_1 \rangle$ 为标量和各用户特征波形具有单位能量即 $\mathbf{s}_1^T \mathbf{s}_1 = 1$ 这两个结果。上式等价于

$$\left[\mathbf{y} - \langle \mathbf{y}, \mathbf{s}_1 \rangle \mathbf{s}_1 \right] \perp \mathbf{s}_1$$

这说明, \mathbf{y} 中与 \mathbf{s}_1 正交的分量为

$$\mathbf{y} - \langle \mathbf{y}, \mathbf{s}_1 \rangle \mathbf{s}_1 \quad (4.12.17)$$

因此, 由式 (4.12.16) 和式 (4.12.17) 知, 投影梯度 (即梯度中与 \mathbf{s}_1 正交的分量) 为

$$2\langle \mathbf{y}, \mathbf{s}_1 + \mathbf{x}_1 \rangle [\mathbf{y} - \langle \mathbf{y}, \mathbf{s}_1 \rangle \mathbf{s}_1] \quad (4.12.18)$$

现在令 s_1 和 $s_1 + x_1(i-1)$ 的匹配滤波器输出响应分别为

$$Z_{MF}(i) = \langle y(i), s_1 \rangle \quad (4.12.19)$$

$$Z(i) = \langle y(i), s_1 + x_1(i-1) \rangle \quad (4.12.20)$$

将式 (4.12.19) 和式 (4.12.20) 代入式 (4.12.15), 得随机梯度自适应算法的更新公式

$$x_1(i) = x_1(i-1) - \mu Z(i) [y(i) - Z_{MF}(i) s_1] \quad (4.12.21)$$

算法实现如图 4.12.1 所示。这就是 Honig 等人提出的盲多用户检测的 LMS 算法。

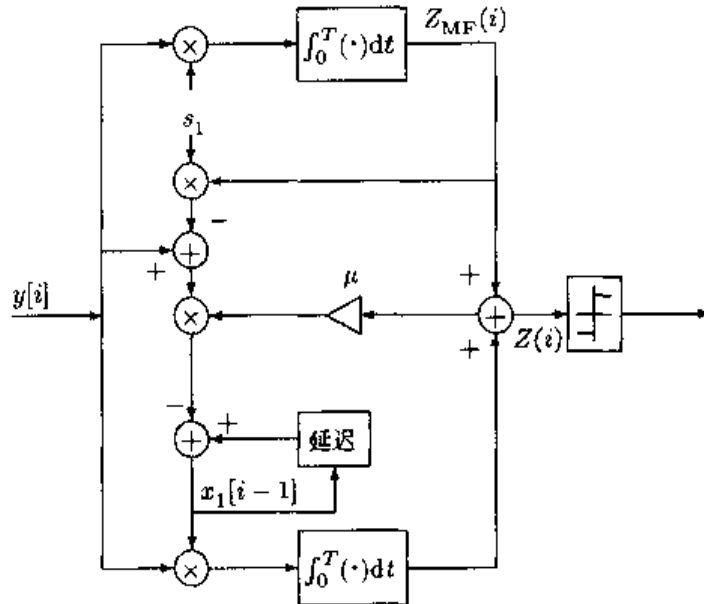


图 4.12.1 盲多用户检测的 LMS 算法

在没有干扰特征波形信息的情况下, 式 (4.12.21) 的初始条件可选择 $x_1(0) = 0$ 。

2. RLS 算法

与 Honig 等人的 LMS 算法使盲检测器的平均输出能量最小化不同, Poor 和 Wang^[148] 提出使盲检测器的指数加权输出能量最小化, 即

$$\min \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} [c_1^T(n) y(i)]^2 \quad (4.12.22a)$$

$$\text{约束条件: } s_1^T c_1(n) = 1 \quad (4.12.22b)$$

式中, $0 < \lambda < 1$ 为遗忘因子。由于 $\langle s_1, s_1 \rangle = 1$ 及 $\langle s_1, x_1 \rangle = 0$, 所以很容易验证约束条件式 (4.12.22b) 与典范表示 1 的公式 (4.12.5) 等价。

