

将式 (6.9.31) 代入式 (6.9.30) 即得

$$\phi^{(i)}(x) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{L-1} h(k) \phi^{(i-1)}(2x - k) \quad (6.9.32a)$$

类似地, 若将图 6.9.2 中的滤波器  $H(z)$  换为  $\tilde{H}(z)$ , 则其输出  $\tilde{\phi}(x)$  服从

$$\tilde{\phi}^{(i)}(x) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{L-1} \tilde{h}(k) \tilde{\phi}^{(i-1)}(2x - k) \quad (6.9.32b)$$

当  $\phi^{(i)}(x)$  和  $\tilde{\phi}^{(i)}(x)$  分别收敛为连续函数  $\phi(x)$  和  $\tilde{\phi}(x)$  时, 式 (6.9.32a)、式 (6.9.32b)、式 (6.9.29c) 和式 (6.9.29d) 分别变成

$$\phi(x) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{L-1} h(k) \phi(2x - k) \quad (6.9.33a)$$

$$\tilde{\phi}(x) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{L-1} \tilde{h}(k) \tilde{\phi}(2x - k) \quad (6.9.33b)$$

$$\psi(x) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{L-1} g(k) \phi(2x - k) \quad (6.9.33c)$$

$$\tilde{\psi}(x) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{L-1} \tilde{g}(k) \tilde{\phi}(2x - k) \quad (6.9.33d)$$

它们分别是尺度函数  $\phi(x)$ 、对偶尺度函数  $\tilde{\phi}(x)$ 、小波函数  $\psi(x)$  和对偶小波函数  $\tilde{\psi}(x)$  的双尺度方程。

**命题 6.9.2** 在任何一步迭代过程中, 尺度函数和对偶尺度函数都是双正交的, 即有

$$\langle \phi^{(i)}(x - n), \tilde{\phi}^{(i)}(x - l) \rangle = \delta_{nl} \quad (6.9.34)$$

式中  $\delta_{nl} = 1$  ( $n = l$ ) 或  $0$  ( $n \neq l$ )。

**证明** 用数学归纳法证明。首先, 由构造方法知: 当  $i = 0$  时, 初始值  $\phi^{(0)}(x) = U(x)$  和  $\tilde{\phi}^{(0)}(x) = U(x)$ , 由此得  $\langle \phi^{(0)}(x - n), \tilde{\phi}^{(0)}(x - l) \rangle = \langle U(x - n), U(x - l) \rangle$ 。由于  $n$  和  $l$  均为整数, 而  $U(x)$  的定义域为  $x \in [0, 1]$ , 所以仅当  $n = l$  时,  $x - n$  和  $x - l$  才会同时位于定义域  $[0, 1]$ , 故

$$\begin{aligned} \langle \phi^{(0)}(x - n), \tilde{\phi}^{(0)}(x - l) \rangle &= \delta_{nl} \int_0^1 U(x)U(x)dx \\ &= \delta_{nl} \int_0^1 dx = \delta_{nl} \end{aligned}$$

现在假设

$$\langle \phi^{(i-1)}(x-n), \tilde{\phi}^{(i-1)}(x-l) \rangle = \delta_{nl}$$

则有

$$\begin{aligned} & \langle \phi^{(i-1)}(2x-n), \tilde{\phi}^{(i-1)}(2x-l) \rangle \\ &= \int \phi^{(i-1)}(2x-n) \tilde{\phi}^{(i-1)}(2x-l) dx \\ &= \frac{1}{2} \int \phi^{(i-1)}(u-n) \tilde{\phi}^{(i-1)}(u-l) du \\ &= \frac{1}{2} \delta_{nl} \end{aligned} \quad (6.9.35)$$

由式 (6.9.32) 和式 (6.9.33) 得

$$\begin{aligned} & \langle \phi^{(i)}(x-n), \tilde{\phi}^{(i)}(x-l) \rangle \\ &= 2 \left\langle \sum_k h(k) \phi^{(i-1)}(2x-2n-k), \sum_{k'} \tilde{h}(k') \tilde{\phi}^{(i-1)}(2x-2l-k') \right\rangle \\ &= 2 \sum_k \sum_{k'} h(k) \tilde{h}(k') \langle \phi^{(i-1)}(2x-2n-k), \tilde{\phi}^{(i-1)}(2x-2l-k') \rangle \end{aligned}$$