容易证明, 满足式 (4.12.22) 的最优检测器为

$$\mathbf{c}_1(n) = \frac{\mathbf{R}^{-1}(n)\mathbf{s}_1}{\mathbf{s}_1^T \mathbf{R}^{-1}(n)\mathbf{s}_1} \quad (4.12.23)$$

令

$$\mathbf{R}(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} \mathbf{y}(i)\mathbf{y}^T(i) \quad (4.12.24)$$

表示观测信号的自相关矩阵, 则由矩阵求逆引理, 可以得到 $\mathbf{R}^{-1}(n)$ 的更新公式, 从而得到更新盲多用户检测器 $\mathbf{c}_1(n)$ 的 RLS 算法如下:

$$\mathbf{k}(n) = \frac{\mathbf{R}^{-1}(n-1)\mathbf{r}(n)}{\lambda + \mathbf{r}^T(n)\mathbf{R}^{-1}(n-1)\mathbf{r}(n)} \quad (4.12.25)$$

$$\mathbf{h}(n) = \mathbf{R}^{-1}(n)\mathbf{s}_1 = \frac{1}{\lambda}[\mathbf{h}(n-1) - \mathbf{k}(n)\mathbf{r}^T(n)\mathbf{h}(n-1)] \quad (4.12.26)$$

$$\mathbf{c}_1(n) = \frac{1}{\mathbf{s}_1^T \mathbf{h}(n)} \mathbf{h}(n) \quad (4.12.27)$$

$$\mathbf{R}^{-1}(n) = \frac{1}{\lambda}[\mathbf{R}^{-1}(n-1) - \mathbf{k}(n)\mathbf{r}^T(n)\mathbf{R}^{-1}(n-1)] \quad (4.12.28)$$

这就是 Poor 与 Wang 提出的盲自适应多用户检测的 RLS 算法^[148].

4.12.3 盲多用户检测的 Kalman 自适应算法

现在考虑使用典范表示 2 来设计盲多用户检测的 Kalman 自适应算法. 若给定用户 1 的特征向量 \mathbf{s}_1 , 则 $\mathbf{C}_{1,\text{null}}$ 很容易利用 Gram-Schmidt 正交化 (1.4.2 节) 或奇异值分解求出.

对一个时不变的 CDMA 系统, 一个重要的事实是: 最优检测器或抽头权向量 $\mathbf{c}_{\text{opt}1}(n)$ 也是时不变的, 即 $\mathbf{c}_{\text{opt}1}(n+1) = \mathbf{c}_{\text{opt}1}(n)$. 令 $\mathbf{w}_{\text{opt}1}$ 是 \mathbf{c}_1 的典范表示 2 中的自适应部分, 则有关于状态变量 $\mathbf{w}_{\text{opt}1}$ 的下列状态方程:

$$\mathbf{w}_{\text{opt}1}(n+1) = \mathbf{w}_{\text{opt}1}(n) \quad (4.12.29)$$

另一方面, 将典范表示 2 的公式 (4.12.6) 代入式 (4.12.12) 中, 则给出

$$e(n) = \mathbf{s}_1^T \mathbf{y}(n) - \mathbf{y}^T(n)\mathbf{C}_{1,\text{null}}\mathbf{w}_1(n) \quad (4.12.30)$$

令 $\tilde{\mathbf{y}}(n) = \mathbf{s}_1^T \mathbf{y}(n)$ 和 $\mathbf{d}^T(n) = \mathbf{y}^T(n)\mathbf{C}_{1,\text{null}}$. 若 \mathbf{w}_1 达到 $\mathbf{w}_{\text{opt}1}$, 则式 (4.12.30) 可以写成下面的测量方程:

$$\tilde{\mathbf{y}}(n) = \mathbf{d}^T(n)\mathbf{w}_{\text{opt}1}(n) + e_{\text{opt}}(n) \quad (4.12.31)$$

状态方程 (4.12.29) 和测量方程 (4.12.31) 一起构成了用户 1 的动态系统方程, 它是 Kalman 滤波的基础。盲多用户检测中的 Kalman 滤波问题现在可以叙述为: 已知测量矩阵 $\mathbf{d}^T(n)$, 使用观测数据 $\hat{y}(n)$ 对每个 $n > 1$ 求状态向量 $\mathbf{w}_{\text{opt}1}$ 各个系数的最小均方误差估计。

由式 (4.12.13), 得最优检测误差的方差

$$\xi_{\min} = \text{cov}\{e_{\text{opt}}(n)\} = E\{e_{\text{opt}}^2(n)\} = A_1^2 + \epsilon_{\min} \quad (4.12.32)$$

式中 $\epsilon_{\min} = \text{MSE}(\mathbf{c}_{\text{opt}1}(n))$ 表示当抽头权向量 \mathbf{c}_1 最优时的最小均方误差, 因而 $\xi_{\min} = \text{MOE}(\mathbf{c}_{\text{opt}1}(n))$ 表示用户 1 的动态系统的最小平均输出能量。

对于同步模型 (4.12.1), 容易证明 $E\{e_{\text{opt}}(n)e_{\text{opt}}(l)\} = 0, n \neq l$, 因为 $E\{y(n)y(l)\} = 0, n \neq l$ 。这说明, $e_{\text{opt}}(n)$ 在同步情况下是一均值为零、方差为 ξ_{\min} 的白噪声,

与由式 (4.4.1) 和式 (4.4.2) 描述的一般动态系统模型相比, 由式 (4.12.29) 和式 (4.12.31) 确定的线性一阶状态空间模型具有以下特点:

(1) 状态向量为 $\mathbf{w}_{\text{opt}1}$, 状态转移矩阵 $\mathbf{F}(n+1, n)$ 是一个 $N \times N$ 单位矩阵, 过程噪声是一个零向量;

(2) 观测向量变为标量 $\hat{y}(n) = \mathbf{s}_1^T \mathbf{y}(n)$, 测量矩阵变为向量 $\mathbf{d}^T(n) = \mathbf{y}^T(n) \mathbf{C}_{1, \text{null}}$ 。

从标准动态系统模型式 (4.4.1) ~ 式 (4.4.2) 与用户 1 的动态系统方程 (4.12.29) 和式 (4.12.31) 之间的上述对应关系出发, 很容易将 4.4 节的标准 Kalman 滤波算法即算法 4.4.1 推广为盲多用户检测的 Kalman 自适应算法。

算法 4.12.1 (盲多用户检测的 Kalman 自适应算法)

初始条件: $\mathbf{K}(1, 0) = \mathbf{I}$

迭代计算: $n = 1, 2, 3, \dots$

$$\mathbf{g}(n) = \mathbf{K}(n, n-1) \mathbf{d}(n) \left\{ \mathbf{d}^H(n) \mathbf{K}(n, n-1) \mathbf{d}(n) + \xi_{\min} \right\}^{-1} \quad (4.12.33)$$

$$\mathbf{K}(n+1, n) = \mathbf{K}(n, n-1) - \mathbf{g}(n) \mathbf{d}^H(n) \mathbf{K}(n, n-1) \quad (4.12.34)$$

$$\hat{\mathbf{w}}_{\text{opt}1}(n) = \hat{\mathbf{w}}_{\text{opt}1}(n-1) + \mathbf{g}(n) \left\{ y(n) - \mathbf{d}^H(n) \hat{\mathbf{w}}_{\text{opt}1}(n-1) \right\} \quad (4.12.35)$$

$$\mathbf{c}_1(n) = \mathbf{s}_1 - \mathbf{C}_{1, \text{null}} \hat{\mathbf{w}}_{\text{opt}1}(n) \quad (4.12.36)$$