利用式 (6.9.35) 知, 上式中的内积

$$\langle \phi^{(i-1)}(2x-2n-k), \tilde{\phi}^{(i-1)}(2x-2l-k') \rangle = \frac{1}{2} \delta_{2n+k, 2l+k'}$$

即是说, 仅当  $k' = k + 2n - 2l$  时, 内积  $\langle \phi^{(i)}(x-n), \tilde{\phi}^{(i)}(x-l) \rangle$  才不等于零, 故有

$$\langle \phi^{(i)}(x-n), \tilde{\phi}^{(i)}(x-l) \rangle = \sum_k h(k) \tilde{h}(k+2n-2l) = \delta_{nl}$$

式中利用了式 (6.9.23) 的结果。这就证明了式 (6.9.34) 对任意正整数  $i$  均成立。 ■

**命题 6.9.3** 若使用式 (6.9.32c) 和式 (6.9.32d) 构造小波函数  $\psi^{(i)}(x)$  和对偶小波函数  $\tilde{\psi}^{(i)}(x)$ , 则在每一步迭代过程中, 小波函数和对偶小波函数都是双正交的, 即有

$$\langle \psi^{(i)}(x-n), \tilde{\psi}^{(i)}(x-l) \rangle = \delta_{nl}$$

式中  $\delta_{nl} = 1$  ( $n = l$ ) 或  $0$  ( $n \neq l$ ),

**证明** 由式 (6.9.32c)、式 (6.9.32d) 和命题 6.9.2, 我们有

$$\begin{aligned}
 & \langle \psi^{(i)}(x-n), \tilde{\psi}^{(i)}(x-l) \rangle \\
 &= \left\langle \sum_{k=0}^{L-1} g(k) \phi^{(i-1)}(2x-2n-k), \sum_{k'=0}^{L-1} \tilde{g}(k') \tilde{\phi}^{(i-1)}(2x-2l-k') \right\rangle \\
 &= \sum_{k=0}^{L-1} \sum_{k'=0}^{L-1} g(k) \tilde{g}(k') \langle \phi^{(i-1)}(2x-2n-k), \tilde{\phi}^{(i-1)}(2x-2l-k') \rangle \\
 &= \sum_{k=0}^{L-1} g(k) \tilde{g}(k-2l+2n)
 \end{aligned}$$

将式 (6.9.24) 代入上式, 立即知

$$\langle \psi^{(i)}(x-n), \tilde{\psi}^{(i)}(x-l) \rangle = \delta_{l-n} = \delta_{nl}$$

对所有迭代次数  $i$  成立. 这就证明了本命题. ■

由于  $\phi^{(i)}(x)$  和  $\tilde{\phi}^{(i)}(x)$  分别收敛为  $\phi(x)$  和  $\tilde{\phi}(x)$ , 所以命题 6.9.2 和命题 6.9.3 分别意味着

$$\langle \phi(x-n), \tilde{\phi}(x-l) \rangle = \delta_{nl} \quad (6.9.36a)$$

$$\langle \psi(x-n), \tilde{\psi}(x-l) \rangle = \delta_{nl} \quad (6.9.36b)$$

此外, 还有下面的正交性:

$$\langle \phi(x-n), \tilde{\psi}(x-l) \rangle = 0, \quad \forall n, l \quad (6.9.36c)$$

$$\langle \psi(x-n), \tilde{\phi}(x-l) \rangle = 0, \quad \forall n, l \quad (6.9.36d)$$

**证明** 由双尺度方程式 (6.9.33a) 和式 (6.9.33d) 得

$$\begin{aligned}
 \langle \phi(x-n), \tilde{\psi}(x-l) \rangle &= \left\langle \sum_{k=0}^{L-1} h(k) \phi(2x-2n-k), \sum_{k'=0}^{L-1} \tilde{g}(k') \tilde{\phi}(2x-2l-k') \right\rangle \\
 &= \sum_{k=0}^{L-1} \sum_{k'=0}^{L-1} h(k) \tilde{g}(k') \langle \phi(2x-2n-k), \tilde{\phi}(2x-2l-k') \rangle
 \end{aligned}$$