式中 $\hat{\mathbf{w}}_{\text{opt}1}(n)$, $\mathbf{g}(n)$ 和 $\mathbf{d}(n)$ 均为 $(N-1) \times 1$ 向量, 而 $\mathbf{K}(n+1, n)$ 是 $(N-1) \times (N-1)$ 矩阵。

盲多用户检测的 Kalman 自适应滤波算法是 Zhang 和 Wei [223] 于 2002 年提出的。为使 Kalman 滤波器最优, 初始状态向量要求为高斯随机向量, 因此, 可以选

择初始预测估计 $\hat{\mathbf{w}}_{\text{opt}1}(0) = \mathbf{E}\{\mathbf{w}_{\text{opt}1}(0)\} = \mathbf{0}$, 其相关矩阵

$$\mathbf{K}(1,0) = \mathbf{E}\{[\mathbf{w}_{\text{opt}1}(0) - \mathbf{E}\{\mathbf{w}_{\text{opt}1}(0)\}][\mathbf{w}_{\text{opt}1}(0) - \mathbf{E}\{\mathbf{w}_{\text{opt}1}(0)\}]^T\} = \mathbf{I}$$

式 (4.12.35) 是重要的, 因为它表明: 校正项等于新息过程 $e(n) = \hat{y}(n) - \mathbf{d}^T(n)\hat{\mathbf{w}}(n-1)$ 乘以 Kalman 增益 $\mathbf{g}(n)$ 。虽然式 (4.12.33) 中 $\mathbf{g}(n)$ 的计算需要最小均方误差 ξ_{\min} 已知或已估计, 但这一要求并不起多大作用。这里有两个原因:

(1) Kalman 增益向量 $\mathbf{g}(n)$ 只是更新 $\hat{\mathbf{w}}_{\text{opt}1}(n)$ 的一个时变“步长”;

(2) 根据文献 [89], 在码间干扰被抑制后, 期望用户输出的信号 - 干扰比 (常简称信干比, 英文缩写 SIR) 定义为

$$\text{SIR} = 10 \log \frac{\langle c_{\text{opt}1}, s_1 \rangle^2}{\xi_{\min}} = -10 \log \xi_{\min} \quad (\text{dB}) \quad (4.12.37)$$

式中利用了式 (4.12.9)。由于期望用户输出的最大信干比通常都希望大于 10dB, 所以最小均方误差 ξ_{\min} 一般小于 0.1。注意到期望用户在第 n 个码元间隔的接收幅值 A_1 通常都比较大, 满足 $A_1^2 \gg 0.1$, 故可在式 (4.12.32) 中直接取 $\hat{\xi}_{\min} \approx A_1^2$ 作为未知参数 ξ_{\min} 的估计值。

以上讨论虽然以平稳的无线信道作为假设条件, 但得到的 Kalman 算法对慢时变信道也适用。根据文献 [86, p.702] 知, 一个慢时变的动态系统可以用一个横向滤波器建模, 该滤波器的抽头权向量 $\mathbf{w}_{\text{opt}1}$ 服从一阶 Markov 过程

$$\mathbf{w}_{\text{opt}1}(n+1) = a\mathbf{w}_{\text{opt}1}(n) + \mathbf{v}_1(n) \quad (4.12.38)$$

式中 a 是一固定的模型参数; $\mathbf{v}_1(n)$ 为过程噪声, 令其均值为零、相关矩阵为 \mathbf{Q}_1 。因此, Kalman 算法公式中的式 (4.12.34) 和式 (4.12.35) 应该分别用下面的公式代替:

$$\mathbf{K}(n+1, n) = \mathbf{K}(n, n-1) - \mathbf{g}(n)\mathbf{d}^T(n)\mathbf{K}(n, n-1) + \mathbf{Q}_1 \quad (4.12.39)$$

$$\hat{\mathbf{w}}_{\text{opt}1}(n) = \hat{\mathbf{w}}_{\text{opt}1}(n-1) + \mathbf{g}(n)[\hat{y}(n) - \mathbf{d}^T(n)\hat{\mathbf{w}}_{\text{opt}1}(n-1)] \quad (4.12.40)$$