将式 (6.9.36a) 代入上式知, 仅当  $2n+k=2l+k'$  时, 上式的内积等于 1, 否则恒等于 0. 这意味着

$$\langle \phi(x-n), \tilde{\psi}(x-l) \rangle = \sum_{k=0}^{L-1} h(k) \tilde{g}(k-2(l-n))$$

但据式 (6.9.26) 知, 上该式右边边对所有  $n$  和  $l$  恒等于 0, 即式 (6.9.36c) 成立。类似地, 可以证明式 (6.9.36d) 也成立。 ■

总结以上讨论, 可以得出结论: 如果我们使用式 (6.9.29a) ~ 式 (6.9.29d) 迭代构造尺度函数  $\phi^{(i)}(x)$ 、对偶尺度函数  $\tilde{\phi}^{(i)}(x)$ 、小波函数  $\psi^{(i)}(x)$  和对偶小波函数  $\tilde{\psi}^{(i)}(x)$ , 则在滤波器组满足完全重构条件, 并且低通滤波器  $H(z)$  和  $\tilde{H}(z)$  能够分别保证  $\phi^{(i)}(x)$  和  $\tilde{\phi}^{(i)}(x)$  收敛为连续函数的话, 则所构造的尺度函数和小波函数满足双正交条件式 (6.9.36a) ~ 式 (6.9.36d), 即构造的小波函数是双正交小波函数。

我们看到, 双正交小波函数的构造取决于完全重构滤波器组的设计。由于双正交小波是 Riesz 框架、并且双正交小波的完全重构条件是多分辨分析的结果, 所以 6.9.2 和 6.9.3 小节的讨论表明, 框架理论、多分辨分析、滤波器组理论三者彼此紧密联系在一起。关于框架理论和滤波器组更详细的讨论, 可分别参考文献 [179] 和 [229]。

#### 6.9.4 快速双正交小波变换

一旦双正交小波函数构造出来, 我们即可对信号进行双正交小波变换, 得到感兴趣的结果。此时, 我们很自然地希望双正交小波变换能够快速实现。

考查一任意函数  $f(t) \in L^2(R)$ , 并假定我们以分辨率  $2^j$  对它进行分析, 这相当于我们的研究对象是函数  $f(t)$  在子空间  $V_j$  的投影, 记作  $v_j(t) = P_j f(t) \in V_j$ 。根据级数展开理论知, 函数  $v_j(t) \in V_j$  若用基函数  $\phi_{j,k}(t)$  作级数展开, 则展开系数定义为函数  $v_j(t)$  与对偶基函数  $\tilde{\phi}_{j,k}(t)$  的内积。因此, 我们有级数展开对

$$v_j(t) = \sum_k c_{j,k} \phi_{j,k}(t) \quad (6.9.37a)$$

$$c_{j,k} = \langle v_j, \tilde{\phi}_{j,k} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} v_j(t) \tilde{\phi}_{j,k}^*(t) dt \quad (6.9.37b)$$

由于  $V_j = V_{j-1} \oplus W_{j-1}$ , 所以函数  $v_j(t) \in V_j$  可以惟一写成函数  $v_{j-1}(t) \in V_{j-1}$  和函数  $w_{j-1}(t) \in W_{j-1}$  之和:

$$\begin{aligned} v_j(t) &= v_{j-1}(t) + w_{j-1}(t) \\ &= \sum_k c_{j-1,k} \phi_{j-1,k}(t) + \sum_k d_{j-1,k}(t) \psi_{j-1,k}(t) \end{aligned} \quad (6.9.38)$$

式中  $v_{j-1}(t)$  和  $w_{j-1}(t)$  分别表示函数  $v_j(t)$  在尺度子空间  $V_{j-1}$  和小波子空间  $W_{j-1}$

的投影。类似于式 (6.9.37), 式 (6.9.38) 中的展开系数为

$$c_{j-1,k} = \langle v_j, \tilde{\phi}_{j-1,k} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} v_j(t) \tilde{\phi}_{j-1,k}^*(t) dt \quad (6.9.39a)$$

$$d_{j-1,k} = \langle v_j, \tilde{\psi}_{j-1,k} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} v_j(t) \tilde{\psi}_{j-1,k}^*(t) dt \quad (6.9.39b)$$

这样一来, 我们便得到了函数  $v_j$  的两种不同表示形式:

(1) 如式 (6.9.37) 所示, 用尺度子空间  $V_j$  基函数  $\phi_{j,k}(t)$  对函数  $v_j(t) \in V_j$  作级数展开, 展开系数为  $c_{j,k}$ 。

(2) 如式 (6.9.38) 所示, 分别用尺度子空间  $V_{j-1}$  的基函数  $\phi_{j-1,k}(t)$  和小波子空间  $W_{j-1}$  的基函数  $\psi_{j-1}(t)$  将  $v_j \in V_j$  表示成两个展开级数之和, 展开系数分别为  $c_{j-1,k}$  和  $d_{j-1,k}(t)$ 。

下面分析如何用系数  $c_{j,k}$  得到  $c_{j-1,k}$  和  $d_{j-1,k}$ ? 由式 (6.8.39) 有

$$\phi_{j-1,k}(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h(m-2k) \phi_{j,m}(t) \quad (6.9.40a)$$

显然, 对偶尺度函数也有类似公式:

$$\tilde{\phi}_{j-1,k}(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{h}(m-2k) \tilde{\phi}_{j,m}(t) \quad (6.9.40b)$$

于是, 我们有

$$\begin{aligned} c_{j-1,k} &\stackrel{\text{def}}{=} \langle v_j, \tilde{\phi}_{j-1,k} \rangle \\ &= \left\langle v_j, \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{h}(m-2k) \tilde{\phi}_{j,m} \right\rangle \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{h}(m-2k) \langle v_j, \phi_{j,m} \rangle \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{h}(m-2k) c_{j,m} \end{aligned} \quad (6.9.41)$$

类似地, 可以证明

$$d_{j-1,k} \stackrel{\text{def}}{=} \langle v_j, \tilde{\psi}_{j-1,k} \rangle = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{g}(m-2k) c_{j,m} \quad (6.9.42)$$

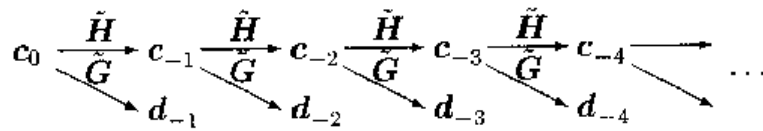
式 (6.9.41) 和式 (6.9.42) 可以改写为下面的向量形式:

$$\mathbf{c}_{j-1} = \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{c}_j \quad (6.9.43)$$

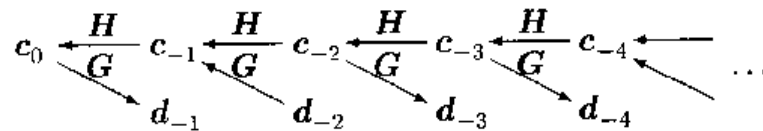
$$\mathbf{d}_{j-1} = \tilde{\mathbf{G}}\mathbf{c}_j \quad (6.9.44)$$

式中  $\mathbf{c}_j = [c_{j,k}]_{k=-\infty}^{\infty}$ ,  $\mathbf{d}_j = [d_{j,k}]_{k=-\infty}^{\infty}$ ,  $\tilde{\mathbf{H}} = [\tilde{h}(m-2k)]_{m,k=-\infty}^{\infty}$  和  $\tilde{\mathbf{G}} = [\tilde{g}(m-2k)]_{m,k=-\infty}^{\infty}$ .

式 (6.9.43) 和式 (6.9.44) 构成了快速双正交小波变换算法, 如图 6.9.3 (a) 所示.



(a)



(b)

图 6.9.3 快速双正交小波变换算法 (a) 和反变换算法 (b)

下面考虑相反的运算, 即如何由系数  $c_{j-1,k}$  和  $d_{j-1,k}$  合成  $c_{j,k}$ ? 在式 (6.8.42) 的两边同乘  $\tilde{\phi}_{j,m}^*(t)$ , 则有

$$\begin{aligned} \langle \phi_{j-1,k}, \tilde{\phi}_{j,m} \rangle &= \sum_{m'=-\infty}^{\infty} h(m'-2k) \langle \phi_{j,m'}, \tilde{\phi}_{j,m} \rangle \\ &= h(m-2k) \end{aligned} \quad (6.9.45)$$

其中, 使用了双正交关系  $\langle \phi_{j,m'}, \tilde{\phi}_{j,m} \rangle = \delta_{m,m'}$ .