对一个慢时变的 CDMA 系统而言, 可以假定参数 a 非常接近于 1, 并且过程噪声相关矩阵 \mathbf{Q}_1 的每一个元素都取很小的值。因此, 虽然在一个慢时变的 CDMA 系统中, Kalman 算法需要使用 ξ_{\min} , a 和 \mathbf{Q}_1 等未知参数, 但可以使用估计 $\hat{\xi}_{\min} \approx A_1^2$, $a \approx 1$ 和 $\mathbf{Q}_1 \approx \mathbf{O}$ (零矩阵)。也就是说, Kalman 算法适用于慢时变的 CDMA 系统。

下面是 LMS, RLS 和 Kalman 三种算法的计算繁杂度比较 (每一个码元间隔内, 更新抽头权向量 $\mathbf{c}_1(n)$ 的计算量)。

LMS 算法 [89]: $4N$ 次乘法和 $6N$ 次加法;

RLS 算法 [148]: $4N^2 + 7N$ 次乘法和 $3N^2 + 4N$ 次加法;

Kalman 算法^[223], $4N^2 - 3N$ 次乘法和 $4N^2 - 3N$ 次加法。

定理 4.12.1^[223] 对于平稳的 CDMA 系统, 当 n 足够大时, Kalman 滤波算法的平均输出能量 $\xi(n)$ 由下式给出:

$$\xi(n) \leq \xi_{\min}(1 + n^{-1}N) \quad (4.12.41)$$

理论分析表明^[223], 当盲自适应多用户检测器收敛后, 以上三种算法的稳态剩余平均输出能量为

$$\xi_{\min}(\infty) = \begin{cases} \xi_{\min} \frac{\frac{\mu}{2} \text{tr}(\mathbf{R}_{yy})}{1 - \frac{\mu}{2} \text{tr}(\mathbf{R}_{yy})}, & \text{LMS 算法} \\ \frac{1-\lambda}{\lambda} (N-1) \xi_{\min}, & \text{RLS 算法} \\ 0, & \text{Kalman 算法} \end{cases} \quad (4.12.42)$$

式中 $\mathbf{R}_{yy} = E\{(\mathbf{I} - \mathbf{s}_1 \mathbf{s}_1^T) \mathbf{y}(n) \mathbf{y}^T(n)\}$ 是向量 $\mathbf{v}(n) = (\mathbf{I} - \mathbf{s}_1 \mathbf{s}_1^T) \mathbf{y}(n)$ 和 $\mathbf{y}(n)$ 的互相关矩阵, μ 和 λ 分别是 LMS 算法的步长和 RLS 算法的遗忘因子。

注释 由式 (4.12.41) 知, 对于 Kalman 算法, 当迭代次数 $n = 2N$ 时, 平均输出能量 $\xi(n) \leq 1.5\xi_{\min}$; 而当 $n = 16N$ 时, $\xi(n) \leq 1.0625\xi_{\min}$ 。这说明, Kalman 滤波算法的输出能量 $\xi(n)$ 随 n 的增大而迅速趋于最小平均输出能量 ξ_{\min} 。因此, 三种算法的平均输出能量 $\xi(n)$ 的收敛性能如下:

- 如式 (4.12.41) 所示, Kalman 滤波算法的收敛只取决于扩频增益 N , 它与数据相关矩阵 \mathbf{R} 无关;
- LMS 算法的收敛取决于数据相关矩阵 \mathbf{R} 的特征值分布;
- RLS 算法的收敛取决于矩阵乘积 $\mathbf{R}\mathbf{M}(n-1)$ 的迹, 其中 $\mathbf{M}(n) = E\{(\mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_{\text{opt}1})(\mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_{\text{opt}1})^T\}$ 。

4.12.4 实验结果

下面介绍使用盲多用户检测的 LMS 算法^[89]、RLS 算法^[148] 和 Kalman 滤波算法^[223] 之间的实验比较。

在使用 LMS 算法时, 步长 μ 必须满足输出均方误差收敛的稳定性条件^[89]

$$\mu < \frac{2}{K \sum_{k=1}^K A_k^2 + N\sigma^2} \quad (4.12.43)$$

为了比较不同算法的多址干扰抑制能力, 常使用 n 步迭代的时间平均信干比

(SIR) 作为测度:

$$\text{SIR}(n) = 10 \log \frac{\sum_{l=1}^M (c_{1l}^T(n) s_1)^2}{\sum_{l=1}^M c_{1l}^T(n) (y_l(n) - b_{1,l}(n) s_1)^2} \quad (4.12.44)$$

式中 M 是独立实验的次数, 下标 l 表示第 l 次实验, 背景噪声的方差为 σ^2 。假定用户 k 的信噪比 $\text{SNR} = 10 \log(E_k/\sigma^2)$, 其中 $E_k = A_k^2$ 是用户 k 的比特能量。期望用户 1 具有单位能量, 即 $A_1^2 = 1$, 其信噪比为 20dB (即 $\sigma^2 = 0.01$), 处理增益或扩频增益 $N = 31$ 。有 9 个多址干扰用户, 其中 5 个干扰用户分别具有 30dB 的信噪比 (即 $A_2^2 = \dots = A_6^2 = 10$), 3 个干扰用户各具有 40dB 的信噪比 (即 $A_7^2 = A_8^2 = A_9^2 = 100$), 另一个干扰用户的信噪比为 50dB (即 $A_{10}^2 = 1000$)。

由式 (4.12.43) 计算的步长条件为 $\mu < 1.47 \times 10^{-3}$, 因此, LMS 算法的步长取 $\mu = 3 \times 10^{-4}$ 。在运行 RLS 算法时, 初始值 $\mathbf{R}^{-1}(0) = \delta^{-1} \mathbf{I}$, 取 $\delta = 0.01$, 遗忘因子取 $\lambda = 0.997$ 。

图 4.12.2 和图 4.12.3 分别画出了在平稳信道情况下, 对同步 CDMA 系统和非同步 CDMA 系统使用 LMS 算法、RLS 算法和 Kalman 算法得到的时间平均信干比与迭代次数的关系曲线。

图 4.12.4 示出了对于同步 CDMA 系统, 三种算法的时间平均的剩余输出能量测量值随迭代次数的变化曲线。

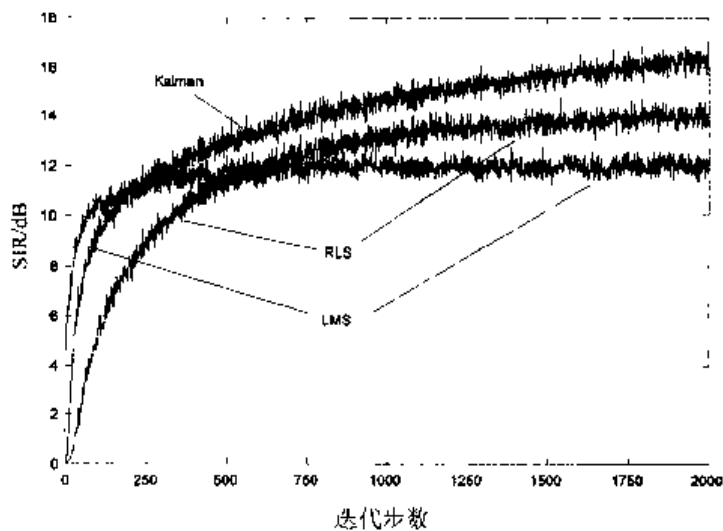


图 4.12.2 时间平均信干比 (同步 CDMA 系统, 平稳信道)