类似地, 在式 (6.8.44) 的两边同乘  $\tilde{\phi}_{j,m}^*(t)$ , 又有

$$\begin{aligned} \langle \psi_{j-1,k}, \tilde{\phi}_{j,m} \rangle &= \sum_{m'=-\infty}^{\infty} g(m'-2k) \langle \phi_{j,m'}, \tilde{\phi}_{j,m} \rangle \\ &= g(m-2k) \end{aligned} \quad (6.9.46)$$

用  $\tilde{\phi}_{j,m}^*(t)$  同乘式 (6.9.38) 两边, 并利用式 (6.9.45) 和式 (6.9.46), 易得

$$\begin{aligned} c_{j,m} &\stackrel{\text{def}}{=} \langle v_j(t), \tilde{\phi}_{j,m} \rangle \\ &= \sum_k c_{j-1,k} \langle \phi_{j-1,k}, \tilde{\phi}_{j,m} \rangle + \sum_k d_{j-1,k} \langle \psi_{j-1,k}, \tilde{\phi}_{j,m} \rangle \\ &= \sum_k c_{j-1,k} h(m-2k) + \sum_k d_{j-1,k} g(m-2k) \end{aligned} \quad (6.9.47)$$

或写成向量形式:

$$\mathbf{c}_j = \mathbf{H}\mathbf{c}_{j-1} + \mathbf{G}\mathbf{d}_{j-1} \quad (6.9.48)$$

式中  $\mathbf{c}_j = [c_{j,m}]_{m=-\infty}^{\infty}$ ,  $\mathbf{d}_j = [d_{j,m}]_{m=-\infty}^{\infty}$ ,  $\mathbf{H} = [h(m-2k)]_{m,k=-\infty}^{\infty}$  和  $\mathbf{G} = [g(m-2k)]_{m,k=-\infty}^{\infty}$ . 式 (6.9.48) 构成了双正交快速小波反变换算法, 如图 6.9.3 (b) 所示.

6.8 节和本节分别介绍了正交小波变换和双正交小波变换. 推而广之, 在使用正交信号变换和非正交信号变换时, 需要注意以下事项<sup>[18]</sup>.

正交信号变换的注意事项:

- 信号的正交变换实际表示的是信号在某个时间段的逼近, 并且这些逼近不能用作外推或预测信号在这一时间段以外的值.
- 当使用正交信号变换时, 要想得到有关输入信号源的先验信息是困难的, 而且往往是不可能的.
- 若信号的真实分量彼此不正交, 则正交变换并不能够将信号分解为它们的真实分量.
- 正交信号变换不适用于非规则采样的信号<sup>①</sup>.

非正交信号变换的注意事项:

- 如果信号变换使用一组正交的连续基函数, 而这组基函数使用非规则采样进行数字化, 则数字化后的信号变换为非正交信号变换.
- 当观测时间间隔比信号的时间周期短时, 信号变换必须采用非正交变换.
- 伪周期信号的谱分析.
- 若信号的真实分量彼此不正交, 则信号变换必须采用非正交变换.

<sup>①</sup> 均匀采样指等间隔的采样, 非均匀采样泛指非等间隔采样. 但是, 非均匀采样既可以是按照某种规则作非均匀采样 (非均匀规则采样), 也可以完全无规则的采样 (非规则采样).

## 6.10 Gabor 原子网络及其在雷达目标识别中的应用

自适应时频分析可以看作是二维时频平面向三维时间-频率-尺度空间的推广。在雷达、声纳等应用中，我们往往需要对目标信号进行识别或分类。从信号分类的观点看问题，三维时间-频率-尺度空间包含了比二维时频平面或时间-尺度平面更多的信息。

在信号分类中使用三维时间-频率-尺度空间时，关键问题是如何确定一组决定信号分类的最优基函数。这样的基函数称为局部鉴别基，它们对于待分类的信号具有最强的鉴别能力。

局部鉴别基的概念最早是由 Saito 和 Coifman<sup>[162]–[164]</sup> 提出的。他们提出使用某些加性的鉴别测度 (如 Fisher 类可分度) 选择鉴别基，以抽取不同类信号的鉴别特征。与此同时，Buckheit 和 Donoho<sup>[28]</sup> 利用与信号表示的匹配跟踪<sup>[126]</sup> 相类似的思想，提出了另外一种信号特征的抽取方法，称为鉴别跟踪。

本节介绍使用 Gabor 原子神经网络进行信号分类的方法<sup>[174]</sup>。

### 6.10.1 Gabor 变换册

两种不同的信号自适应时频表示算法几乎同时由 Mallat 与 Zhang<sup>[126]</sup> 和 Qian 与 Chen<sup>[152]</sup> 独立提出。前一种算法称为匹配跟踪，后一种算法叫做信号自适应高斯表示。

在匹配跟踪算法里，先构造一字典，它由许多基函数 (称为原子) 组成。在每个自适应阶段，选择一组时频原子表示信号，并得到代表误差的剩余信号。这个过程自适应进行，直到剩余信号可以忽略。最后，所选择的时频原子即代表信号表示的最优原子，而得到的信号表示即为最优信号表示。

信号自适应高斯表示的目的则是使用一高斯调制的指数基函数  $g_p(t)$  作信号展开。其中，指数基函数  $g_p(t)$  具有一个可调的方差  $\sigma_p^2$  和一个可调的时频中心  $(t_p, f_p)$ ，即信号展开公式为

$$f(t) = \sum_{p=1}^{\infty} B_p g_p(t) \quad (6.10.1)$$

式中

$$g_p(t) = (\pi\sigma_p^2)^{-0.25} \exp\left[-\frac{(t-t_p)^2}{2\sigma_p^2}\right] \exp(j2\pi f_p t) \quad (6.10.2)$$



由于散射中心可以用具有小方差  $\sigma_p^2$  的基函数  $g_p(t)$  很好地表示, 文献 [186] 和 [42] 只使用具有小方差的信号自适应高斯表示, 得到了非常清晰的逆合成孔径雷达 (ISAR) 的目标图像。

如果在使用  $g_p(t)$  作为 Gabor 展开的基函数时, 改变方差  $\sigma_p^2$  的大小, 我们就可以得到许多不同的 Gabor 变换, 它们组成所谓的 Gabor 变换册。这一变换册实际上表示一个时间 - 频率 - 尺度空间。前面讲过的具有固定窗函数的 Gabor 变换只表示时频平面, 所以它是具有某个固定尺度的 Gabor 变换册的一个切片, 参见图 6.10.1。类似地, 具有固定小波函数的小波变换只表示时间 - 尺度平面, 所以它是小波变换册中具有固定调制频率的一个切片, 如图 6.10.2 所示。