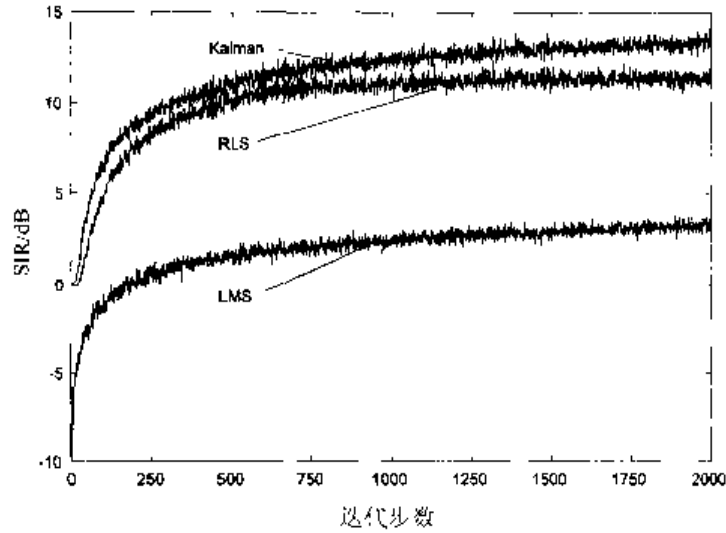


图 4.12.3 时间平均信干比 (非同步 CDMA 系统, 平稳信道)

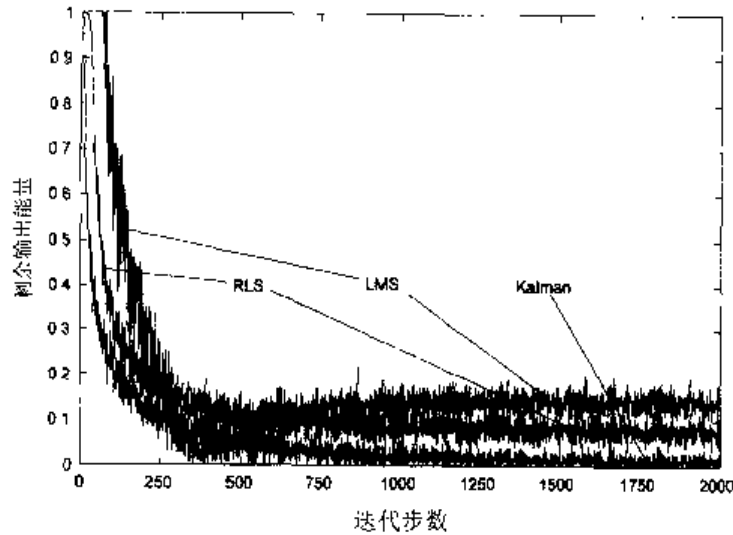


图 4.12.4 时间平均剩余输出能量的测量值 (同步 CDMA 系统, 平稳信道)

文献 [223] 还仿真了存在 Rayleigh 衰落的无线信道 (慢时变信道), 其中 Doppler 频移为 22Hz。图 4.12.5 画出了 RLS 和 Kalman 两种算法的时间平均信干比曲线, 图 4.12.6 则为两种算法的时间平均剩余输出能量的测量值随迭代次数的变化曲线。由于 LMS 算法经常不收敛, 所以图中未画出 LMS 算法的相应结果。从图 4.12.2 ~ 图 4.12.6 可以看出:

(1) 与 LMS 算法相比较, RLS 算法和 Kalman 算法的收敛速率快得多, 并且跟踪性能明显好。

(2) Kalman 滤波算法在 $n \approx 500$ 时, 就接近收敛, 比 RLS 算法更快。