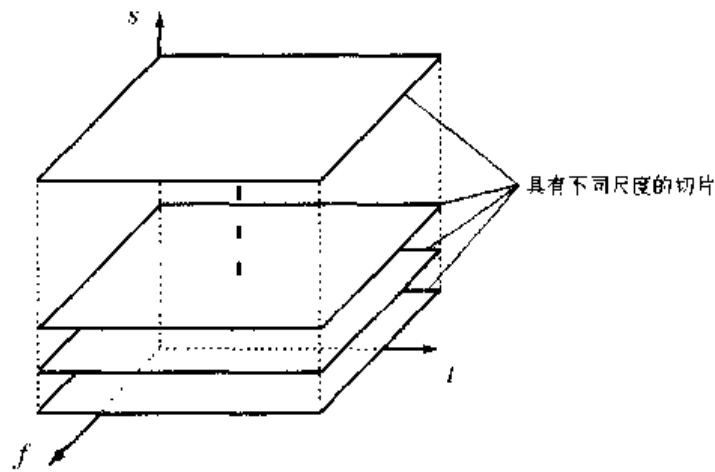


图 6.10.1 Gabor 变换册

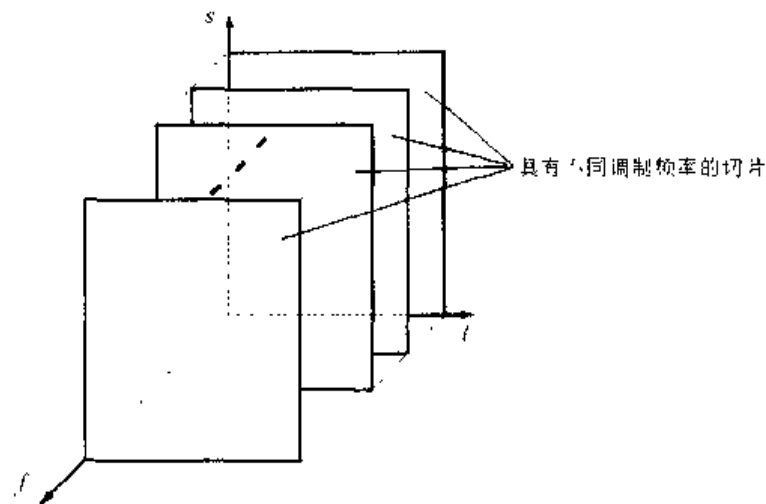


图 6.10.2 小波变换册

若令  $\sigma_p^2 = s^2/(2\pi)$ , 其中  $s > 0$ ,  $t_p = u$  和  $\xi = 2\pi f_p$ , 则式 (6.10.2) 定义的 Gabor 原子可以简写作

$$g_{u,\xi,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} g\left(\frac{t-u}{s}\right) e^{j\xi t} \quad (6.10.3)$$

式中

$$g(t) = \sqrt[3]{2} e^{-\pi t^2} \quad (6.10.4)$$

是 Gabor 变换册的基函数的原型, 它的时移、频率调制和尺度变化构成了 Gabor 变换册的各种不同的基函数。

当然, 使用三维时间 - 频率 - 尺度分析需要的计算量要比二维时频分析需要的计算量大得多, 但是从信号分类的观点看, 三维信号分析所包含的信息量要比二维信号分析能够提供的信息量大得多。特别地, 在高分辨雷达的目标识别这类应用中, 目标具有三维特征, 所以有必要采用三维时间 - 频率 - 尺度变换册来分析信号。

### 6.10.2 信号分类的 Gabor 原子神经网络

当使用三维时间 - 频率 - 尺度变换进行信号分类时, 关键问题是确定若干组最优基函数以及相对应的 Gabor 变换。图 6.10.3 画出了使用三维 Gabor 变换进行信号分类的 Gabor 原子神经网络的结构图。这是一种典型的多层前馈式神经网络, 其目的是将  $N$  组观测信号向量  $\{x_i, i = 1, \dots, N\}$  分成  $P$  类信号。因此, 网络的输入为  $\{x_i, i = 1, \dots, N\}$ , 输出  $y_m, m = 1, \dots, M$  确定信号的类别, 例如  $M = 3$  时, 用  $y_1 y_2 y_3 = 001, 010, 100, \dots$  分别表示输出结果是第 1, 2, 3,  $\dots$  类信号。

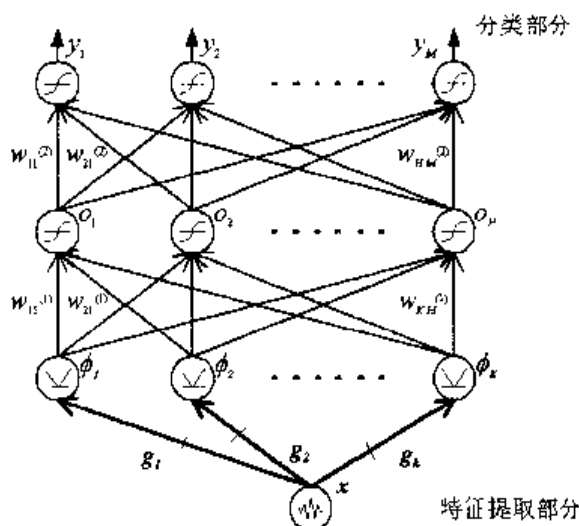


图 6.10.3 Gabor 原子网络